



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA  
PROFESOR: REINALDO ARELLANO  
AYUDANTE: DANIEL GÁLVEZ  
PRIMER SEMESTRE 2024

## Modelos Probabilísticos - EYP1025/1027

### Ayudantía 7

1. Sea  $X$  una variable aleatoria con fmp dada por

$$p_X(x) = \begin{cases} k \frac{x}{2^x}, & x = 1, 2, \dots \\ 0, & e.o.c \end{cases}$$

- (a) Encuentre el valor de  $k$  tal que  $p_X(x)$  sea efectivamente una fmp.  
(b) Calcule  $P(X < k)$

Hints:  $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n = \frac{x}{(1-x)^2}$ , si  $|x| < 1$ ;  $\sum_{n=1}^k na^n = \frac{a(ka^{1+k} - a^k(1+k) + 1)}{(a-1)^2}$

2. Sea  $X$  una v.a con fmp dada por

$$p_X(x) = p(1-p)^{x-1}, \quad x = 1, 2, \dots$$

Calcule  $\mathbb{E}(X)$  y  $P(X > m+n | X > n)$ . **Propuesto:** interprete la probabilidad anterior.

3. Sea  $X$  una v.a con fda dada por

$$F_X(x) = \frac{1 - e^{-\lambda \alpha x}}{\alpha}, \quad x > 0$$

Con  $\lambda > 0$ .

- (a) Encuentre  $f_X(x)$  y el valor de  $\alpha$  para que efectivamente sea una fdp.  
(b) Calcule  $\mathbb{E}(aX + b)$ . Con  $a, b \in \mathbb{R}$

4. Sea  $X$  con fda dada por

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ 1-p & -1 \leq x < 0 \\ 1-p + \frac{xp}{2} & 0 \leq x < 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$$

Calcule  $\mathbb{E}(X)$  de dos formas distintas. ¿Reconoce la fda si  $p = 1/2$ ? Pista: Vea su I1.