Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística

EYP1016 - Introducción a la Estadística

Ayudantía 10

Profesora : Anita Araneda
Ayudante : Pilar Tello
Fecha : 17 de Mayo del 2016

1. Suponga que $X_1, \ldots, X_n \stackrel{iid}{\sim} Uniforme(a, b)$. Encuentre un estadístico suficiente para $\theta = (a, b)$ utilizando el Teorema de factorización.

2. Sean $X_1, \ldots, X_n \stackrel{iid}{\sim} Normal(\mu, \sigma^2)$, con σ^2 desconocido. Encuentre un estadístico suficiente para $\theta = (\mu, \sigma^2)$ utilizando el Teorema de factorización.

3. Considere una muestra aleatoria X_1, X_2, X_3 proveniente de una distribución continua cuya función de densidad es:
$$f_X(x) = \theta x^{\theta-1},\ 0 < x < 1.$$
Si se observa $X_1 = 0.4, X_2 = 0.7, X_3 = 0.9$ entregue estimaciones de θ utilizando:
   a) Método de momentos:
   b) Método de máxima verosimilitud.

4. Sea X_i el número de clientes que solicitan información a una empresa constructora durante el día i. Asuma que $X_1, \ldots, X_n \stackrel{iid}{\sim} Poisson(\lambda)$. Se desea estimar el número esperado de clientes que solicitan información en un día. Para esto se tomó una muestra aleatoria durante 50 días de la cantidad de clientes que llegaron por día, obteniéndose:

Número de clientes por día	0	1	2	3	4
Cantidad de días observados	17	22	7	3	1

Encuentre el estimador máximo verosímil de λ y luego el estimador máximo verosímil de la probabilidad de que el número de clientes durante un día sea 0.

5. Suponga que X : Tiempo de falla de cierto tipo de componentes, sigue una distribución $Weibull(\lambda, 2)$, cuya función de densidad está dada por:
$$f_X(x) = \frac{2x}{\lambda} exp\left\{ -\frac{x^2}{\lambda} \right\},\ x > 0, \lambda > 0$$
Se toma una muestra $X_1, X_2, \ldots, X_n$ de estos tiempos de falla:
   a) Encuentre el estimador de máxima verosimilitud de λ.
   b) Determine la esperanza y la varianza del estimador de máxima verosimilitud.

Hint: se sabe que $Y = X^2 \sim Exponencial(1/\lambda)$.