

## Ayudantía N 1

---

1. Considere un espacio muestral  $\Omega$  con  $n \in \mathbb{N}$  elementos. Pruebe que la cantidad de subconjuntos relativos a  $\Omega$  es  $2^n$
2. En el juego de dominos, cada pieza es marcada con dos números. Dichas piezas son simétricas, es decir, el par de números no es ordenando. ¿Cuántas piezas diferentes se pueden formar usando los números  $1, \dots, n$  con  $n \in \mathbb{N}$ ?
3. Sean  $B_1 = A_1$ ,  $B_k = A_k - \bigcup_{i=1}^{k-1} A_i$  ( $k \geq 2$ ). Demostrar que:
  - a) Los eventos  $B_i$  son disjuntos entre sí.
  - b)

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} B_i = \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$$

4. Pruebe que  $\mathbb{P}(A \cup B^c) = \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(A \cap B)$
5. Muestre que la probabilidad que exactamente ocurra uno de los eventos  $A$  o  $B$  es igual a  $\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - 2\mathbb{P}(A \cap B)$
6. Sea  $\mathbb{P}$  una medida de probabilidad y  $A, B$  eventos tales que  $\mathbb{P}(A) = 1/3$  y  $\mathbb{P}(B^c) = 1/4$ ; Pueden ser disjuntos? Justifique.
7. Se dice que una medida de probabilidad  $\mathbb{P}$  es :

- **Finitamente Aditiva** si para cualquier colección finita de eventos  $\{A_1, \dots, A_n\}$  disjuntos a pares

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(A_i)$$

- **Continua en el Vacío** si para cualquier secuencia de eventos  $\{A_n : n \in \mathbb{N}\}$  tal que  $\forall n \in \mathbb{N} : A_{n+1} \subset A_n$ .

$$\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = \emptyset \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}(A_n) = 0$$

Muestre que si  $\mathbb{P}$  es finitamente aditiva y continua en el vacío, entonces para cualquier secuencia de eventos  $\{A_n : n \in \mathbb{N}\}$  disjuntos a pares

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_n)$$