CLASE SABADO 17 DE FEBRERO 2024

DISEÑO DIGITAL

DISEÑO DIGITAL MODERNO

PROF: ING. ROBERTO MANDUJANO WILD

b) Implementación de funciones booleanas

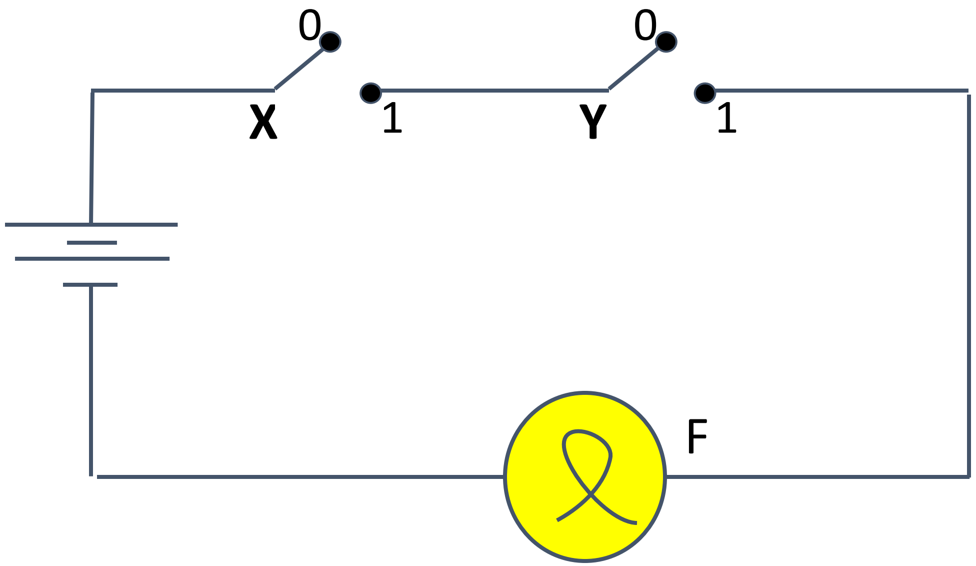
Cualquier función booleana puede ser implementada con circuitos lógicos.

i. Implementación con interruptores

Ejemplo

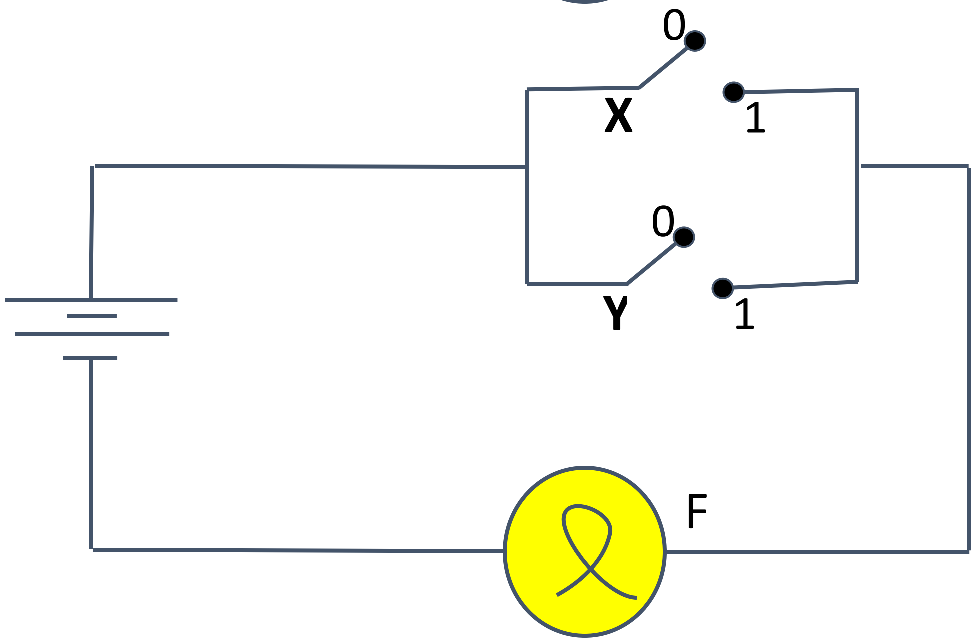
Implementar una AND, OR y XOR con interruptores

