



Pontificia Universidad Católica de Chile
Bastían Mora - bmor@uc.cl
Matías Fernández - matias.fernandez@uc.cl

MAT1107 - Introducción al Cálculo

Ayudantía 13 - Jueves 16 de junio del 2022

Problema 1. Consideremos la sucesión (s_n) definida por la recurrencia

$$s_1 = \sqrt{2} \quad \text{y} \quad s_{n+1} = \sqrt{2 + s_n}.$$

- a) Demuestre que s_n es acotada.
- b) Demuestre que s_n es creciente.
- c) Demuestre que s_n converge y halle su límite.

Problema 2. Calcule los siguientes límites

- a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - x} - x$
- b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[4]{x^2+1}}$
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{n + \frac{1}{n}}$
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})\sqrt{n+2}.$

Problema 3. Considere la sucesión $\{a_n\}$ definida mediante la recurrencia

$$a_0 > 0; \quad \forall n \in \mathbb{N} : a_{n+1} = \frac{a_n}{1 + na_n^2}$$

- a) Demuestre que la sucesión es decreciente.
- b) Concluya que la sucesión es convergente y calcule su límite.

Problema 4. Usando el Teorema del Sándwich, calcule el límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 + k}}$$

Problema 5. Usando el Teorema del Sandwich, calcule el límite de la sucesión $\frac{n!}{n^n}$.

Problema 6. Calcule el límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + \dots + a_0}$$

para $a_0, a_1, \dots, a_k > 1$.