Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática
TAV 2023

MAT1610-Cálculo I
Guía 9: Derivadas VI

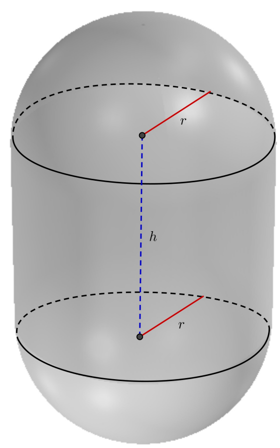
1. Determine en $\mathbb{R}$, la monotonía , los valores extremos (clasificando como máximos y mínimos relativos o absolutos), los intervalos donde es cóncava, y además bosquejar el gráfico de las siguientes funciones:

   (a) $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$

   (b) $f(x) = x^{4/3} + 4x^{1/3}$.

   (c) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$.

2. Un cliente nos pide que diseñemos un tanque de almacenamiento de gas líquido. Las especificaciones del cliente demandan un tanque cilíndrico con extremos semiesféricos, el cual debe contener $8000\,m^3$ de gas. Además, el cliente quiere usar la menor cantidad posible de material en la construcción del tanque.¿Qué radio y altura recomendaría para la porción cilíndrica del tanque?



3. Considere un trozo de alambre de 10 metros, el cual se corta en dos pedazos. Uno se dobla para formar un cuadrado y el otro se dobla para formar un triángulo equilátero. £Cómo debe cortarse el alambre de modo que el área total encerrada sea máxima?.

4. Elabore una gráfica de la función $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^4 e^{-x}$, precisando

   (a) Límites al infinito: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

   (b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento

   (c) Máximos y mínimos relativos (locales) y absolutos (globales), si existen.

   (d) Intervalos de concavidad.

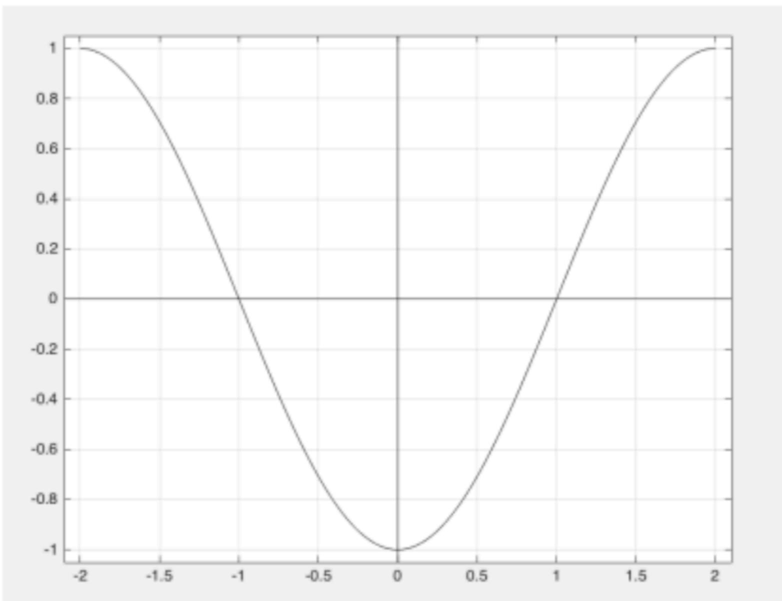
   (e) Puntos de inflexión.

5. Sea $f : [-2, 2] \to \mathbb{R}$. Con la ayuda del gráfico de la derivada de f que se muestra en la figura, determine:

   a) intervalos de crecimiento y decrecimiento de f,

   b) extremos relativos,

   c) intervalos de concavidad y convexidad.



6. Calcular los siguientes límites usando la regla de L'Hopital:

   a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(\cos x)}{\operatorname{sen} x}$

   b) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{e^{a\sqrt{x}} - 1}{\sqrt{\operatorname{sen} x}}$

   c) $\lim\limits_{x\to\infty} x^{1/x}$

   d) $\lim\limits_{x\to 1^+} (\ln x) \tan\left(\dfrac{\pi x}{2}\right)$

   e) $\lim\limits_{x\to 0+} x^{\operatorname{sen} x}$