Para AND



X	Y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

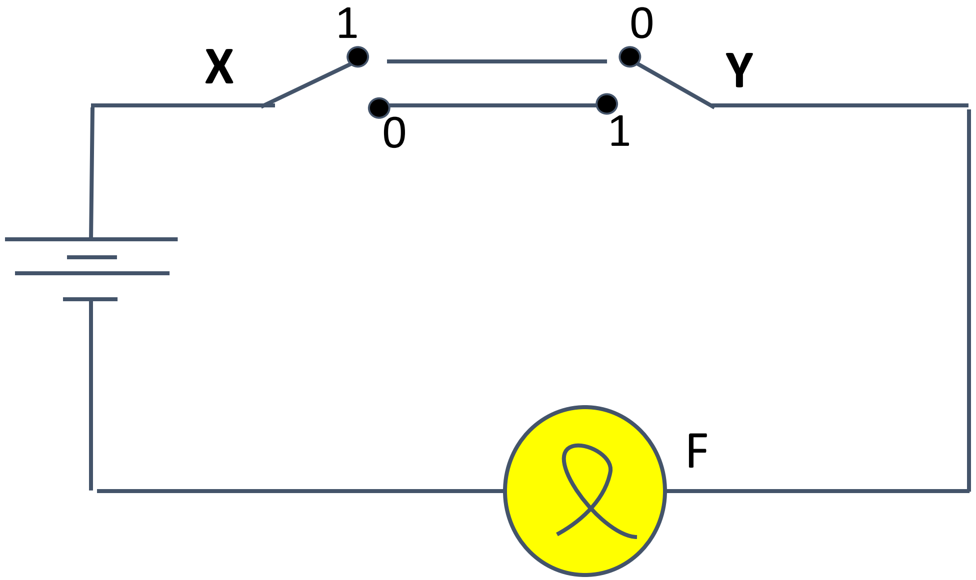
Para OR



X	Y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

PROF: ING. ROBERTO MANDUJANO WILD

Para XOR



X	Y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

ii. Implementación con COMPUERTAS

Ejemplo 1

Implementar la siguiente función booleana utilizando compuertas

$$F = (BC + B'C')' \, ((AB)'(A'+C)')'$$

$$= [(BC)' \cdot (B'C')'] \, [\, (AB)'' + (A'+C)'' \,]$$

$$= [(BC)' \cdot (B''+C'')] \, [\, (AB) + (A'+C) \,]$$

$$= [(B'+C') \cdot (B + C)] \, [\, (AB) + (A'+C) \,]$$

$$= [B'B + B'C + BC' + CC'] \, [\, AB + A'+C \,]$$

$$= [0 + B'C + BC' + 0] \, [\, AB + A'+C \,]$$

