

Calcular la longitud de la curva cerrada de ecuación,  $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$ .

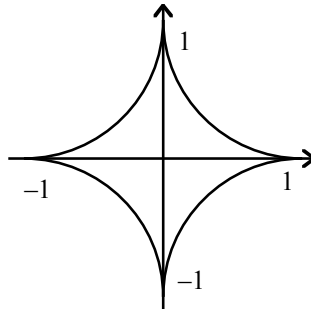
---

Solución:

Fácilmente se comprueba que las ecuaciones paramétricas

$$\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

representan la curva en cuestión.



Entonces, por simetría,

$$L = 4 \int_0^{\pi/2} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} dt = 12 \int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos^4 t \sin^2 t + \sin^4 t \cos^2 t} dt = 12 \int_0^{\pi/2} \sin t \cos t dt = 6$$