

Ayudantia N 2

1. Demostrar que si P y Q son dos medidas de probabilidad definidas sobre un mismo espacio. Entonces $aP + bQ$ es también una medida de probabilidad para algunos números no negativos a y b tales que $a + b = 1$. Dar un ejemplo encontrando valores a y b que cumplan las condiciones.
2. Se lanza un dado hasta que aparece un seis. ¿Cuál es el espacio muestral de este experimento? Si E_n denota el suceso que son necesarios n lanzamientos para completar el experimento. ¿Qué elementos del espacio muestral están contenidos en E_n ? ¿Qué es $(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i)^c$?
3. Demuestre la siguiente desigualdad

$$\mathbb{P}(A \cap B) \geq \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - 1$$

4. sea \mathbb{P} una medida de probabilidad. Demuestre:
 - a) $\mathbb{P}(A) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(A \cap C_i)$ para alguna partición C_1, C_2, \dots
 - b) $\mathbb{P}(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) \leq \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_i)$ para cualquier conjunto A_1, A_2, \dots
5. Se lanza un dado hasta que aparece un seis. ¿Cuál es el espacio muestral de este experimento? Si E_n denota el suceso que son necesarios n lanzamientos para completar el experimento. ¿Qué elementos del espacio muestral están contenidos en E_n ? ¿Qué es $(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i)^c$?
6. Si $n \in \mathbb{N}$ objetos indistinguibles son asignados de manera aleatoria en n urnas, determine la probabilidad de que exactamente una urna quede vacía.
7. Un mazo contiene n cartas numeradas $1, 2, \dots, n$. Una persona escoge una carta al azar y la devuelve al mazo. Luego, escoge otra carta del mazo, la devuelve, y continúa así hasta obtener una misma carta por segunda vez. Sea X el número total de extracciones hasta obtener la repetición. Determinar el soporte de X , calcule $\mathbb{P}(X > k)$ y obtenga la función de probabilidad de X .