$$= [B'C + BC'] \, [AB + A'+C] \qquad \textbf{Ley de la regadera}$$

$$= B'CAB + B'CA' + B'CC + BC'AB + BC'A' + BC'C$$

$$= B'CA' + B'CC + BC'AB + BC'A'$$

$$= A'B'C + B'C + ABC' + A'BC'$$

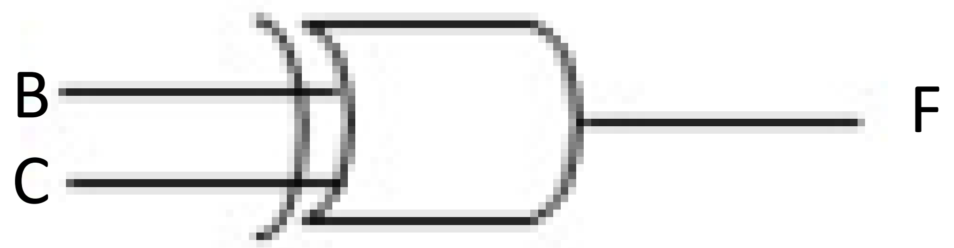
$= A'B'C + B'C + ABC' + A'BC'$

$= B'C\,(A' + 1) + BC'\,(A + A')$

$= B'C\,(1) + BC'\,(1)$

$= B'C + BC'$

$= B \oplus C$

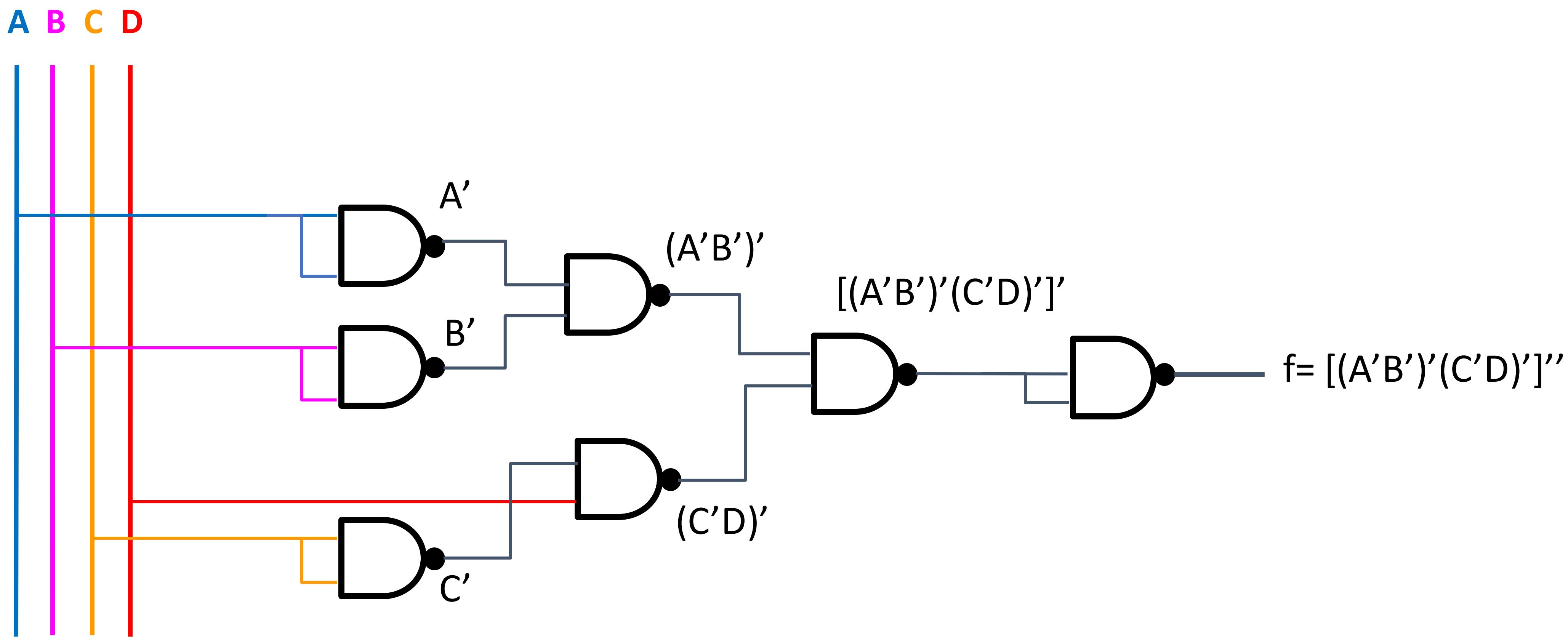


Ejemplo 2

Implementar la siguiente función booleana utilizando exclusivamente compuertas NAND

$$
\begin{aligned}
F &= (A+B)\,(C+D') \\
&= [(A+B)\,(C+D')]'' \\
&= [(A+B)' + (C+D')']' \\
&= [(A' \cdot B') + (C' \cdot D'')]' \\
&= (A' \cdot B')' \cdot (C' \cdot D)' \\
&= [(A' \cdot B')' \cdot (C' \cdot D)']''
\end{aligned}
$$

