



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROFESOR: TOMÁS FÜHRER – AYUDANTE: AGUSTÍN GILBERT

Introducción al Álgebra y Geometría - MAT1207-4 Ayudantía 9 - 16-05-2023

Ejercicio 1: Demuestre las siguientes identidades:

- a) $\arctan(x) + \arctan(y) = \arctan\left(\frac{x+y}{1-xy}\right).$
- b) $\arctan\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right) = \arcsin(x).$
- c) $\cos(\arcsin(x) + \arcsin(y)) = \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} - xy.$

Ejercicio 2:

- a) Demuestre que $(1+i)^{4n} - (1-i)^{4n} = 0.$
- b) Para cada $k \in \mathbb{Z}$, determine la parte real e imaginaria del complejo $z = i^{2k} + i^{-1000k} + \overline{i^{-19}} + |1-i|^2.$

Ejercicio 3: Demuestre que $\arctan(2) + \arctan(5) + \arctan(8) = 5\pi/4$

Ejercicio 4: Sea $z \in \mathbb{C} : |z| \neq 1$. Demuestre que, $\forall n \in \mathbb{N}$, que

$$\frac{1}{(1+z^n)} + \frac{1}{\bar{z}^n} \in \mathbb{R}.$$

Ejercicio 5: Demuestre que:

$$\frac{a+bi}{c+di} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow ad-bc=0.$$

Ejercicio 6: Resuelva las siguientes ecuaciones:

- a) $\cos(x) + \cos(2x) + \cos(3x) + \cos(4x) = 0.$
- b) $4\sin^3(x) - 2\sin^2(x) - 2\sin(x) + 1 = 0.$
- c) $\tan(x) - \cot(x) = \csc(x).$