Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística

EYP1016 - Introducción a la Estadística
Ayudantía 6

Profesora : Anita Araneda
Ayudante : Pilar Tello
Fecha : 19 de Abril del 2016

1. Suponga que se lanza una moneda honesta tres veces de manera sucesiva e independiente.

   a) Determine la función de distribución conjunta de X: Número de caras observadas en el primer lanzamiento y sea Y: Número total de caras observadas en los tres lanzamientos.

   b) Determine la función de probabilidad condicional de X dado $Y = 1$.

   c) Si usted recibe \$3um por cada cara obtenida más \$2um adicionales si una de ellas fue en el primer lanzamiento. ¿Cuál es la esperanza, o valor esperado, del dinero que ganará?

2. Suponga que el par de variables aleatorias X e Y tienen distribución conjunta:

		$X=1$	$X=2$	$X=3$
Y	2	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$
	3	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$
	4	0	$\frac{1}{3}$	0

   a) Encuentre las funciones de probabilidad marginales de X e Y.

   b) Encuentre $\mathrm{E}(X|Y = 4)$ y $\mathrm{Var}(X|Y = 4)$.

3. Suponga que en un centro telefónico, se reciben llamadas con tiempos entre llamadas sucesivas que distribuyen según una distribución exponencial con $\lambda = 0.5$. Recordar que:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

   a) Calcule la probabilidad de que transcurran más de 5 minutos entre dos llamadas sucesivas cualquiera.

   b) Calcule la probabilidad de que transcurra más de 1 minuto y menos de 3 minutos entre dos llamadas sucesivas cualquiera.

   c) ¿Cuál es el valor esperado del tiempo entre dos llamadas sucesivas cualquiera?

4. Demuestre que si $X \sim Exponencial(\lambda)$:

$$P(X > s + t | X > t) = P(X > s),\, para\, s, t > 0$$

Si una distribución cumple con esta propiedad, se dice que dicha distribución "no tiene memoria".

5. Se ha comprobado que el tiempo de vida en años de un marcapasos es una variable aleatoria con distribución Exponencial de parámetro λ, donde la esperanza del tiempo de vida del marcapasos es 20 si es del tipo A, y 16 si es del tipo B. En un hospital no se tiene registro del tipo de marcapasos que se le ha implantado a un paciente, sólo se sabe que el 30 % de ellos usar marcapasos de tipo B.

   a) Si se selecciona un paciente al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que su marcapasos dure más de 30 años?

   b) Si un marcapasos de tipo A lleva funcionando correctamente 5 años en un paciente, ¿cuál es la probabilidad de que siga funcionando 10 años más?