Sol Ay 4

$f(x) = 3x + 5$

$g(x) = 1 - \frac{1}{2} f\left(\frac{2}{3}x - 2\right)$

↳ $f_1(x) = -f(x)$ reflexión eje x

↳ $f_2(x) = \frac{1}{2} f_1(x)$ Comprime $\left(f_2(x) = -\frac{1}{2} f(x)\right)$

↳ $f_3(x) = f_2(x-2)$ traslación hacia la derecha $\left(\frac{1}{2} f_1(x-2) = -\frac{1}{2} f(x-2)\right)$

↳ $f_4(x) = f_3\left(\frac{2}{3}x\right)$ Alarga $\left(f_2\left(\frac{2}{3}x - 2\right) = \frac{1}{2} f_1\left(\frac{2}{3}x - 2\right) = -\frac{1}{2} f\left(\frac{2}{3}x - 2\right)\right)$

↳ $g(x) = f_4(x) + 1$ traslación hacia arriba

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow g(x) &= 1 + f_3\left(\tfrac{2}{3}x\right) \\
&= 1 + f_2\left(\tfrac{2}{3}x - 2\right) \\
&= 1 + \tfrac{1}{2} f_1\left(\tfrac{2}{3}x - 2\right) \\
&= 1 - \tfrac{1}{2} f\left(\tfrac{2}{3}x - 2\right)
\end{aligned}
$$

⇒ Dom y Rec

↳ por enunciado el Dominio de $f(x)$: $[-4; 4]$

⇒ el recorrido, dado que es una línea recta de pendiente positiva, es evaluar en los extremos del Dom

$\Rightarrow f(-4) = 3(-4) + 5 = -12 + 5 = -7$

$f(4) = 3(4) + 5 = 12 + 5 = 17$

⇒ recorrido : $[-7, 17]$

Una Forma más matemática

$3x + 5 = k$

$3x = k - 5$

$x = \frac{k-5}{3}$

$-4 \leq \frac{k-5}{3} \leq 4$

$-12 \leq k - 5 \leq 12$

$-7 \leq k \leq 17$

En el caso de $g(x)$

→ Dom

↳ Sabemos que el Dominio de $f(x)$ es $[-4, 4]$

Como estamos evaluando f en $\frac{2}{3}x - 2$ ⇒ esto tiene que pertenecer al Dominio

$\Rightarrow -4 \leq \frac{2}{3}x - 2 \leq 4 \quad / +2$

$\Rightarrow -2 \leq \frac{2}{3}x \leq 6 \quad / \cdot \frac{3}{2}$

$-2 \cdot \frac{3}{2} \leq x \leq 6 \cdot \frac{3}{2}$

$-3 \leq x \leq 9$ $\therefore$ $\mathrm{Dom}(g) : x \in [-3, 9]$

$\Rightarrow$ El recorrido. Ya sabemos que $f(x) \in [-7, -17]$

$\therefore \frac{1}{2}f(x) \in [-3{,}5; 8{,}5]$

$\Rightarrow -\frac{1}{2}f(x) \in [-8{,}5; 3{,}5]$

$\Rightarrow 1-\frac{1}{2}f(x) \in [-7{,}5; 4{,}5]$

☆ fijemonos en que el recorrido de $f(\frac{2}{3}x-2)$ es el mismo que $f(x)$

$f(\frac{2}{3}(-3)-2) = f(-4) = -7$

$f(\frac{2}{3}(9)-2) = f(4) = 17$

---

también es posible evaluar

$$f(\tfrac{2}{3}x-2) = 3(\tfrac{2}{3}x-2)+5$$
$$= 2x-6+5$$
$$= 2x-1$$

$$\Rightarrow g(x) = 1 - \tfrac{1}{2}(2x-1)$$
$$= 1 - x + \tfrac{1}{2}$$
$$= \tfrac{3}{2} - x$$

Si lo igualamos a un k cualquiera

$$\tfrac{3}{2} - x = k$$

$$\Rightarrow \tfrac{3}{2} - k = x$$

y sabemos que $x \in [-3, 9]$

$$\Rightarrow -3 \leq \tfrac{3}{2} - k \leq 9 \quad / -\tfrac{3}{2}$$

$$-3 - \tfrac{3}{2} \leq -k \leq 9 - \tfrac{3}{2} \quad / \cdot -1$$

$$3 + \tfrac{3}{2} \geq k \geq \tfrac{3}{2} - 9$$

$$\Rightarrow \tfrac{9}{2} \geq k \geq \tfrac{3-18}{2}$$

$$= 4{,}5 \geq k \geq -7{,}5$$

$\therefore$ k, que es un valor cualquiera del recorrido $\in [-7{,}5, 4{,}5]$