UNA NAND CON LAS ENTRADAS PUENTEADAS ES UN INVERSOR

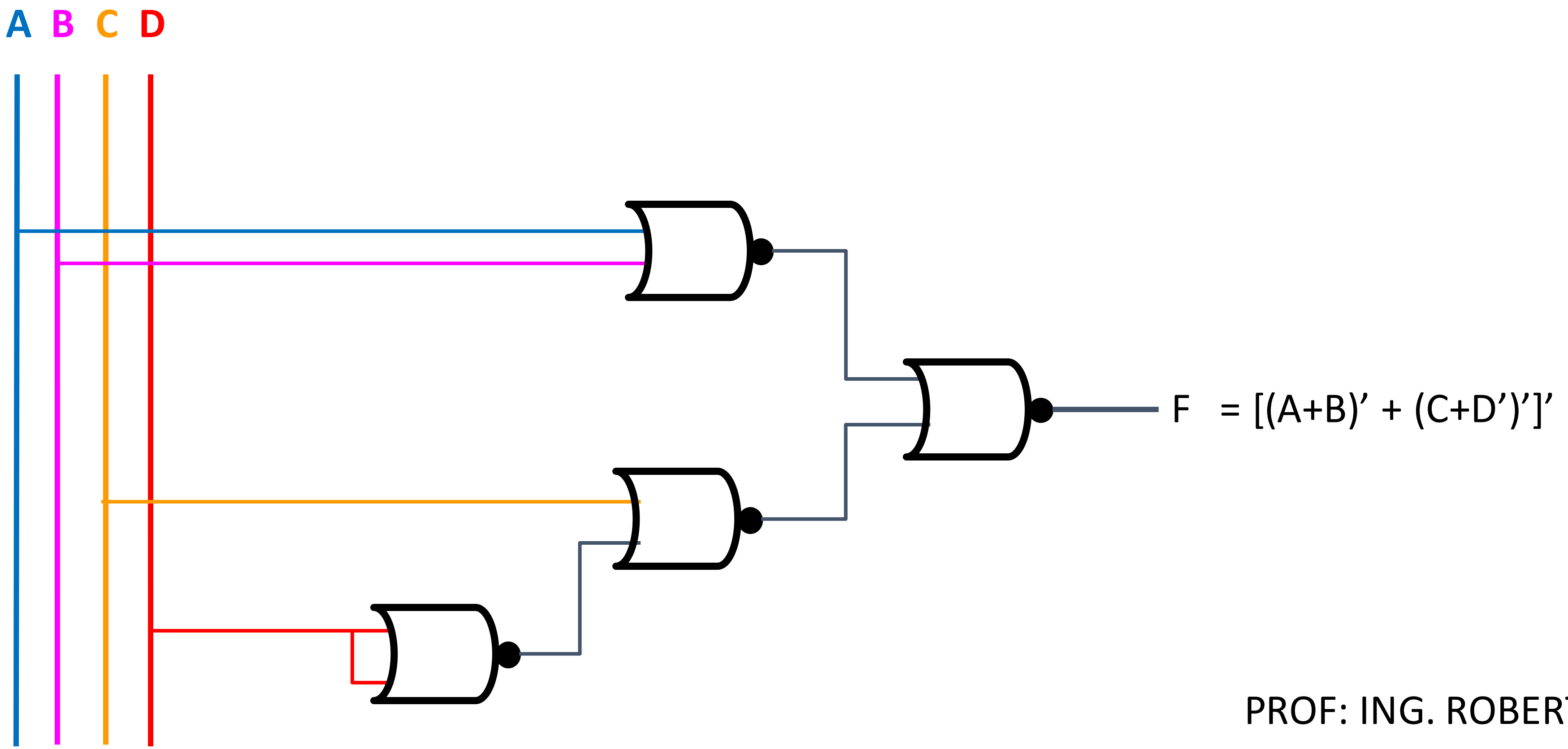


PROF: ING. ROBERTO MANDUJANO WILD

Ejemplo 3

Implementar la siguiente función booleana utilizando exclusivamente compuertas NOR

$$F = (A+B)\,(C+D')$$
$$= [(A+B)\,(C+D')]''$$
$$= [(A+B)' + (C+D')']'$$



PROF: ING. ROBERTO MANDUJANO WILD

TEMA 4. MINIMIZACIÓN

1. Definición

Minimizar es reducir una función booleana a su mínima expresión con el fin de optimizar la implementación. Existen 3 métodos de minimización:

