



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA  
PROFESOR: REINALDO ARELLANO  
AYUDANTE: DANIEL GÁLVEZ  
PRIMER SEMESTRE 2024

## Modelos Probabilísticos - EYP1025/1027

### Ayudantía 14

1. Sea  $X_1, \dots, X_n \stackrel{iid}{\sim} f_X$ . Defina

$$X_{(1)} = \min\{X_1, \dots, X_n\}, \quad X_{(n)} = \max\{X_1, \dots, X_n\}$$

(a) Encuentre una expresión para  $f_{X_{(1)}}(x)$  y  $f_{X_{(n)}}(x)$

(b) Aplique los resultados encontrados cuando  $F_X(x) = 1 - e^{-x^2}, x > 0$ .

2. Considere  $X_i \stackrel{ind}{\sim} \text{Exp}(\mu_i)$ , para  $i = 1, 2, \dots, n$ . Defina  $W = \min\{X_1, \dots, X_n\}$  y considere una muestra aleatoria  $W_1, \dots, W_j$ . Encuentre la fdp de

$$Y = \left( \frac{1}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \sum_{i=1}^j W_i \right) + \theta$$

3. Muestre que

$$f_{X_{(1)}, X_{(n)}}(x, y) = n(n-1)[F_X(y) - F_X(x)]^{n-2} f_X(x) f_Y(y), \quad z > y$$

4. Considere el caso  $X_1, \dots, X_n \sim \text{Exp}(1)$ . Encuentre la distribución del rango, esto es

$$R_n = X_{(n)} - X_{(1)}$$

5. **Propuesto:** Calcule  $\mathbb{E}(XY)$  si

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 3 \min\{x, y\}, & \text{si } 0 < x, y < 1 \\ 0, & \text{e.o.c} \end{cases}$$

6. **Propuesto:** Sea  $X_1, \dots, X_n$  una muestra proveniente de la distribución triangular

$$f_X(x) = 1 - |x|, \quad -1 \leq x \leq 1$$

Encuentre una expresión para  $\mathbb{E}(X_{(i)})$ .