



Pontificia Universidad Católica de Chile  
Bastían Mora - bmor@uc.cl  
Matías Fernández - matias.fernandez@uc.cl

## MAT1107 - Introducción al Cálculo

Ayudantía 10 - Jueves 26 de mayo del 2022

**Problema 1.** Calcule las sumatorias

a)  $\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j \left(k + \frac{2^j}{j}\right)$

c)  $\sum_{j=0}^n 6j^2 - 12j - 3$

b)  $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$

d)  $\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \frac{1}{2^i \cdot 3^j}$

**Problema 2.** Utilizando la propiedad telescópica, calcule las siguientes sumas:

a)  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$

c)  $\sum_{i=1}^k \frac{1}{\sqrt{i(i+1)}(\sqrt{i+1}+\sqrt{i})}$

b)  $\sum_{i=j}^k \ln \left(1 + \frac{1}{i}\right)$

d)  $\sum_{k=1}^n k!k$

e)  $\sum_{i=1}^m \frac{i}{(i+1)!}$

**Problema 3.** Demuestre que, para todo  $n \geq 2$ , se tiene la desigualdad

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} > \sqrt{n}.$$

**Problema 4.** Calcule en función de  $n$ , el valor de la suma

$$\sum_{k=1}^{2n} (-1)^k k^2$$

procediendo como se indica:

a) Escriba la suma de los términos pares, usando  $k = 2i$ , con  $i \in \{1, \dots, n\}$ .

b) Escriba la suma de los términos impares, usando  $k = 2i - 1$ , con  $i \in \{1, \dots, n\}$ . Calcule la suma pedida al inicio.

**Problema 5.** Sea  $\{f_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  la sucesión de Fibonacci, definida por  $f_1 = f_2 = 1$  y  $f_{k+2} = f_{k+1} + f_k$  para todo  $k \geq 1$ .

a) Demuestre que para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\sum_{i=1}^n f_i = f_{n+2} - 1$ .

b) Demuestre que para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\sum_{i=1}^n f_i^2 = f_{n+1} f_n$ .