



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística
Segundo Semestre del 2020

Modelos Probabilísticos (EYP1027) Ayudantía 2

1. Si $P(A) = 1/3$ y $P(B^c) = 1/4$. ¿Pueden A y B ser disjuntos? Generalice su respuesta.

2. Técnicas de Conteo

- a) En el juego de dominó, cada ficha está marcada con dos números y están construidas de forma simétrica (por lo que $(1, 2) = (2, 1)$). ¿Cuántas piezas diferentes se pueden construir con los números $1, \dots, n$?
- b) Si n bolitas se ponen de manera aleatoria en n bolsas, encuentre la probabilidad de que exactamente una bolsa quede vacía.
- c) Si una función multivariada tiene derivadas parciales continuas, entonces el orden de las derivadas no importan. Es decir,

$$\frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} f(x, y) = \frac{\partial^3}{\partial y \partial x^2} f(x, y)$$

¿Cuántas derivadas cuartas tiene una función de tres variables?

3. Sea $f(x)$ una función no nula y continua en todas partes, tal que $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \leq 0$ y

$$k = \int_{\mathbb{R}} f(x) dx < \infty.$$

Muestre que

$$P(A) = \int_A \frac{f(x)}{k} dx.$$

Es una probabilidad definida en $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$, donde \mathcal{B} es la σ -álgebra de Borel en \mathbb{R} .

- 4. Suponga que el 5% de los hombres y el 0,25% de las mujeres son daltónicas. Una persona es elegida aleatoriamente y resulta ser daltónica. Calcule la probabilidad de que sea hombre. (Asuma que hay solo hombres y mujeres y en igual cantidad.)
- 5. Demuestre que si $P(\cdot)$ es una medida de probabilidad y B un conjunto tal que $P(B) > 0$, entonces $P(\cdot | B)$ también es una medida de probabilidad.

6. Suponga que un experimento consiste en lanzar una moneda que tiene probabilidad p de salir cara, hasta que aparece la primera cara. Sea X la variable aleatoria indicando el número de ensayos requeridos hasta obtener la primera cara. Muestre que,

$$F_X(x) = P_X(X \leq x) = \sum_{i=1}^x (1-p)^{i-1} p = 1 - (1-p)^x, \quad x = 1, 2, 3, \dots$$

7. Sea (Ω, \mathcal{F}) un espacio medible, donde $\Omega = \{-1, 0, 1\}$ y $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{0\}, \{-1, 1\}, \Omega\}$. Considere la función $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $X(\omega) = \omega$. ¿Es X una variable aleatoria?