Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemáticas
Primer semestre de 2020

Interrogación 7
MAT1107 - Introducción al Cálculo

(1) Calcule el valor de

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \frac{1}{2^k}.$$

(3 puntos)

Solución. Usamos el teorema del binomio:

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \frac{1}{2^k} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^k 1^{n-k} = \left(1+\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{3}{2}\right)^n.$$

Identificar como una suma proveniente del teorema del binomio: **(1.5 puntos)**

Respuesta final: **(1.5 puntos)**

(2) Encuentre el coeficiente que acompaña el témino x^{13} en la expansión de

$$\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^{17}.$$

Puede dejar su respuesta expresada en términos de coeficientes binomiales. **(3 puntos)**

Solución.

Usamos el teorema del binomio:

$$\begin{aligned} \left(x^2+\frac{1}{x}\right)^{17} &= \sum_{k=0}^{17} \binom{17}{k} (x^{-1})^k (x^2)^{17-k} && \textbf{(1 punto)} \\ &= \sum_{k=0}^{17} \binom{17}{k} x^{34-3k}. && \textbf{(0.5 puntos)} \end{aligned}$$

Vemos que tenemos que elegir el coeficiente correspondiente a $k = 7$. **(1 punto)**

Luego, el coeficiente buscado es $\binom{17}{7}$. **(0.5 puntos)**

No es necesario dar un resultado numérico.