A. Álgebra de Boole

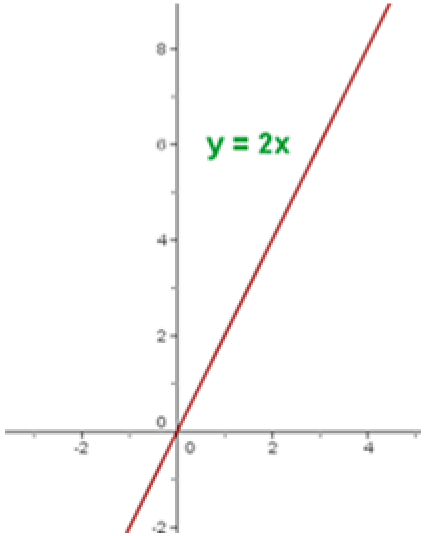
Es un método 100% algebráico que me sirve para minimizar funciones booleanas con cualquier número de variables.

B. Mapas de Karnaugh

Método gráfico para minimizar funciones booleanas con un pequeño número e variables (máx. 5 ó 6)

Ej. f(x)= 2x **Mundo euclidiano**

x	**f(x)**
0	0
1	2
2	4
3	6



PROF: ING. ROBERTO MANDUJANO WILD

C. Quine McCluskey

Método tabular e iterativo, y por lo tanto susceptible de ser programado por computadora, y nos sirve para minimizar funciones booleanas con un gran número de variables.

2. Mapas de Karnaugh

a) Introducción

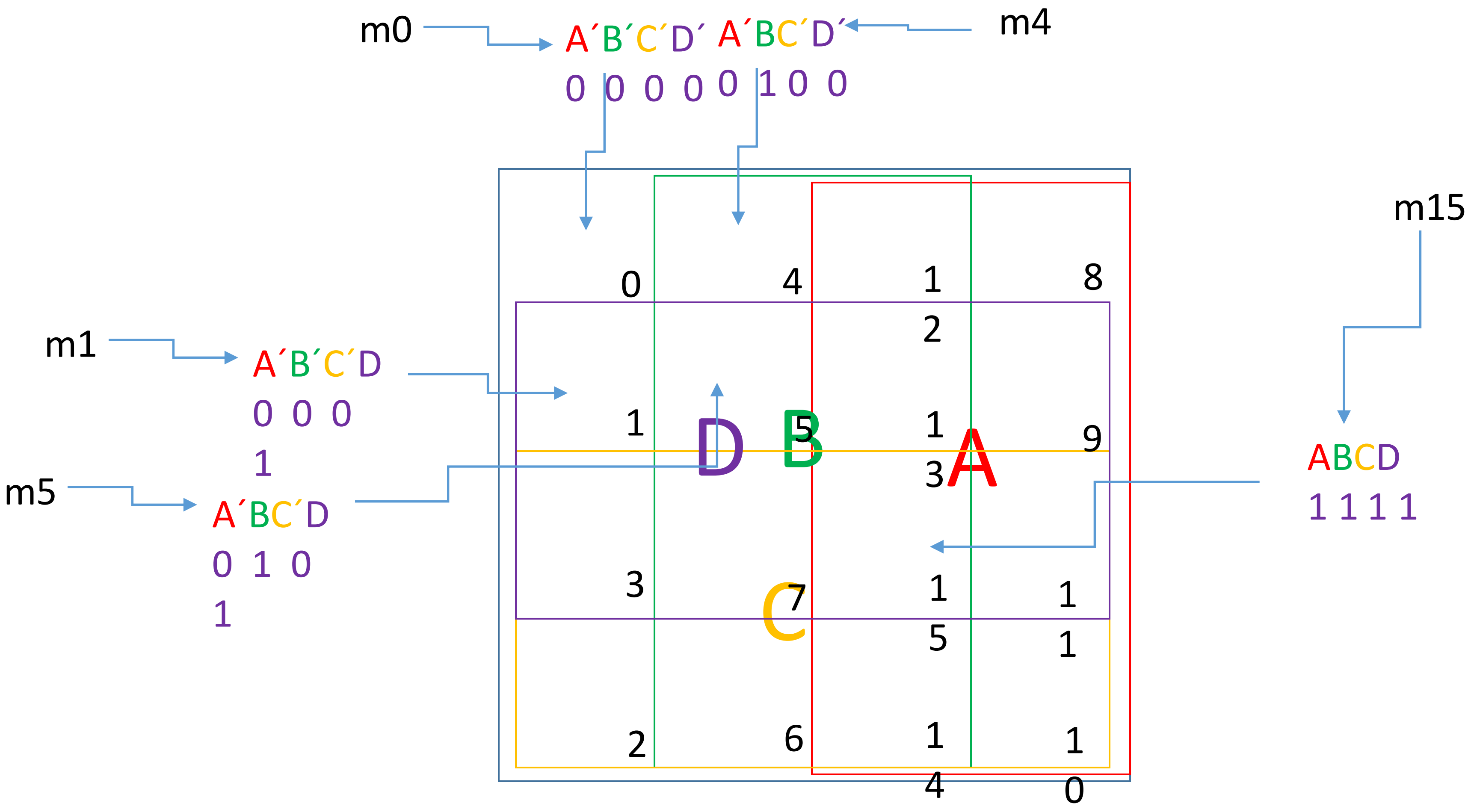
Un mapa de Karnaugh es una representación gráfica de un espacio booleano que puede contener una o varias funciones booleanas y equivale a una tabla de verdad.

