

Ayudantía N 7

1. Suponga que la v.a X tiene densidad dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} c|x| & \text{si } -2 < x < 2 \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

- (a) Determinar c
 - (b) Calcular $P(|X| < 1)$
 - (c) Pruebe que todos los momentos de X existen, calcúlelos, y en particular, obtenga la esperanza y varianza correspondientes
2. Sea $T \sim \text{Exp}(\lambda)$ con $\lambda \in \mathbb{R}^+$. Divida \mathbb{R}^+ en intervalos $I_k = (k\Delta - \Delta, k\Delta] : k \in \mathbb{N}$ todos con longitud común $\Delta \in \mathbb{R}^+$. Considere la transformación $M = k1_{I_k}(T)$ donde $1_{I_k}(\Delta) : \mathbb{R} \rightarrow 0, 1$ es la función indicatriz del conjunto I_k .
Deduzca la distribución de M y calcule la $E[M]$ y $Var[M]$
3. Sean $X \sim \text{Poisson}(\lambda_1)$ e $Y \sim \text{Poisson}(\lambda_2)$ independientes con $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}^+$. Pruebe que $X + Y \sim \text{Poisson}(\lambda_1 + \lambda_2)$. (Resolver mediante función generadora de momentos y condicionando la distribución conjunta)
4. Sean $X \sim \text{Binomial}(n, p)$ e $Y \sim \text{Binomial}(m, p)$ independientes, donde $n, m \in \mathbb{N}$ y $p \in (0, 1)$. Demuestre que $X + Y \sim \text{Binomial}(n + m, p)$. (Resolver mediante función generadora de momentos y condicionando la distribución conjunta)