



Pontificia Universidad Católica de Chile
Bastían Mora - bmor@uc.cl
Matías Fernández - matias.fernandez@uc.cl

MAT1107 - Introducción al Cálculo

Ayudantía 09 - Jueves 19 de mayo del 2022

Problema 1.. Si $\{a_n\}$ es una progresión aritmética con diferencia d , verifique que se tiene:

- a) $a_1 + \dots + a_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$, para $n = 1, 2, \dots$
- b) $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$, para $n = 2, 3, 4, \dots$. Es decir, cada término es el promedio aritmético de sus dos vecinos.

Problema 2.. Dado $r \neq 1$, calcule el valor de $1 + r + \dots + r^{n-1}$ con $n \geq 1$. ¿Qué ocurre cuando $r = 1$?

Problema 3.. Sea $\{a_n\}$ una progresión geométrica con razón $r \neq 1$. Verifique que:

- a) $a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_1 \frac{1-r^n}{1-r}$, para $n = 1, 2, 3, \dots$
- b) Si los términos a_n son positivos, se tiene que $a_n = \sqrt{a_{n-1}a_{n+1}}$, para $n = 2, 3, 4, \dots$

Problema 4. Sea $r \in \mathbb{R}$ tal que $0 < r < 1$. Sea $s_n = \sum_{i=1}^n r^i$, para cada $n \geq 1$. Demuestre que $s_{n+1} > s_n$ para $n \geq 1$. Demuestre que la sucesión $\{s_n\}_{n \geq 1}$ está acotada superior e inferiormente.

Problema 5. Encuentre el valor de la suma $1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + \dots + n \cdot 2^n$.

Problema 6. Sea $a_n = \frac{2^n}{3}$ para $n \geq 1$. Considere la sucesión dada por

$$P_n = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n, \quad n \geq 1.$$

Calcule P_{100} .