

# Gráficas de funciones

Introducción al Cálculo - MAT1107

Rodrigo Vargas

<sup>1</sup>Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile

<sup>2</sup>LIES Laboratorio Interdisciplinario de Estadística Social, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile

4 de Abril de 2022



Laboratorio  
Interdisciplinario de  
Estadística Social

## Definición.

- ① Sean  $A, B \subseteq \mathbb{R}$ . Diremos que  $f : A \rightarrow B$  es función si y solo si

$$(\forall a \in A)(\exists ! y \in B)(y = f(a)) .$$

- ② Diremos que el conjunto  $A$  es el dominio y el conjunto  $B$  el recorrido de la función  $f$ .
- ③ Si  $y = f(x)$  es una regla de asignación para números reales, entonces hemos llegado a la convención de que el dominio de la función  $f$  es

$$\text{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid y = f(x) \in \mathbb{R}\} .$$

En otras palabras, el dominio de la función es el mayor subconjunto de  $\mathbb{R}$  donde la ley es aplicable para calcular  $f(x)$ .

## Definición.

- 4 Si  $y = f(x)$  es una regla de asignación para números reales con dominio  $A$ , entonces hemos llegado a la convención de que el recorrido de la función es:

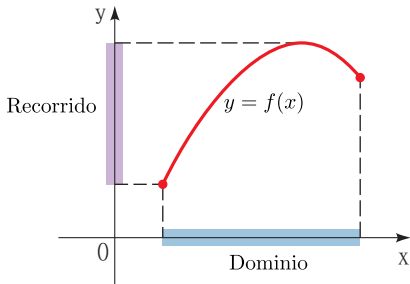
$$\text{Rec}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid \text{existe } x \in A \text{ tal que } y = f(x)\}.$$

En otras palabras, el recorrido de la función  $f$  es el menor subconjunto de  $\mathbb{R}$  en donde cada elemento  $y \in B$  tiene una pre-imagen, esto es existe  $x \in A$  tal que  $f(x) = y$ .

- 5 El gráfico de una función  $f : A \rightarrow B$  es el subconjunto

$$G(f) = \{(x, y) \in A \times B \mid y = f(x)\}.$$

La gráfica de una función nos ayuda a representar el dominio y recorrido de la función en el eje  $x$  y eje  $y$ , como se ve en la figura



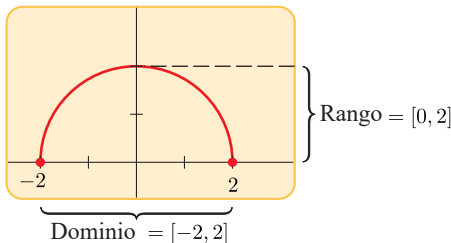
## EJEMPLO 1

- 1 Trace la gráfica de la función  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ .
- 2 Encuentre el dominio y recorrido a partir de la gráfica.

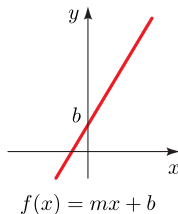
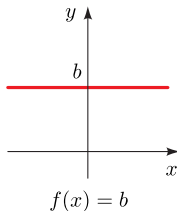
**Solución** La gráfica de  $f$  son los pares ordenados  $(x, y)$  tales que

$$y = f(x) \iff y = \sqrt{4 - x^2} \iff x^2 + y^2 = 4, \quad y \geq 0.$$

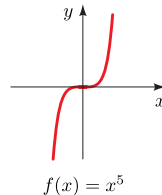
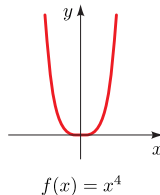
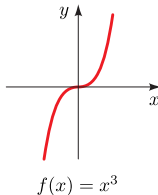
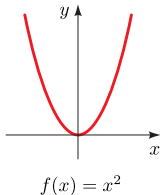
Lo cual corresponde a la parte superior de una circunferencia de centro en  $(0, 0)$  y radio 2.



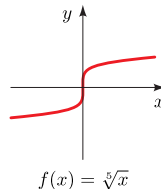
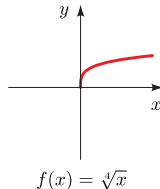
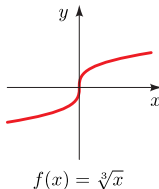
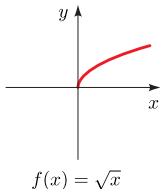
## 1 Funciones lineales o afines. $f(x) = mx + b$



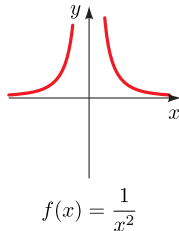
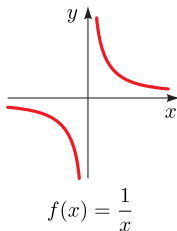
## 2 Funciones potencia. $f(x) = x^n$



## 3 Funciones raíz. $f(x) = \sqrt[n]{x}$



## 4 Funciones recíprocas. $f(x) = \frac{1}{x^n}$



**EJEMPLO 2** Trace la gráfica de la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1, \\ 2x + 1 & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

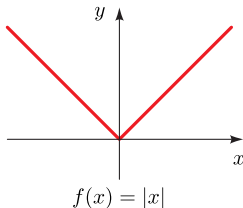


**EJEMPLO 3** Trace la gráfica de la función valor absoluto  $f(x) = |x|$ .

**Solución** Recuerde que

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ -x & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

Observe que la gráfica de  $f$  coincide con la recta  $y = x$  a la derecha del eje  $y$  y coincide con la recta  $y = -x$  a la izquierda del eje  $y$ .



**EJEMPLO 4** Definimos la función parte entera  $[\cdot] : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$  definida por

$$[x] = n \iff n \leq x < n+1 \quad \forall n \in \mathbb{Z}.$$

cuya gráfica se presenta a continuación

