



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA  
PROFESOR: REINALDO ARELLANO  
AYUDANTE: DANIEL GÁLVEZ  
PRIMER SEMESTRE 2024

## Modelos Probabilísticos - EYP1025/1027

### Ayudantía 2

1. Sea  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  un espacio de probabilidad. Demuestre que

(a) Si  $A_1 \subset A_2 \subset \dots \in \mathcal{A}$ , entonces  $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$

(b) Si  $A_1 \supset A_2 \supset \dots \in \mathcal{A}$ , entonces  $P\left(\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$

2. Sea  $(\Omega, \mathcal{A})$  un espacio medible y  $\{a_n\}_{n \geq 1}$  una secuencia de medidas de probabilidad en  $(\Omega, \mathcal{A})$ . Defina

$$\lambda(B) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i(B)}{2^i}, \quad B \in \mathcal{A}$$

¿Es  $\lambda$  una medida de probabilidad en  $(\Omega, \mathcal{A})$ ?

3. Suponga el experimento de lanzar una moneda honesta y luego un dado equilibrado.

- (a) Defina un modelo de probabilidad  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  para este experimento.
- (b) Calcule la probabilidad de que salga un número par en el dado.
- (c) Defina los siguientes eventos

$A$  = Sale cara y un número primo

$B$  = Sale cara y un número impar

Calcule la probabilidad de que ocurra al menos uno de los dos eventos.

4. Suponga que 5 bolitas se distribuyen en 7 urnas. Asuma que cada bola cae de manera independiente en alguna de las urnas con igual probabilidad. Determine la probabilidad de que haya al menos una urna con más de una bolita.

5. Una mano de poker consiste en cinco cartas seleccionadas sin reemplazo de una baraja de 52 (sin comodines). Determine la probabilidad de obtener las siguientes combinaciones:

- (a) Escalera de color real:  $(10, J, Q, K, A)$  y del mismo palo
- (b) Poker: cuatro cartas con la misma numeración.