Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística

EYP1026 - MODELOS PROBABILÍSTICOS
Ayudantía N°4

Profesor: Guido del Pino
Ayudante: José Quinlan
Fecha: 31 de Agosto - 2016

1. Sean $X \sim \text{Poisson}(\lambda_1)$ e $Y \sim \text{Poisson}(\lambda_2)$ independientes con $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}^+$. Pruebe que $X + Y \sim \text{Poisson}(\lambda_1 + \lambda_2)$.

2. Sean $X \sim \text{Binomial}(n, p)$ e $Y \sim \text{Binomial}(m, p)$ independientes, donde $n, m \in \mathbb{N}$ y $p \in (0, 1)$. Demuestre que $X + Y \sim \text{Binomial}(n + m, p)$.

3. Considere X, Y variables aleatorias independientes y continuas. Suponga que $\text{E}[X] = \text{E}[Y] = \mu \in \mathbb{R}$, $\text{Var}[X] = \sigma_X^2 \in \mathbb{R}^+$ y $\text{Var}[Y] = \sigma_Y^2 \in \mathbb{R}^+$ con $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$. Defina $C(\alpha) = \alpha X + (1-\alpha)Y$, donde $\alpha \in [0, 1]$.

   a) Muestre que $\text{E}[C(\alpha)] = \mu$.

   b) Determine α tal que $\text{Var}[C(\alpha)]$ sea máxima.

4. Sean $X, Y \sim \text{Geométrica}(p)$ independientes con $p \in (0, 1)$.

   a) Determine las distribuciones de $f(X, Y) = \text{mín}\{X, Y\}$ y $g(X, Y) = X - Y$. Calcule sus valores esperados y varianzas.

   b) ¿Son $f(X, Y)$ y $g(X, Y)$ variables aleatorias independientes?. Justifique.