

Ayudantia N 3

1. Sean $A, B \subseteq \Omega$ eventos tales que $\mathbb{P}(A), \mathbb{P}(B) > 0$. Demeuestre que:
 - a) Si A y B son disjuntos, entonces no pueden ser independientes.
 - b) Si A y B son independientes, entonces no pueden ser disjuntos.
2. Sean $A, B \subseteq \Omega$ eventos. Pruebe que:
 - a) Si $\mathbb{P}(B) = 1$, entonces $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A)$
 - b) Si $A \subset B$ con $\mathbb{P}(A) > 0$, entonces $\mathbb{P}(B|A) = 1$ y $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A)/\mathbb{P}(B)$.
 - c) Si A y B son disjuntos y $\mathbb{P}(A) > 0$, entonces $\mathbb{P}(A|A \cup B) = \mathbb{P}(A)/(\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B))$
3. Muestre que si A_1, A_2, \dots, A_n son independientes, entonces
$$\mathbb{P}(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = 1 - (1 - \mathbb{P}(A_1))(1 - \mathbb{P}(A_2)) \dots (1 - \mathbb{P}(A_n))$$
4. En general si A_1, A_2, \dots, A_n son independientes, entonces B_1, B_2, \dots, B_n son independientes, donde $B_i = A_i$ o $B_i = A_i^c$
5. Sea $(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{F})$ un espacio de probabilidad.
 - a) Pruebe que: $\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = \mathbb{P}(A_1)\mathbb{P}(A_2|A_1)\mathbb{P}(A_3|A_2 \cap A_1) \dots \mathbb{P}(A_n|A_1 \cap \dots \cap A_{n-1}), \quad \forall n$
 - b) Si se seleccionan al azar tres cartas de una baraja sin reposición. ¿Cuál es la probabilidad de obtener exactamente tres reyes?
6. Un curso esta formado por 60 alumnos de los cuales 6 son mujeres. De entre las 6 mujeres 3 son casadas y de entre los hombres 25 son casados. Por motivos desconocidos hay dos alumnos que aleatoriamente no asistieron a dar una prueba. De entre los 58 alumnos presentes, uno aleatoriamente terminó la prueba antes que el resto.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad que el alumno que terminó sea mujer?
 - b) Sabiendo que el alumno que terminó antes es mujer, ¿cuál es la probabilidad que no sea casada?