



Pontificia Universidad Católica de Chile  
Facultad de Matemáticas  
Departamento de Estadística

EYP1026 - MODELOS PROBABILÍSTICOS  
Soluciones - Ayudantía N°11

Profesor: Guido del Pino  
Ayudante: José Quinlan  
Fecha: 26 de Octubre - 2016

2.a. Utilizando la información disponible

$$\begin{aligned}f_{X,Y}(x,y) &= f_{Y|X=x}(y)f_X(x) \\&= \frac{1}{2}|x|\exp\{-|x|\}\mathbb{I}(x \in (-1/y, 1/y), y \in \mathbb{R}^+).\end{aligned}$$

**Nota:** Grafique el soporte de  $(X, Y)$  para visualizar la relación entre  $x$  e  $y$ .

2.b. Por definición

$$\begin{aligned}f_Y(y) &= \int_{\mathbb{R}} f_{X,Y}(x,y)dx \\&= \left[ \frac{1}{2} \int_{-1/y}^{1/y} |x|\exp\{-|x|\}dx \right] \mathbb{I}(y \in \mathbb{R}^+) \\&= \left[ \int_0^{1/y} x \exp\{-x\}dx \right] \mathbb{I}(y \in \mathbb{R}^+) \\&= \frac{1}{y}[y - (y+1)\exp\{-1/y\}] \mathbb{I}(y \in \mathbb{R}^+).\end{aligned}$$

2.c. Sea  $y \in \mathbb{R}^+$ . Entonces

$$\begin{aligned}f_{X|Y=y}(x) &= \frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_Y(y)} \\&= \frac{y|x|\exp\{-|x|\}}{2y - 2(y+1)\exp\{-1/y\}} \mathbb{I}(x \in (-1/y, 1/y)).\end{aligned}$$