



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA  
PROFESOR: REINALDO ARELLANO  
AYUDANTE: DANIEL GÁLVEZ  
PRIMER SEMESTRE 2024

## Modelos Probabilísticos - EYP1025/1027

### Ayudantía 5

1. Sea  $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$  y  $\mathcal{F} = \{\emptyset, \Omega, \{1\}, \{2, 3, 4\}\}$ . ¿Es  $X(\omega) = 1 + \omega$  una variable aleatoria con respecto de  $\mathcal{F}$ ? En caso de que no, defina alguna función que si sea una variable aleatoria.
2. Sea  $X$  una variable aleatoria real definida sobre  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  y  $a, b \in \mathbb{R}$ .
  - (a) ¿Es  $aX + b$  una variable aleatoria sobre  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  ?
  - (b) ¿Es  $X^2$  una variable aleatoria sobre  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  ?
3. Se lanza 3 veces, de manera independiente, una moneda sesgada con probabilidad  $3/4$  de dar cara. Defina la variable aleatoria

$X$  = Número de sellos obtenidos

- (a) Encuentre  $\Omega$
  - (b) Encuentre  $X(\omega)$  ,  $\forall \omega \in \Omega$
  - (c) Encuentre  $P_X(\{x\})$
  - (d) Dibuje  $F_X$
4. Una variable aleatoria  $X$  se dice que es absolutamente continua con densidad  $f_X : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$  si

$$P_X((a, b]) = \int_a^b f_X(x) dx$$

para cualquier  $a, b \in \mathbb{R}$ .

- (a) Muestre que  $\int_{\mathbb{R}} f_X(x) dx = 1$
  - (b) Muestre que  $P_X(\{y\}) = 0$  para cualquier  $y \in \mathbb{R}$
  - (c) Encuentre una formula para  $F_X(y)$  en terminos de  $f_X$
5. Dibuje la función de distribución acumulada para los siguientes casos

$$(a) F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x}, & x > 0 \\ 0 & e.o.c \end{cases}$$

$$(b) \quad F_Y(y) = \begin{cases} 0, & \text{si } y < 0 \\ 1/8, & \text{si } 0 \leq y < 1 \\ 1/2, & \text{si } 1 \leq y < 2 \\ 7/8, & \text{si } 2 \leq y < 3 \\ 1, & \text{si } y \geq 3 \end{cases}$$

$$(c) \quad F_Z(z) = \begin{cases} 0, & \text{si } z \leq 0 \\ \frac{z^2}{2}, & \text{si } 0 < z \leq 1/2 \\ \frac{z+1}{3}, & \text{si } 1/2 < z \leq 1 \\ 1, & \text{si } z > 1 \end{cases}$$