



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA  
PROFESOR: REINALDO ARELLANO  
AYUDANTE: DANIEL GÁLVEZ  
PRIMER SEMESTRE 2024

## Modelos Probabilísticos - EYP1025/1027

### Ayudantía 10

1. Para los siguientes casos encuentre como distribuye  $Y$

- (a)  $X \sim \text{Beta}(a, 1)$ ;  $Y = -\ln(X)$
- (b)  $X \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta)$ ;  $Y = 1/X$
- (c)  $X \sim \text{Cauchy}(0, 1)$ ;  $Y = |X|$

2. Sea  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Encuentre expresiones para

- (a)  $P(X \leq a)$ ,  $a \in \mathbb{R}$
- (b) El cuantil  $p$
- (c)  $P(a \leq X < b)$

3. Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio con fdp conjunta dada por

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k\alpha e^{-\alpha y(x+1)}, & 0 < x < 1, y > 0 \\ 0, & e.o.c \end{cases}$$

- (a) Encuentre el valor de  $k$
- (b) Calcule  $P(X > 1/2 | Y > 0)$

4. Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio con fdp conjunta dada por

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \lambda^2 e^{-\lambda y}, & 0 < x < y \\ 0, & e.o.c \end{cases}$$

- (a) Muestre que  $\kappa e^X \sim \text{Pareto}(\lambda, \kappa)$
- (b) Calcule  $P(Y \geq X/2 | Y \geq 1)$

5. Una caja contiene tres bolas rojas, cuatro azules y dos negras. Se extraen tres bolas al azar sin reemplazo. Sea

$X$  = Numero de bolas azules en la muestra

$Y$  = Numero de bolas rojas en la muestra

Encuentre la conjunta de  $X, Y$ .