



Pontificia Universidad Católica de Chile  
Facultad de Matemáticas  
Departamento de Estadística

EYP1026 - MODELOS PROBABILÍSTICOS  
Ayudantía N°7

Profesor: Guido del Pino  
Ayudante: José Quinlan  
Fecha: 21 de Septiembre - 2016

1. Sea  $X \sim \text{Cauchy}(0, 1)$ .

- a) Analice la existencia de  $E[X]$ .
- b) Determine  $\alpha \in \mathbb{R}$  tal que  $\mathbb{P}(X \leq \alpha) = \mathbb{P}(X \geq \alpha) = \frac{1}{2}$ .
- c) Demuestre que  $X^{-1} \sim \text{Cauchy}(0, 1)$ .

**Nota:**  $X \sim \text{Cauchy}(0, 1)$  si su densidad de probabilidad viene dada por

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+x^2} : x \in \mathbb{R}.$$

2. Una partícula de masa  $m \in \mathbb{R}^+$  experimenta una velocidad aleatoria  $V \sim \text{Normal}(0, \sigma^2) : \sigma^2 \in \mathbb{R}^+$ . Deduzca la distribución de su energía cinética  $K = \frac{1}{2}mV^2$ .

3. Determine la densidad de probabilidad asociada a las siguientes transformaciones:

- a)  $|X|$  con  $X \sim \text{Normal}(0, \sigma^2) : \sigma^2 \in \mathbb{R}^+$ .
- b)  $X^{-1}$  con  $X \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta) : \alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$ .
- c)  $\alpha + \gamma \log(X) : \alpha \in \mathbb{R}, \gamma \in \mathbb{R}^+$  con  $X \sim \text{Exponencial}(1)$ .