b) Construcción de un mapa de Karnaugh

1.-Puesto que el mapa de Karnaugh representa un espacio booleano de **n** número de variables, al definir la región de cada variable (dominio) se generan cuadritos de forma tal que cualquier par de cuadritos inmediatos deben de corresponder a condiciones de combinaciones de variables lógicamente adyacentes, es decir, **QUE DIFIERAN EN UN SOLO BIT.**

2.-El mapa de Karnaugh debe ser lo más cuadrado posible

3.-Si deseamos representar un espacio booleano de **n** variables, el mapa de Karnaugh tendrá 2^n cuadritos.

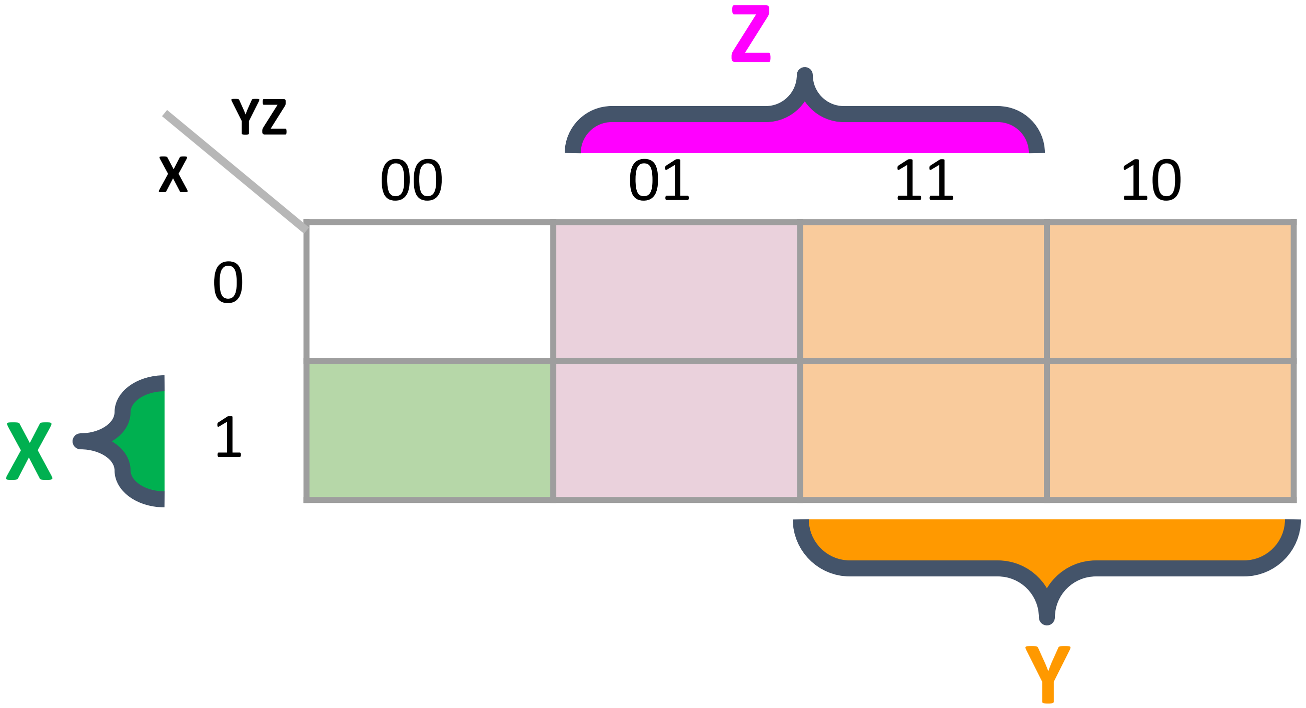


PROF: ING. ROBERTO MANDUJANO WILD

PENSAR TODO TODO TODO EN POTENCIA DE 2

Ejemplo

Construir un mapa de Karnaugh de tres variables X, Y, Z.



PROF: ING. ROBERTO MANDUJANO WILD

PENSAR TODO TODO TODO EN POTENCIA DE 2

Una vez que tenemos un mapa de Karnaugh podemos representar una función booleana.

Ejemplo
Representar la siguiente función booleana en un mapa de Karnaugh

X	Y	Z	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Z **XY**	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	1	1	0	0

PENSAR TODO TODO TODO EN POTENCIA DE 2

I. Minimización en suma de productos utilizando mapas de Karnaugh

Los pasos a seguir son:

1. Llenar el mapa de Karnaugh correspondiente con el valor de la función booleana, para ello es conveniente que la función booleana esté expresada en forma canónica o en una tabla de verdad.
2. Considerar las condiciones Don't care como *.
3. Agrupar los 1’s adyacentes en grupos de números de unos potencia de 2 (1, 2, 4, 8, …)
