



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA
PROFESOR: REINALDO ARELLANO
AYUDANTE: DANIEL GÁLVEZ
PRIMER SEMESTRE 2024

Modelos Probabilísticos - EYP1025/1027

Ayudantía 15 - Extra

1. Sea X una v.a aleatoria con

$$P(X = 1) = p, \quad P(X = -1) = 1 - p$$

con $p \in (0, 1)$. Suponga que $Y|X = x \sim N(3x, (\sigma x)^2)$. Encuentre $\mathbb{E}(Y)$, $Var(Y)$ y $\mathbb{E}(XY)$.

2. Retomemos el ejercicio 1 de la I3. Recordando que

$$f_{X,Y}(x, y) = 1, \quad 0 < x < 1, |y| < x$$

- (a) Encuentre la conjunta de $(U, V) = (X + Y, X)$
- (b) Encuentre la densidad de $U|V = v$
- (c) Calcule $\mathbb{E}(U|V = v)$ y $Var(U|V = v)$
- (d) Calcule $P(U > 1/2|V = 1)$
- (e) Encuentre la distribución de $X_{(1)}$ y $X_{(n)}$ cuando $V_1, \dots, V_n \sim f_V(v)$
- (f) Calcule la esperanza del rango y termino medio

3. Sea (X, Y) un vector aleatorio discreto con

$$p_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 1/3, & \text{si } x = 0, y = 0 \\ 1/3, & \text{si } x = 1, y = 1 \\ 1/3, & \text{si } x = 1, y = 0 \\ 0, & \text{e.o.c} \end{cases}$$

Encuentre $p_{X|Y=y}(x)$.

4. En el ejercicio 2 encuentre la fmp de

$$W = g(X, Y) = \begin{cases} 0, & \text{si } X < 1/2, Y > 0 \\ 1, & \text{si } X < 1/2, Y < 0 \\ 2, & \text{si } X > 1/2, Y > 0 \\ 3, & \text{si } X > 1/2, Y < 0 \end{cases}$$