Departamento de Estadística PUC

Interrogación 1: EYP1027 Modelos Probabilísticos

Profesor: Reinaldo B. Arrellano-Valle   Ayudante: Camilo I. González

Pregunta 1: Sea $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ un espacio de probabilidad y sean A y B en $\mathcal{A}$.

(a) Pruebe que:

(a1) si $P(A) = P(B) = 0$, entonces $P(A \cup B) = 0$;

(a2) si $P(A) = P(B) = 1$, entonces $P(A \cap B) = 1$.

(b) Si A y B son eventos independientes, con $P(A) = p$ y $P(B) = q$, calcule:

(b1) la probabilidad de que ocurra exactamente uno de estos eventos (o A o B);

(b2) la probabilidad de que alguno de estos eventos no ocurra.

Pregunta 2: Sea X una variable aleatoria con función de distribución acumulada dada por,

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < -1, \\ 1-p, & \text{si } -1 \leq x < 0, \\ 1-p+\frac{1}{2}\,px, & \text{si } 0 \leq x < 2, \\ 1, & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$$

donde $0 < p < 1$.

(a) Calcule $P(X = -1)$, $P(X = 0)$, $P(-1 < X \leq 0)$, $P(0 < X \leq 1)$ y $P(X \geq 1)$.

(b) Calcule $\mathrm{E}(X)$, e indique una mediana para X.

Pregunta 3: Suponga que el tiempo de reparación de un artículo electrónico es una variable aleatoria X con función de densidad de probabilidada (fdp) dada por,

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & \text{si}\, x \geq 0, \\ 0, & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

(a) Pruebe que para todo $s > t$, $P(X > s|X > t) = P(X > s - t)$.

(b) Suponga que el costo de reparación de un artículo es $cX + 1$, donde la constante c es un costo por unidad de tiempo. Calcule el costo de repación esperado de un artículo.

Indicaciones: Sólo puede consultar los apuntes de cátedra, no puede tener a la vista ejercicios resueltos. El puntaje de cada pregunta es 6 puntos. El tiempo de duración máximo es una hora y media.

– Santiago, 11 de abril de 2018 –