Intro a Estadística   Martes 19/04/16

Ayudantía

1. p = prob. de usar desfibrilador en un día

a) $p = 0.15$

Sabemos que el desfibrilador se carga después del 4° uso.

Sea X = cant. de ~~uso~~ días del desfibrilador hasta el 4° uso.

$X \sim BinNeg(r=4, p=0.15)$

Nos preguntan

$$\mathbb{P}(X=5) = \binom{x-1}{r-1}(1-p)^{x-r} \cdot p^{r} = \binom{4}{3}(0.85)^{1} \cdot (0.15)^{4}$$

b) Nos piden

$$\mathbb{P}(X>4) = 1 - \mathbb{P}(X=4)$$
$$= 1 - \binom{3}{3}(0.85)^{0} \cdot (0.15)^{4} = 1 - (0.15)^{4}$$

c) ~~Nos piden P~~

Sea X_i: usar el desfibrilador el día i

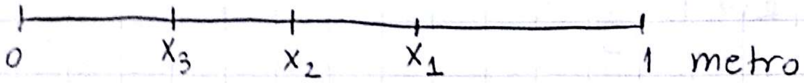
$$X_i \begin{cases} 0.15 & x=1 \\ 0.85 & x=0 \end{cases}$$

Nos piden

$$\mathbb{P}(X_9 = 1 \mid X_1=0, X_2=0, X_3=0, X_4=0)$$

independencia $= \mathbb{P}(X_9 = 1) = 0.15$

③



Si $X \sim \text{Uniforme}(a,b) \rightarrow E(x) = \dfrac{a+b}{2}$

$$Var(x) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

$X_1 \sim \text{Uniforme}(0,1)$

$X_2 | X_1 = x_1 \sim \text{Uniforme}(0, x_1)$

$X_3 | X_2 = x_2 \sim \text{Uniforme}(0, x_2)$

$$\mathbb{E}(X_3) = \mathbb{E}(\mathbb{E}(X_3|X_2))$$
$$= \mathbb{E}\left(\frac{X_2}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \mathbb{E}(X_2) \quad (\mathbb{E}(\cdot) \text{ operador lineal})$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \mathbb{E}(\mathbb{E}(X_2|X_1))$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \mathbb{E}\left(\frac{X_1}{2}\right) = \frac{1}{4} \cdot \mathbb{E}(X_1) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \quad \checkmark\checkmark$$

$$Var(X_3) = \mathbb{E}(Var(X_3|X_2)) + Var(\mathbb{E}(X_3|X_2))$$

* $\mathbb{E}(Var(X_3|X_2)) = \mathbb{E}\left(\dfrac{X_2^2}{12}\right) = \dfrac{1}{12} \cdot \mathbb{E}(X_2^2)$

$Var(x) = E(x^2) - \mu_x^2 \quad = \dfrac{1}{12}\left[Var(x_2) + (\mathbb{E}(x_2))^2\right] = \cancel{\dfrac{1}{12}}$

• $Var(X_2) = Var(\mathbb{E}(X_2|X_1)) + \mathbb{E}(Var(X_2|X_1))$

$$= Var\left(\frac{X_1}{2}\right) + \mathbb{E}\left(\frac{X_1^2}{12}\right)$$
$$= \frac{1}{12} \cdot \mathbb{E}(X_1^2) + \frac{1}{4} \cdot Var(X_1)$$
$$= \frac{1}{12}\left[Var(X_1) + \mathbb{E}^2(x)\right] + \frac{1}{4} \cdot Var(x) = \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{12}$$

$$\bullet\ \mathbb{E}(X_2) = \mathbb{E}(\mathbb{E}(X_2|X_1))$$
$$= \mathbb{E}\left(\frac{X_1}{2}\right) = \frac{1}{2}\cdot \mathbb{E}(X_1) = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \mathbb{E}(X_2^2) = Var(X_2) + \mathbb{E}^2(X_2)$$
$$= \frac{1}{12}\cdot\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{12}+\left(\frac{1}{4}\right)^2$$

Por otro lado, $Var(\mathbb{E}(X_3/X_2)) = Var\left(\frac{X_2}{2}\right) = \frac{1}{4}\cdot Var(X_2)$

y $Var(X_2) = Var(\mathbb{E}(X_2|X_1)) + \mathbb{E}(Var(X_2|X_1))$

4) X = nº de ratones intoxicados.
$X \sim$ Poisson$(20\cdot t)$ con t - meses
Y = ratones c/efecto 2cundario dado X.

$Y|X \sim$ Binomial$(n = x,\ p = 0.2)$
$\lambda \sim ?$

2 a) • X_1 = "nº de piezos defectuosos de un total de 20 con prob. 0,1 de ser defectuosa"

$X_1 \sim \text{Binomial}(n=20,\ p=0.1)$

Nos piden $\mathbb{P}(X \geq 2) = 1 - \mathbb{P}(X=0) - \mathbb{P}(X=1)$

$$= 1 - \binom{20}{0}(0.1)^0(0.9)^{20} - \binom{20}{1}(0.1)^1 \cdot (0.9)^{19}$$

Tenemos 100 piezos, de los cuales 10 son defectuosos y se extraen 20 piezos de lo que se registro nº de piezos defectuosos X_2.

$X_2 \sim \text{Hipergeométrica}(N=100,\ n=20,\ r=10)$

$$P(X_2 = x_2) = \frac{\binom{r}{x_2}\binom{N-r}{n-x_2}}{\binom{100}{20}} = \frac{\binom{10}{x_2}\binom{90}{20-x_2}}{\binom{100}{20}}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(X_2 \geq 2) = 1 - \mathbb{P}(X=0) - \mathbb{P}(X=1)$$

$$= 1 - \frac{\binom{10}{0}\binom{90}{20}}{\binom{100}{20}} - \frac{\binom{10}{1}\binom{90}{19}}{\binom{100}{20}}$$

b) Nos dicen $R \sim \text{Binomial}(n=100,\ p=0.15)$

R: "cant. de piezos defectuosos de la caja de 100 piezas".

Luego $X_2 | R \sim \text{Hipergeométrica}(N=100,\ n=20,\ r=R)$

Luego $\mathbb{P}(X_2 = x_2,\ R=r) = \mathbb{P}(X_2 = x_2 | R) \cdot \mathbb{P}(R=r)$

y $\sum_{x_2} \mathbb{P}(X_2 = x_2,\ R=r) = \mathbb{P}(R=r)$