Pontificia Universidad Católica de Chile
EYP1026 2017-1 Profesor: Reinaldo Arellano
Ayudante: Daniel Saavedra (dlsaavedra@uc.cl)

Ayudantía N 6

---

1. Sea X una variable aleatoria, suponga que sigue una distribución de probabilidad con densidad dada por
$$f_X(x) = \begin{cases} xe^{-x} & si \quad x > 0 \\ \\ 0 & e.o.c \end{cases}$$
   (a) Se define $Y = e^{-aX}$, $(a > 0)$. Calcular la esperanza y varianza de Y.
   (b) Se define $R = cX + Z$, donde c es una constante y Z es una variable que toma los valores z_1 y z_2 con probabilidad p y $1 - p$, respectivamente. Calcular la esperanza de R

   Hint: $\displaystyle\int_0^{\inf} x^{\alpha-1}e^{-\lambda x}dx = \frac{\Gamma(\alpha)}{\lambda^\lambda},\ \alpha, \lambda > 0$

2. Dadas las siguientes distribuciones, calcular las funciones generadoras de momentos y encontrar los dos primeros momentos.
   (a) $X \sim Bin(n, p)$
   (b) $X \sim Unif(a, b)$
   (c) $X \sim N(\mu, \sigma)$
   (d) $X \sim Poisson(\lambda)$

3. Si $Y \sim Unif(0, 5)$¿cuál es la probabilidad de que las raíces de la ecuación
$$4Y^2 + 4Y + 2 = 0$$
   sean ambas reales?

4. Suponga que la v.a X tiene densidad dada por
$$f_X(x) = \begin{cases} c|x| & si \quad -2 < x < 2 \\ \\ 0 & e.o.c \end{cases}$$
   (a) Determinar c
   (b) Calcular $P(|X| < 1)$
   (c) Pruebe que todos lo momentos de X existen, calcúlelos, y en particular, obtenga la esperanza y varianza correspondientes

5. Sea $T \sim Exp(\lambda)$ con $\lambda \in \mathbb{R}^+$. Divida $\mathbb{R}^+$ en intervalos $I_k = (k\triangle - \triangle, k\triangle] : k \in N$ todos con longitud común $\triangle \in \mathbb{R}^+$. Considere la transformación $M = k1_{I_k}(T)$ donde $1_{I_k}(\Delta) : \mathbb{R} \to 0, 1$ es la función indicatriz del conjunto I_k .
   Deduzca la distribución de M y calcule la $E[M]$ y $Var[M]$