Transformaciones de Funciones

Introducción al Cálculo - MAT1107

Rodrigo Vargas

[1] **Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile**
[2] **LIES Laboratorio Interdisciplinario de Estadística Social, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile**

6 de Abril de 2022

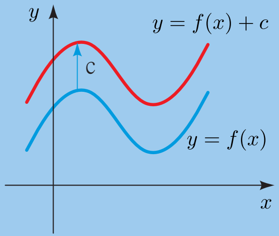
Laboratorio Interdisciplinario de Estadística Social

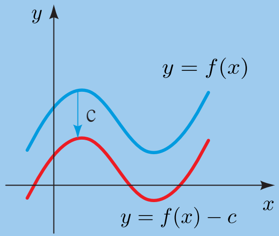
Transformaciones de Funciones

Desplazamientos verticales de gráficas

Suponga $c > 0$.

1. Para graficar $y = f(x) + c$, desplace la gráfica de $y = f(x)$ c unidades hacia arriba.
2. Para graficar $y = f(x) - c$, desplace la gráfica de $y = f(x)$ c unidades hacia abajo.





Transformaciones de Funciones

Laboratorio Interdisciplinario de Estadística Social

EJEMPLO 1 Use la gráfica de $f(x) = x^2$ para trazar la gráfica de cada función

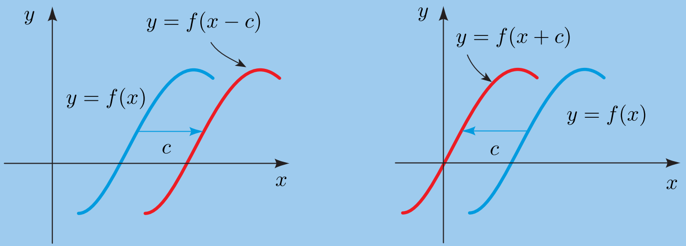
1. $g(x) = x^2 + 3$,
2. $h(x) = x^2 - 2$.

Transformaciones de Funciones

Desplazamientos horizontales de gráficas

Suponga $c > 0$.

1. Para graficar $y = f(x - c)$, desplace la gráfica de $y = f(x)$ c unidades a la derecha.
2. Para graficar $y = f(x + c)$, desplace la gráfica de $y = f(x)$ c unidades a la izquierda.



Transformaciones de Funciones

EJEMPLO 2 Use la gráfica de $f(x) = x^2$ para trazar la gráfica de cada función

1. $g(x) = (x+4)^2$
2. $h(x) = (x-2)^2$

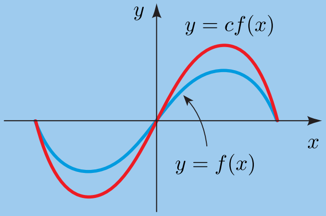
EJEMPLO 3 Trace la gráfica de $f(x) = \sqrt{x-1} + 3$. Determine el dominio y el recorrido.

Transformaciones de Funciones

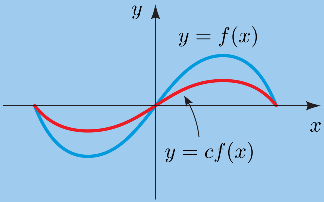
Alargamiento y contracción verticales de gráficas

Para graficar $y = cf(x)$:

1. Si $c > 1$, alargue la gráfica de $y = f(x)$ verticalmente en un factor c.
2. Si $0 < c < 1$, contraiga la gráfica de $y = f(x)$ verticalmente en un factor de c.



$c > 1$



$0 < c < 1$

Transformaciones de Funciones

EJEMPLO 4 Use la gráfica de $f(x) = x^2$ para trazar la gráfica de cada función

1. $g(x) = 3x^2$,
2. $h(x) = \frac{1}{3}x^2$.

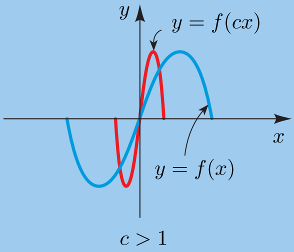
Transformaciones de Funciones

Laboratorio Interdisciplinario de Estadística Social

Alargamiento y contracción horizontales de gráficas

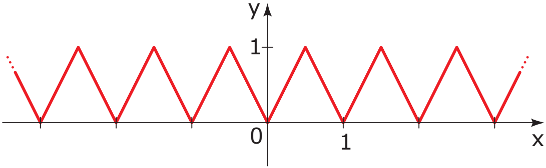
Para graficar $y = f(cx)$:

1. Si $c > 1$, contraiga la gráfica de $y = f(x)$ horizontalmente en un factor $1/c$.
2. Si $0 < c < 1$, alargue la gráfica de $y = f(x)$ verticalmente en un factor de $1/c$.



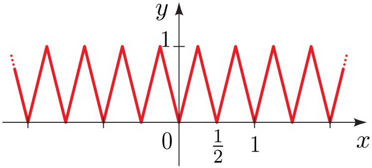
Transformaciones de Funciones

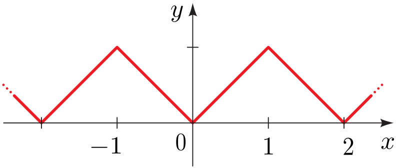
EJEMPLO 5 Use la gráfica de $y = f(x)$ que se muestra en la figura.



Trace la gráfica de cada función

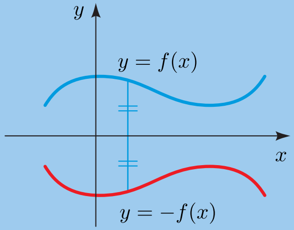
1. $y = f(2x)$
2. $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$

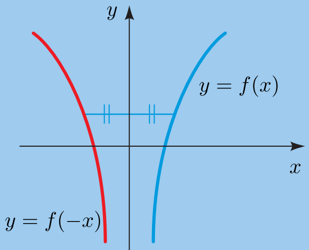




Gráficas que se reflejan

1. Para graficar $y = -f(x)$, refleje la gráfica de $y = f(x)$ en el eje x.
2. Para graficar $y = f(-x)$, refleje la gráfica de $y = f(x)$ en el eje y.





