

MAT1610-Cálculo I
Guía 1 Límites

Ejercicios de Límites.

Límites

1. Demostrar usando la definición los siguientes límites:

- (a) $\lim_{x \rightarrow -2} 3x + 5 = -1$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 3} x^2 - 1 = 8$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x+1} = \frac{2}{3}$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{(x-2)^2} = +\infty$

2. Calcular los siguientes límites:

- 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 3x - 10}{25 - x^2}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - x^2}{x^2 + 3x + 2}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a}$
- 7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x^2}$
- 8) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5}{x^2 - 3}$
- 9) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{1 - x}$
- 10) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)\sqrt{2-x}}{x^2 - 1}$
- 11) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x(x-2)^2} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right)$
- 12) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^n - 1}$
- 13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3 + x} - x}$
- 14) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[n]{x} - 1}{\sqrt[m]{x} - 1}$
- 15) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^{10} + (x+2)^{10} + \dots + (x+100)^{10}}{x^{10} + 10^{10}}$

3. Calcular los siguientes límites

16) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2}$

17) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} + \frac{3}{1-x^3} \right)$

18) $\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{x}-8}{\sqrt[3]{x}-4}$

19) $\lim_{x \rightarrow 0} \csc x - \cot x$

Limites Laterales

4. Determinar el valor de la constante C de modo que la función el límite exista en $x = 7$

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \frac{x^2-49}{x-7} & x > 7 \\ C \cdot x^2 + 5 & x \leq 7 \end{cases}$$

5. Determinar los valores de las constantes a, b de modo que el límite de la función exista en para todo \mathbb{R} .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(ax+b)^2-b^2}{ax} & x < 0 \\ a + 1 + 4ax + \frac{2b}{x+1} & x > 0 \\ -14 & x = 0 \end{cases}$$

6. Determine $A, B \in \mathbb{R}$ de modo que

$$f(x) = \begin{cases} -2 \sen x & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ A \sen x + B & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x & \frac{\pi}{2} \leq x \end{cases}$$

el límite de la función exista en \mathbb{R} .

7. Determine condiciones sobre a y b en \mathbb{R} para que el límite de $f(x)$ exista en $x = 1$ y $x = 4$ con

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a(x^3-x)}{3(x-1)} & \text{si } x < 1 \\ 2ax + b & \text{si } 1 \leq x \leq 4 \\ \frac{x^2-16}{x-4} & \text{si } 4 < x \end{cases}$$

8. Muestre que $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x-1|}{|2x-1|-1}$ y $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1|}{|2x-1|-1}$ existen pero que $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{|2x-1|-1}$ no existe.

Asíntotas Verticales

Determine las asíntotas verticales para las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{3x^2-1}{x^2-3}$.

b) $f(x) = \tan(x)$

c) $f(x) = \ln(x)$