

Ayudantía N 5

1. En una población con igual número de hombres y mujeres, el 5% y 0.25% respectivamente sufre de daltonismo. Una persona es seleccionada al azar y resulta ser daltónica. ¿Cuál es la probabilidad que dicho individuo sea hombre?.
2. Las ciudades A, B y C (desde C hacia A) se ubican a lo largo de un río sujeto a posibles desbordes. Las probabilidades anuales de inundaciones son 0.2, 0.3 y 0.1 para las ciudades A, B y C respectivamente. Los eventos de desborde en cada una de las ciudades no son independientes. Si la ciudad C se inunda, la probabilidad que la ciudad B también lo haga es 0.6; si en ambas ciudades hubo inundaciones, la probabilidad que la ciudad A también experimente inundaciones crece a 0.8. Sin embargo, si la ciudad C no se inunda, la probabilidad que A y B no se inunden es 0.9.
 - (a) ¿Cuál es la probabilidad que todas las ciudades se inunden?
 - (b) ¿Cuál es la probabilidad que al menos una de las ciudades se inunde?
3. Un dado no equilibrado asigna a la cara con el número x la probabilidad

$$p(x) = c0.7^x0.3^{6-x} \quad x = 1..6$$

- (a) Calcule el valor de c .
 - (b) Encuentre la función de distribución acumulada F .
 - (c) Calcular la probabilidad de que el número este entre 2 y 4.
4. Sea $X \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$ con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$. Calcule $E[X^r(1-X)^s]$, $r, s \in \mathbb{R}^+$. $f_X(x) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}$
 5. Sea $X \sim \text{Binomial}(n, p)$ con $n \in \mathbb{N}$ y $p \in (0, 1)$. Calcule
 - (a) $E[X]$
 - (b) $\text{Var}[X]$
 - (c) $E[\exp(tX)]$, $t \in \mathbb{R}$
 - (d) $E[(1+X)^{-1}]$
 6. Sea $X \sim \text{Uniforme}(0, 1)$ y $n \in \mathbb{N}$. Considere la transformación $N = [nX] + 1$ donde $[\cdot] : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$ es la función parte entera.
 - (a) Deduzca la distribución de N .
 - (b) Calcule $E[N]$ y $\text{Var}[N]$.