Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística
Segundo Semestre del 2020

Modelos Probabilísticos (EYP1027)
Ayudantía 8

Camilo González Rojas

1. *a)* Se tiene que $Y \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2)$. Encuentre la función generadora de momentos de Y.

   b) Encuentre la esperanza y varianza de Y.

   c) La distribución Log-normal tiene densidad:

$$f\left(x \mid \mu, \sigma^2\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \frac{1}{x} e^{-(\log x - \mu)^2 / \left(2\sigma^2\right)}, \quad 0 < x < \infty, \quad -\infty < \mu < \infty, \quad \sigma > 0$$

   Si $X \sim \text{Lognormal}\left(\mu, \sigma^2\right)$, encuentre la distribución de $Y = \log(X)$.

   d) Encuentre la esperanza y varianza de X.

2. ¿Puede una distribución tener la siguiente función generadora de momentos?

$$M_X(t) = t/(1-t), |t| < 1?$$

   Si es así encuentre su densidad, si no existe, demuéstrelo.

3. *a)* Encuentre $P(X > \sqrt{Y})$ si X e Y tienen densidad conjunta:

$$f(x, y) = x + y, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1$$

   b) Encuentre $P\left(X^2 < Y < X\right)$ si X e Y tienen densidad conjunta

$$f(x, y) = 2x, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1$$

4. Encuentre la función generadora de momentos de:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 + x^2}$$