

Ejercicios 4: EYP1027 Modelos Probabilísticos

Profesor: Reinaldo B. Arellano-Valle Ayudante: Camilo I. González

Ejercicio 1: Desarrollar los Ejercicios 1, 2, 3, 4, 14 y 15 de la Guía de Ejercicios 2. (I2)

Ejercicio 2: Desarrollar los Ejercicios de la Guía de Ejercicios 4. (I2)

Ejercicio 3: El gasto por cliente, X , en un local nocturno se distribuye normal con una media de \$720 y una desviación estándar de \$225.

- (a) Encuentre la proporción de clientes que gastan más de \$1200. (I2)
- (b) Entre qué cantidades estará el 50 % (central) de los gastos por cliente ? (I2)
- (c) Si se sabe que un cliente ha gastado más de \$1000, cual es la probabilidad de que gaste más de \$1200 ? (I2)

Ejercicio 4: Sea (X, Y) un vector aleatorio con fdp dada por:

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- (a) Son X e Y variables aleatorias independientes ? (I2)
- (b) Sea $V = (X + Y)/2$. Encuentre la fdp de V . (I3)
- (c) Encuentre la fgm de (X, Y) y el valor esperado de X^2Y . (I3)

Ejercicio 5: Considere la siguiente distribución de probabilidades del vector aleatorio (X, Y) :

$y \backslash x$	1	2	3
2	0.1	0.2	0.1
4	0.1	0.2	0.3

- (a) Encuentre las distribuciones marginales de X y de Y . (I2)
- (b) Son X e Y variables aleatorias independientes ? (I2)
- (c) Encuentre el vector de medias y la matriz de covarianza de (X, Y) . (I3)

Ejercicio 6: Sean X_1 y X_2 variables aleatorias independientes cada una con distribución normal estándar. Sea $Y_1 = X_1$ e $Y_2 = X_1 + X_2$.

- (a) Encuentre la distribución conjunta de Y_1 e Y_2 . (I3)
- (b) Muestre $Y_2 \sim N(0, 2)$. (I3)

Ejercicio 7: Sea (X, Y) un vector aleatorio con fdp dada por:

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-(x^2+y^2)/2}, \quad -\infty < x, y < \infty$$

- (a) Son X e Y variables aleatorias independientes ? (I2)
- (b) Sea $Z = X - Y$. Encuentre la fgm de D . Cuál es la distribución de Z ? (I3)
- (c) Calcule $\text{Cov}(X + Y, X - Y)$. (I3)
- (d) Use la fgm de (X, Y) para calcular el valor esperado de XY . (I3)

Ejercicio 8: Sean X_1 y X_2 variables aleatorias discretas iid con función de probabilidad:

$f(1) = 3/4$, $f(3) = 1/4$ y $f(x) = 0$ si $x \neq 1, 3$.

- (a) Encuentre la distribución conjunta de X_1 y X_2 . (I2)
- (b) Encuentre la fgm de (X_1, X_2) . (I3)
- (c) Encuentre la distribución conjunta de $Y_1 = (X_1 + X_2)/2$ e $Y_2 = (X_1 - X_2)^2/2$. (I3)

Ejercicio 9: Sea (X_1, X_2) un vector aleatorio con fdp dada por:

$$f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = 4x_1x_2, \quad 0 < x_1, x_2 < 1.$$

- (a) Encuentre las distribuciones marginales de X_1 y de X_2 . (I2)
- (b) Son X_1 y X_2 variables aleatorias independientes ? (I2)
- (c) Sea $Y_1 = X_1/X_2$ e $Y_2 = X_1X_2$. Encuentre la distribución conjunta de Y_1 e Y_2 . (I3)

Ejercicio 10: Sea (X, Y) un vector aleatorio con fdp dada por:

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 24x^2/y^3, & 0 < x < 1, y > 2, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- (a) Calcule $P(X < 1/2 | Y > 6)$. (I2)
- (b) Encuentre las funciones de densidad marginales de X e Y . (I2)
- (c) Son X e Y variables aleatorias independientes ? (I2)

– Santiago, 6 de Octubre de 2020 –