Transformaciones de Funciones

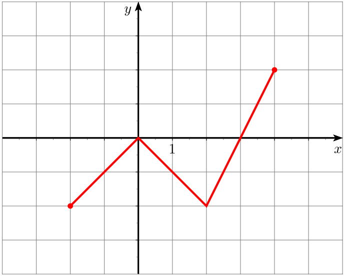
Laboratorio Interdisciplinario de Estadística Social

EJEMPLO 6 Trace la gráfica de cada función

1. $f(x) = -x^2$
2. $f(x) = \sqrt{-x}$.

Transformaciones de Funciones

EJEMPLO 7 Considere la función $f : [-2, 4] \to [-2, 2]$ dada en la siguiente gráfica.



Definimos la función $g(x) = 2 - \dfrac{1}{2} f(-x + 3)$, determine:

1. Las transformaciones apropiadas que aplicadas a f den como resultado la función g.
2. El dominio y recorrido de la función g.

Transformaciones de Funciones

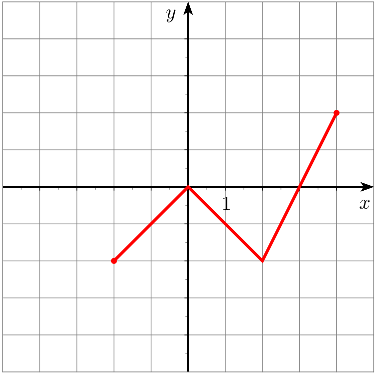
Solución Considere las transformaciones

$$\begin{aligned} r(x) =& f(-x) && \text{Reflexión con respecto al eje } Y \\ h(x) =& r(x-3) && \text{Traslación 3 unidades a la derecha.} \\ \ell(x) =& \frac{1}{2}h(x) && \text{Alargamiento vertical de factor 2} \\ m(x) =& -\ell(x) && \text{Reflexión con respecto al eje } X \\ n(x) =& m(x)+2 && \text{Traslación 2 unidades hacia arriba.} \end{aligned}$$

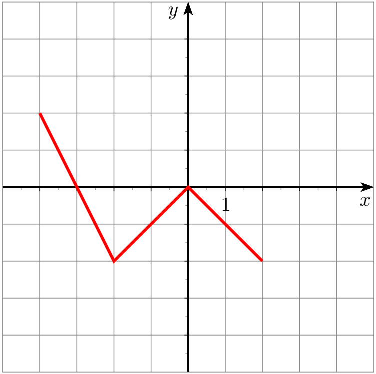
Note que

$$\begin{aligned} n(x) &= m(x)+2 = -\ell(x)+2 = -\frac{1}{2}h(x)+2 = -\frac{1}{2}r(x-3)+2 \\ &= -\frac{1}{2}f(-(x-3))+2 = g(x)\,. \end{aligned}$$

Transformaciones de Funciones

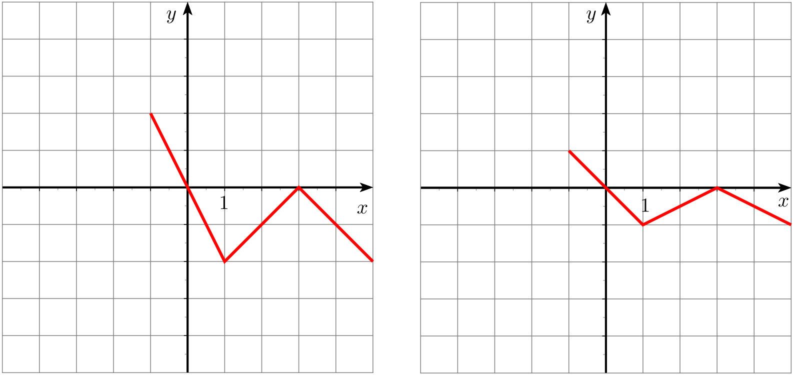


$y = f(x)$



$y = r(x) = f(-x)$

Transformaciones de Funciones

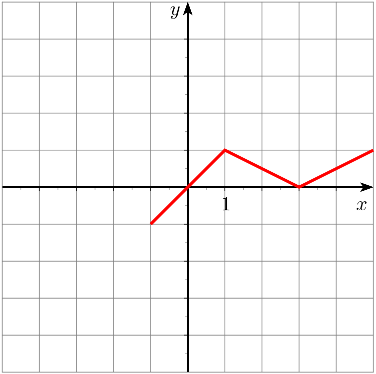


$y = h(x) = r(x-3)$

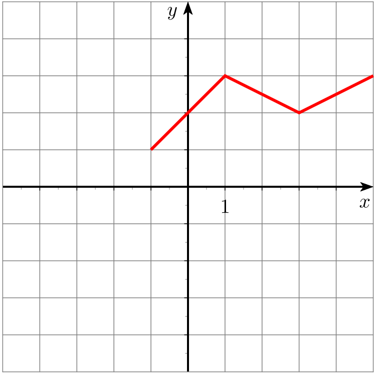
$y = \ell(x) = \frac{1}{2}h(x)$

Transformaciones de Funciones

Laboratorio Interdisciplinario de Estadística Social



$y = m(x) = -\ell(x)$



$y = n(x) = m(x) + 2 = g(x)$

Se sigue que el dominio de g es $[-1, 5]$ y el recorrido es $[1, 3]$.