



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROFESOR: RODRIGO VARGAS
AYUDANTES: MATEO DE LA CUADRA Y MATHÍAS LUENGO

Introducción al Cálculo - MAT1107

Ayudantía 5

13 de Marzo de 2023

Pregunta 1

Determine los valores de a (y b cuando sea necesario) para que las siguientes reglas de asignación sean funciones. Luego, grafique y encuentre el dominio y recorrido de la función.

$$f(x) = \begin{cases} 10 & x \leq 3 \\ |a - x| & 3 \leq x \leq 8 \\ x - 3 & x \geq 8 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 10 & x \leq 1 \\ ax + b & 1 \leq x \leq 4 \\ 31 & x \geq 4 \end{cases}$$

Pregunta 2

Sea $f(x) = x^3$. Determine los gráficos de las siguientes funciones:

- i. $-f(x)$
- ii. $f(-x)$
- iii. $f(x) + 1$
- iv. $f(x + 1)$
- v. $2f(x)$
- vi. $f\left(\frac{x}{2}\right)$
- vii. $f(-x) - 1$

Pregunta 3

Sea $f : A \rightarrow B$ definida por $f(x) = |x + 1| + |x - 1| + |x - 2|$.

- a) Determine el dominio de f .
- b) Encuentre cuando f es 0, cuando es negativa y cuando es positiva.
- c) Determine el recorrido de f .
- d) Bosqueje el gráfico de f .

Pregunta 4

Grafique las siguientes funciones y determine sus recorridos.

- a) $f: [-5,5] \rightarrow \mathbb{R}$, $g: [-3,3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = [x]^2$, $g(x) = [x^2]$.
- b) $f, g: [-5,5] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2[x] + 1$, $g(x) = [2x + 1]$.
- c) $f: [-5,5] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - [x]$.

Pregunta 5

Determine el dominio y recorrido de las siguientes funciones.

- a) $f_1(x) = \frac{x}{k+x}$, $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- b) $f_2(x) = \sqrt{mx + n}$, $m, n > 0$.
- c) $f_3(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x+1}}$. (Solo calcular dominio)

Pregunta 6

Considere $f(x) = x^2$. Se aplicarán las siguientes transformaciones:

- i. Se refleja respecto al eje x.
- ii. Se contrae por un factor de $\frac{1}{2}$ verticalmente.
- iii. Se mueve verticalmente tres unidades (hacia los positivos).
- iv. Se elonga horizontalmente por un factor de $\frac{1}{3}$.
- v. Se refleja respecto al eje y.

Llame g al resultado. Dé una fórmula explícita para g y gráfíquela.