Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística
Segundo Semestre 2018

EYP1026 - Modelos Probabilísticos

Ayudantía Nº 8

Profesor: Reinaldo Arellano
Ayudante: Catalina Bustamante
Fecha: 18 de Octubre 2018

1. Considere una variable aleatoria continua X, cuya función de densidad está dada por

$$f_X(x) = \beta \cdot e^{\beta\cdot(x-ln(\alpha))} \cdot e^{-e^{\beta\cdot(x-\ln\alpha)}}, x \in \mathbb{R}, \alpha, \beta > 0 \tag{1}$$

Muestre que si $Y = e^X$, entonces

$$F_Y(y) = 1 - \exp(-(\frac{y}{\alpha})^\beta) \tag{2}$$

2. Sea X una unif(0,1). Demuestre que la función de densidad de la v.a. $Y = 4X(1-X)$ es:

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{1-y}} & \text{si } 0 < y < 1 \\ \\ 0 & \text{si } e.o.c. \end{cases} \tag{3}$$

3. Sea X con distribución normal estándar. Demuestre que la v.a. $Y = |X|$ tiene función de densidad:

$$f_Y(y) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} & \text{si } y > 0 \\ \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases} \tag{4}$$

4. Propiedades del mínimo y del máximo: Para $n \geq 1$

   a) $f_{X_{(1)}}(x) = n \cdot f(x) \cdot (1 - F(x))^{n-1}$

   b) $f_{X_{(n)}}(x) = n \cdot f(x) \cdot (F(x))^{n-1}$

5. Función característica: Obtenga la función característica de una distribución Normal(μ, σ^2), de una distribución Poisson(λ) y de una distribución Binomial(n, p).