



Pontificia Universidad Católica de Chile
Bastían Mora - bmor@uc.cl
Matías Fernández - matias.fernandez@uc.cl

MAT1107 - Introducción al Cálculo

Ayudantía 07 - Jueves 05 de mayo del 2022

Problema 1. Sea $x \in \mathbb{R}$. Demuestre que $e^x + e^{-x} \geq 2$.

Problema 2. Usando la desigualdad de Bernoulli deduzca que

$$c^n \geq c \text{ para todo } n \in \mathbb{N}, c > 1$$

Problema 3. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x+y) = f(x)f(y)$ para todo $x, y \in \mathbb{R}$. Suponga que $f(0) \neq 0$. Demuestre que

- a) $f(0) = 1$.
- b) $f(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Problema 4. Sea $f : (5, \infty) \rightarrow B$ dada por $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2-9}$.

- a) Determine B para que f sea sobreyectiva.
- b) Pruebe que f es inyectiva.
- c) Calcule f^{-1} e identifique su dominio.

Problema 5. Sean las funciones

$$f(x) = x + \frac{2}{x}, \quad g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x < 3, x \neq 0 \\ \sqrt{x} & x \geq 3. \end{cases}$$

Determine una expresión para $g \circ f$, identificando su dominio.