

MAT1107 – Introducción al Cálculo
Solución Interrogación N° 2

1. Resuelva la inecuación con valor absoluto

$$\left| \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x + 1} \right| \leq 1.$$

Solución. Notemos que

$$\left| \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x + 1} \right| = \left| \frac{(x-3)(x-1)}{(x-1)^2} \right| = \left| \frac{x-3}{x-1} \right|.$$

Tenemos que $x \neq 1$ es una restricción. Entonces la desigualdad es equivalente con

$$\left| \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x + 1} \right| \leq 1 \iff \left| \frac{x-3}{x-1} \right| \leq 1 \iff |x-3| \leq |x-1|.$$

Como ambas cantidades son positivas, elevando al cuadrado obtenemos

$$(x-3)^2 \leq (x-1)^2 \iff x^2 - 6x + 9 \leq x^2 - 2x + 1 \iff 2 \leq x.$$

Por lo tanto, el conjunto solución de la inecuación es $S = [2, \infty)$.

Puntaje Pregunta 1.

- 3 puntos por reducir la inecuación original a $|x-3| \leq |x-1|$.
- 3 puntos por encontrar el conjunto solución.

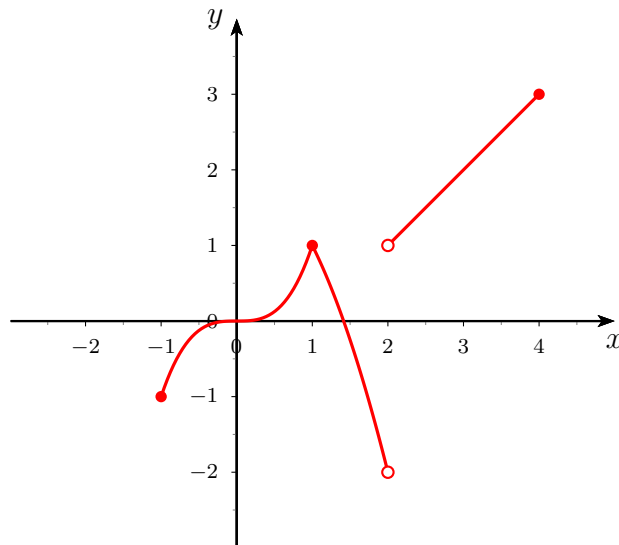
2. Considere la función definida por tramos

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } -1 \leq x \leq 1, \\ -x^2 + 2 & \text{si } 1 < x < 2, \\ x - 1 & \text{si } 2 < x \leq 4. \end{cases}$$

- a) Trace la gráfica de la función f .
- b) Determine el dominio de f .
- c) Determine el recorrido de f .

Solución.

- a) El gráfico de la función f se muestra a continuación



- b) A partir del gráfico se ve que $\text{Dom}(f) = [-1, 2) \cup (2, 4]$.
- c) A partir del gráfico se ve que $\text{Rec}(f) = (-2, 3]$.

Puntaje Pregunta 2.

- 2 puntos por realizar el gráfico de f .
- 2 puntos por determinar el dominio de f .
- 2 puntos por determinar el recorrido de f .