



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROFESOR: RODRIGO VARGAS
AYUDANTES: MATEO DE LA CUADRA Y MATHÍAS LUENGO

Introducción al Cálculo - MAT1107

Ayudantía 9

18 de Mayo 2023

Pregunta 1

Determine el dominio de las siguientes funciones y su inversa:

- a.) $f(x) = 5 + \ln(x-1)$
- b.) $g(x) = \ln\left(\frac{3^x-1}{3^x+1}\right)$
- c.) $h(x) = \log_3(4 + \log_{\frac{1}{2}}(\frac{5x+1}{3-x}))$

Pregunta 2

Demuestre que $e^x + e^{-x} \geq 2$.

Pregunta 3

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones logarítmicos:

- a.)
$$\begin{cases} \log(x) + \log(y) = \log(2) \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$
- b.)
$$\begin{cases} \log(x) + \log(y) = 3 \\ 2\log(x) - 2\log(y) = -1 \end{cases}$$

Pregunta 4

Determine si las siguientes ecuaciones tienen solución sobre los conjuntos definidos:

- a) $\log(\cos x) = \log(\cos(-x))$ sobre \mathbb{R}
- b) $e^{\ln x} = 2x$ sobre $(-\infty, 0]$

c) $2^{(e^x)} = \frac{1}{2}$ sobre \mathbb{R}

d) $\frac{\log_{50} x}{\log_{50} 2} = 2^k$, $k \in \mathbb{N}$, sobre \mathbb{R}

Pregunta 5

Demuestre las siguientes desigualdades:

a) $\sqrt{e} \geq \frac{3}{2}$

b) $\frac{e^x}{2} \geq \sqrt{x}$ para todo $x \in [0, \infty)$

c) $\sqrt[4]{e^\pi} > \frac{2+\sqrt{2}}{2}$ (**Hint:** ¿Qué relación guardan x y $\sin(x)$ para $x > 0$?)

Pregunta 6

Calcule todas las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $4^x + 6^x = 9^x$

b) $a^{2x} + (ab)^x = b^{2x}$, para $a, b > 0$