

# Funciones Cuadráticas

Introducción al Cálculo - MAT1107

Rodrigo Vargas

<sup>1</sup>Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile

<sup>2</sup>LIES Laboratorio Interdisciplinario de Estadística Social, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile

13 de Abril de 2023



Laboratorio  
Interdisciplinario de  
Estadística Social

## Definición.

Una **función cuadrática** es una función polinomial de grado 2. Entonces, una función cuadrática es  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

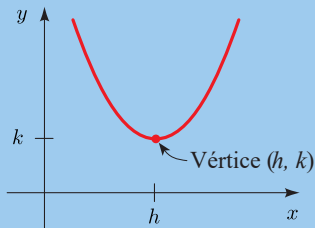
donde  $a, b, c \in \mathbb{R}$  con  $a \neq 0$ .

## Forma normal de una función cuadrática

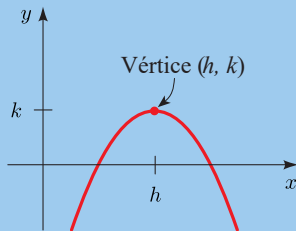
Una función cuadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$  se puede expresar en la **forma normal**

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

completando el cuadrado. La gráfica de  $f$  es una parábola con vértice  $(h, k)$ ; la parábola es convexa (se abre hacia arriba) si  $a > 0$  o cóncava (se abre hacia abajo) si  $a < 0$ .



$$f(x) = ax^2 + bx + c, a > 0$$



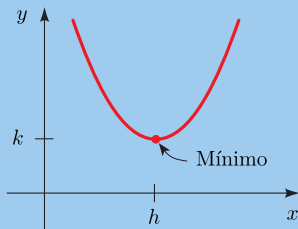
$$f(x) = ax^2 + bx + c, a < 0$$

**EJEMPLO 1** Sea  $f(x) = 2x^2 - 12x + 23$ . Exprese  $f$  en su forma normal y trace la gráfica de  $f$ .

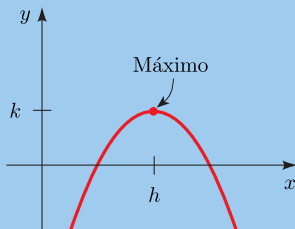
## Valor MÁXIMO o mínimo de una función cuadrática

Sea  $f$  una función cuadrática con forma normal  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ . El valor máximo o mínimo de  $f$  ocurre en  $x = h$ .

- 1 Si  $a > 0$  entonces el valor mínimo de  $f$  es  $f(h) = k$ .
- 2 Si  $a < 0$  entonces el valor máximo de  $f$  es  $f(h) = k$ .



$$f(x) = ax^2 + bx + c, a > 0$$



$$f(x) = ax^2 + bx + c, a < 0$$

**EJEMPLO 2** Considere la función cuadrática  $f(x) = 5x^2 - 30x + 49$ .

- 1 Exprese  $f$  en forma normal.
- 2 Trace la gráfica de  $f$ .
- 3 Encuentre el valor mínimo de  $f$ .

## Valor MÁXIMO o mínimo de una función cuadrática

El valor máximo o mínimo de una función cuadrática

$f(x) = ax^2 + bx + c$  se presenta en

$$x = -\frac{b}{2a}.$$

- 1 Si  $a > 0$  entonces el valor mínimo es  $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ .
- 2 Si  $a < 0$  entonces el valor máximo es  $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ .

**EJEMPLO 3** Un equipo de hockey juega en una cancha que tiene capacidad de 15.000 espectadores. Con el precio del boleto a \$14 dólares, el promedio de asistencia en juegos recientes ha sido de 9.500. Un estudio de mercado indica que por cada dólar que baje el precio del boleto, el promedio de asistencia aumenta en 1000. Encuentre el precio que lleve al máximo el ingreso por venta de boletos.



**EJEMPLO 4** Un canal de agua lluvia se forma doblando hacia arriba los lados de una lámina metálica rectangular de 28 centímetros de ancho, como se muestra en la figura. ¿Cuánto es el área máxima de la sección transversal de la canal?