4. Si ayuda tomar los * como 1’s se toman. Con el fin de **hacer grupos MÁS GRANDES** se vale tomar más de 1 vez los 1’s siempre y cuando **no existan conjuntos redundantes**.
5. Identificar la mínima cantidad de grupos que **agrupen a todos los 1’s.**
6. La función minimizada será igual a la suma de los dominios de esos grupos.
7. **La minimización NO es única, pero SÍ mínima**.

PROF: ING. ROBERTO MANDUJANO WILD

Una vez que tenemos una función booleana representada en un mapa de Karnaugh podemos minimizarla.

Ejemplo

Minimizar la siguiente función booleana utilizando un mapa de Karnaugh

X	Y	Z	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

XZ´

Z \ XY	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	1	1	0	0

X’Z

f(X,Y,Z)sp=XZ´+X’Z

PENSAR TODO TODO TODO EN POTENCIA DE 2

Ejemplo

Dada la siguiente función booleana representada en un mapa de Karnaugh, minimizarla.

SI MEDIO ESTÁ, NO LO TOMO EN CUENTA

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	*	0
01	0	0	*	1
11	1	0	*	*
10	0	1	*	*

Son adyacentes

Debe ser lo más cuadrado posible

Hay 3 grupos:

1. Su dominio está en A y D ∴ AD
2. Su dominio está en BCD’
3. Su dominio está en B’CD

f(A,B,C,D) = AD + BCD’ + B’CD

GRUPO GRANDE = DOMINIO PEQUEÑO

PROF: ING. ROBERTO MANDUJANO WILD

Ejemplo

Minimizar la siguiente función booleana F(A, B, C, D, E) = **∑m** (0, 2, 8, 11, 15, 18, 20, 21, 27, 28, 29, 31)

DE \ ABC	000	001	011	010	110	111	101	100
00	1	0	0	1	0	1	1	0
01	0	0	0	0	0	1	1	0
11	0	0	1	1	1	1	0	0
10	1	0	0	0	0	0	0	1

CONJUNTO REDUNDANTE

Es aquel conjunto donde todos sus elementos ya están agrupados en otro grupo.

F(A,B,C,D,E) = A’C’D’E’ + B’C’DE’ + BDE + ACD’

PROF: ING. ROBERTO MANDUJANO WILD