



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESOR: RODRIGO VARGAS  
AYUDANTES: MATEO DE LA CUADRA Y MATHÍAS LUENGO

## Introducción al Cálculo - MAT1107

### Ayudantía 1

9 de Marzo de 2023

### Pregunta 1:

Muestre que  $a < b$  si y solo si  $a^3 < b^3$ .

### Pregunta 2:

Indique si las siguientes afirmaciones son verdadera o falsa. Si es verdadera debe demostrarla y si es falsa debe dar un contraejemplo.

- a) Si dos números reales  $x, y$  satisfacen que  $x < y$  entonces  $x^{-1} < y^{-1}$ .
- b) Sea  $a, b \in \mathbb{R}, a < b \iff a^2 < b^2$ .
- c) Para todo  $b$  y  $d$  en  $\mathbb{R}^+$ ,  $\sqrt{\frac{d}{b}} + \sqrt{\frac{b}{d}} \geq 2$ .

### Pregunta 3:

Dado  $a, b \in \mathbb{R}$ , tal que,  $a > b$  y  $a > 1$ , demuestre que:  $a^2 + b > a + ab$ .

### Pregunta 4:

Demstrar que  $a^{-1} > a \implies a < -1 \vee 0 < a < 1$ .

### Pregunta 5:

Pruebe que para todo  $x, y$  perteneciente a los reales ( $\mathbb{R}$ ), tales que  $x, y > 0$ , se tiene que  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ .

### Pregunta 6:

Demuestre que  $\forall a, b > 0$ , es cierto que  $(1 + a^2)(1 + b^2) \geq 4ab$ .