PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
PRIMER SEMESTRE DE 2020

Interrogación 0 - Marcha Blanca
MAT1107 - Introducción al Cálculo

(1) Sea $x \geq -3$. Demuestre que $1 + 3x \leq (1 + x)^3$. **3 puntos**

Solución. Desarrollando el cubo, obtenemos

$$(1 + x)^3 = 1 + 3x + 3x^2 + x^3.$$

Por lo tanto, solo necesitamos demostrar que $3x^2 + x^3 \geq 0$ para $x \geq -3$. La desiguldad es verdadera si $x = 0$. Si $x \neq 0$,

$$\begin{aligned} 3x^2 + x^3 \geq 0 &\Leftrightarrow x^2(3 + x) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow 3 + x \geq 0 \\ &\Leftrightarrow x \geq -3, \end{aligned}$$

donde usamos que $x^2 > 0$.

PUNTAJE:

Llegar hasta la inecuación $3x^2 + x^3 \geq$: 2 puntos

Resolver/concluir: 1 punto

(2) Resuelva la inecuación $x^2 - 6x + 13 > 0$. **3 puntos**

Solución. Completando cuadrados, obtenemos

$$x^2 - 6x + 13 = (x^2 - 6x + 9) + 4 = (x - 3)^2 + 4 \geq 4 > 0,$$

para todo $x \in \mathbb{R}$. Por lo tanto, el conjunto de soluciones es $\mathbb{R}$.

PUNTAJE:

Opción 1: completar cuadrados (2 puntos), concluir (1 punto)

Opción 2: concluir que la parábola no cruza el eje horizontal (2 puntos), deducir el signo (1 punto)