



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística

EYP1016 - Introducción a la Estadística

Ayudantía 12

Profesora : Anita Araneda
Ayudante : Pilar Tello
Fecha : 31 de Mayo del 2016

1. La probabilidad de que una plancha de cinc fabricada por una máquina sea declarada de segunda clase es igual a θ , y su valor es desconocido.
 - a) Determine el estimador de máxima verosimilitud de θ , basándose en una muestra aleatoria de n de estas planchas donde, para cada una de ellas, se registra si ella es declarada de segunda clase, o no.
 - b) Para un tamaño muestral suficientemente grande, encuentre un pivote aproximado para θ , $R(X, \theta)$, basado en el estimador máximo verosímil que encontró en a).
 - c) Utilice el pivote que encontró en b) para construir paso a paso un intervalo de confianza aproximada $(1 - \alpha)$ para θ .
 - d) Si en una muestra aleatoria de 1.000 de estas planchas se encuentra que 30 de ellas son de segunda clase, determine una estimación puntual y una estimación intervalar para θ , esta última utilizando un 95 % de confianza.
 - e) Determine el número de planchas requeridas para asegurar que el semi-ancho de un intervalo de 95 % de confianza sea a lo más 0,02. *Hint: ¿Cuál es la varianza máxima en una población Bernoulli?*
 - f) ¿Cómo podría argumentar que es posible lograr lo anterior utilizando un tamaño de muestra menor al encontrado?
2. Sea Y una variable aleatoria con densidad

$$f_Y(y) = \frac{1}{\theta y^{\frac{1}{\theta} + 1}} \quad y > 1, 0 < \theta < 1$$

- a) Demuestre que $Y^{\frac{1}{\theta}}$ es una función pivote para θ .
- b) Se ha observado una muestra de tamaño $n = 1$. A partir de a) obtenga un intervalo de confianza al nivel $1 - \alpha$ para θ .