



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESOR: TOMÁS FÜHRER – AYUDANTE: AGUSTÍN GILBERT

## Introducción al Álgebra y Geometría - MAT1207-4 Ayudantía 1 - 14-03-2023

**Ejercicio 1:** Disponemos de un set de tarjetas. Por un lado son de algún color y por el otro tienen escrita una palabra. Considere la proposición siguiente:

“Si un lado de la tarjeta es rojo, entonces la palabra al otro lado es HOLA”

En la mesa hay 4 tarjetas, una roja, una verde una que dice HOLA y la otra que dice CHAO. ¿Cuál(es) de las tarjetas es necesario dar vuelta para verificar si la proposición es verdadera?

**Ejercicio 2:** Se define la proposición compuesta

$$M : (p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge r)$$

Sin usar las tablas de verdad, demuestre que

$$\neg M \equiv p \vee (q \wedge \neg r)$$

**Ejercicio 3:** Un numero impar se define como un número  $n \in \mathbb{Z}$  tal que

$$\exists k \in \mathbb{Z} : n = 2k - 1$$

Demuestre que si  $k$  es impar, entonces también se cumple que

$$\exists k' \in \mathbb{Z} : n = 2k' + 1$$

Con esto, demuestre que el número 903 es impar. Luego demuestre que NO existen números  $m, n \in \mathbb{Z}$  tal que

$$416m - 512n = 903$$

**Ejercicio 4:** Un numero par se define como un número  $n \in \mathbb{Z}$  tal que

$$\exists k \in \mathbb{Z} : n = 2k$$

Demuestre que si  $n$  es un número par, entonces no puede ser impar. Luego demuestre que si  $n^2$  es un número par, entonces  $n$  es un numero par.

**Ejercicio 5:** Demuestre que para todo  $n \in \mathbb{N}$ , 3 divide a  $4^n + 5$ .

**Ejercicio 6:** (Propuesto) Demuestre la desigualdad de Bernouille, en otras palabras

$$(1 + x)^n \geq 1 + nx$$

Para todos los  $x \in \mathbb{R}$  tal que  $x > -1$ , y para todos los  $n \in \mathbb{N}$ .