



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESOR: RODRIGO VARGAS  
AYUDANTES: MATEO DE LA CUADRA Y MATHÍAS LUENGO

## Introducción al Cálculo - MAT1107

### Ayudantía 3

23 de Marzo de 2023

## Pregunta 1

¿Para que valores se cumplen las inecuaciones?

- a) Un hombre y su hija fabrican mesas y sillas sin acabado. Cada mesa requiere de 3 horas de aserrado y 1 hora de ensamble. Cada silla requiere de 2 horas de aserrado y 2 horas de ensamble. Entre los dos pueden trabajar aserrando hasta 12 horas y ensamblando 8 horas todos los días. Formule un sistema de desigualdades que describa todas las combinaciones posibles de mesas y sillas que pueden fabricar cada día. Grafique el conjunto solución.
- b)  $\sqrt{x^2 + 1} > 2$
- c)  $|x + 1| \leq \sqrt{x^2 - 4x + 4} + 3$

## Pregunta 2

Encuentre los valores de  $x$  para los cuales las siguientes inecuaciones se cumplen:

- a)  $|5x + 5| - 8 \leq 17$
- b)  $\left| \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - 4x - 5} \right| > 2$
- c)  $|3x + 2| \geq |x + 1| + |2x + 1|$
- d)  $|x^2 - 2x| + x|x - 3| \geq 3$

## Pregunta 3

Sea  $z > 0$ , un real fijo y sea  $A_z$ , el conjunto solución de la inecuación

$$|x^2 + zx + z^2| \leq zx + 2z^2$$

Considere  $0 < z_1 < z_2$ . Demuestre que  $A_{z_1} \subset A_{z_2}$ .

## Pregunta 4

Encuentre el conjunto solución de las siguientes inecuaciones

a)  $\sqrt{x^2 - 4} \leq x$

b)  $\sqrt[3]{x^3 - 8} \leq x$

¿En qué se diferencian ambos conjuntos?

## Repaso I1:

### Pregunta 5

1. Sean  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  números reales tales que  $a^2 + b^2 = 1$  y  $c^2 + d^2 = 1$ . Demuestre que:

$$ac + bd \leq 1$$

2. Demostrar que si  $x$  es real positivo, entonces:

$$x^3 + \frac{1}{x^3} \geq x + \frac{1}{x}$$

### Pregunta 6

Demuestre que si  $a^2 \geq 1$ ,  $b^2 \geq 4$  y  $\frac{ab-b}{2} + a \leq 1$ , entonces  $ab - 2a + b \leq 2$ .