



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESOR: RODRIGO VARGAS  
AYUDANTES: MATEO DE LA CUADRA Y MATHÍAS LUENGO

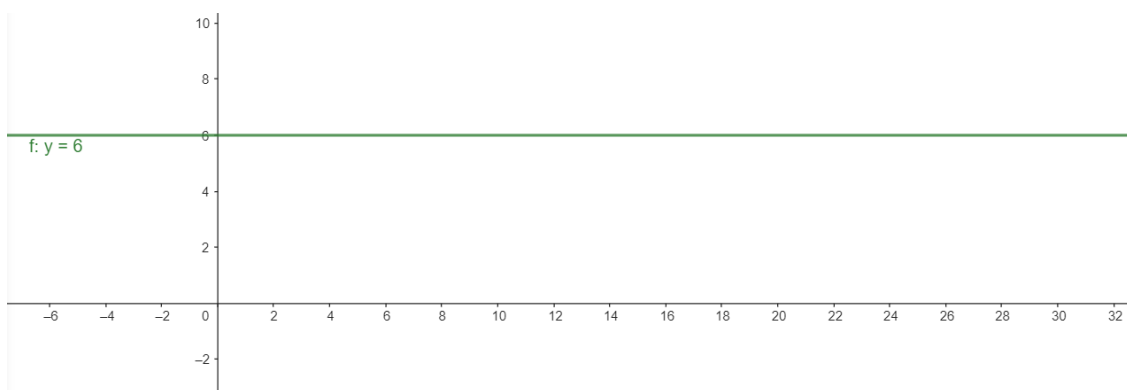
## Introducción al Cálculo - MAT1107

Ayudantía 7  
27 de Abril 2023

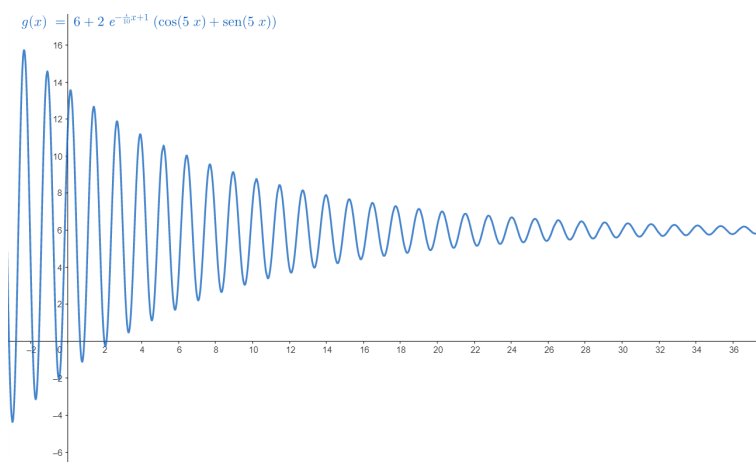
### Pregunta 1

Clasifique las siguientes funciones según su monotonía:

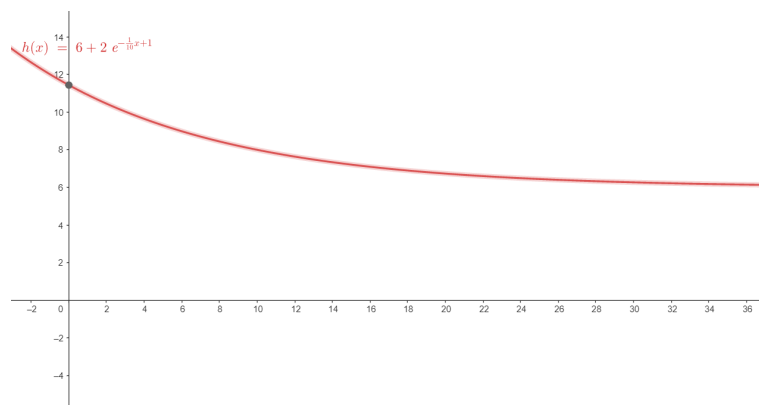
a.) Figura 1: Gráfico función constante.



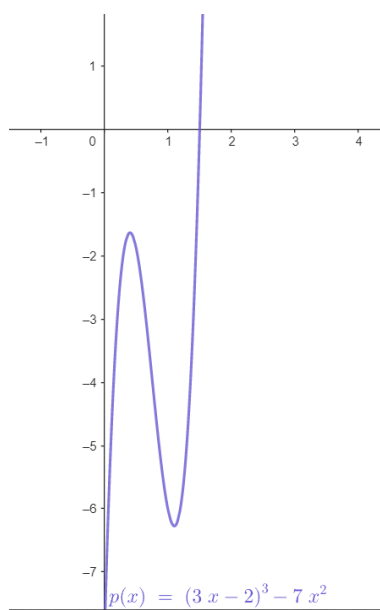
b.) Figura 2: Gráfico oscilador armónico amortiguado.



c.) Figura 3: Gráfico de una exponencial con potencia negativa.



d.) Figura 4: Gráfico de función cúbica.



## Pregunta 2

Demuestre que todo polinomio  $p: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  de la forma  $p(x) = \sum_{i=1}^n x^i$  es una función inyectiva.

## Pregunta 3

Sean  $f(x) = 2x^2 + 3$ ,  $g(x) = x + 1$ . Grafique

a)  $g \circ f$

b)  $f \circ g$

c)  $\frac{g}{f} + \frac{1}{g}$

d)  $f \circ \frac{g^{-1}}{g}$

## Repaso I4:

### Pregunta 4

Considere la función racional  $r(x) = \frac{x^3+6x^2+11x+6}{x^2+2x-3} + ax + b$

- a.) Determine las asíntotas verticales de  $r$ .
- b.) Cuales deben ser los valores de  $a$  y  $b$  para que  $r$  tenga una asíntota horizontal en  $y = 3$ .

### Pregunta 5

Resuelva los siguientes problemas utilizando funciones cuadráticas:

- a.) Sea la ecuación  $8x^2 + kx + 2$ . Determine el valor de  $k$  a modo de que las raíces sean iguales.
- b.) Para llenar una piscina se tienen dos tuberías A y B, se sabe que juntas tardan 2 horas en llenar una piscina, además, sabemos que A demora 3 horas menos que B en llenar la misma piscina por si sola. ¿Cuántas horas tarda cada una separadamente?

### Pregunta 6

Considere las parábolas  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $g(x) = px^2 + qx + r$  tales que  $p, q \neq 0$ .

- a.) Halle condiciones sobre los coeficientes para que las parábolas se intersecten solo una vez.
- b.) Suponga que  $a > 0 > p$  y que  $f(-\frac{b}{2a}) = g(-\frac{q}{2p})$ . Demuestre que al menos una de las parábolas se intersecta con el eje  $x$ .
- c.) Suponga que sucede lo expuesto en los incisos anteriores. Demuestre que las parábolas se intersectan en sus vértices. (**Hint:** Considere que si  $\max(f)$  y  $\min(f)$  son el máximo y mínimo de una función respectivamente,  $-\max(f) = \min(-f)$ ).