Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemáticas
Primer semestre de 2022

MAT1107 – Introducción al Cálculo

Solución Interrogación N° 3

1. La gráfica de la función $f(x) = -1 - \sqrt{2-x}$ se obtiene a partir de la gráfica de $g(x) = \sqrt{x}$ aplicando transformaciones de funciones.

   a) Identifique, en el orden que se aplican, las transformaciones que permiten obtener la gráfica de f a partir de la gráfica de g.

   b) Grafique cada una de estas transformaciones, identificando los puntos de intersección con los ejes coordenados.

   Solución.

   (a) Considere las siguientes tranformaciones

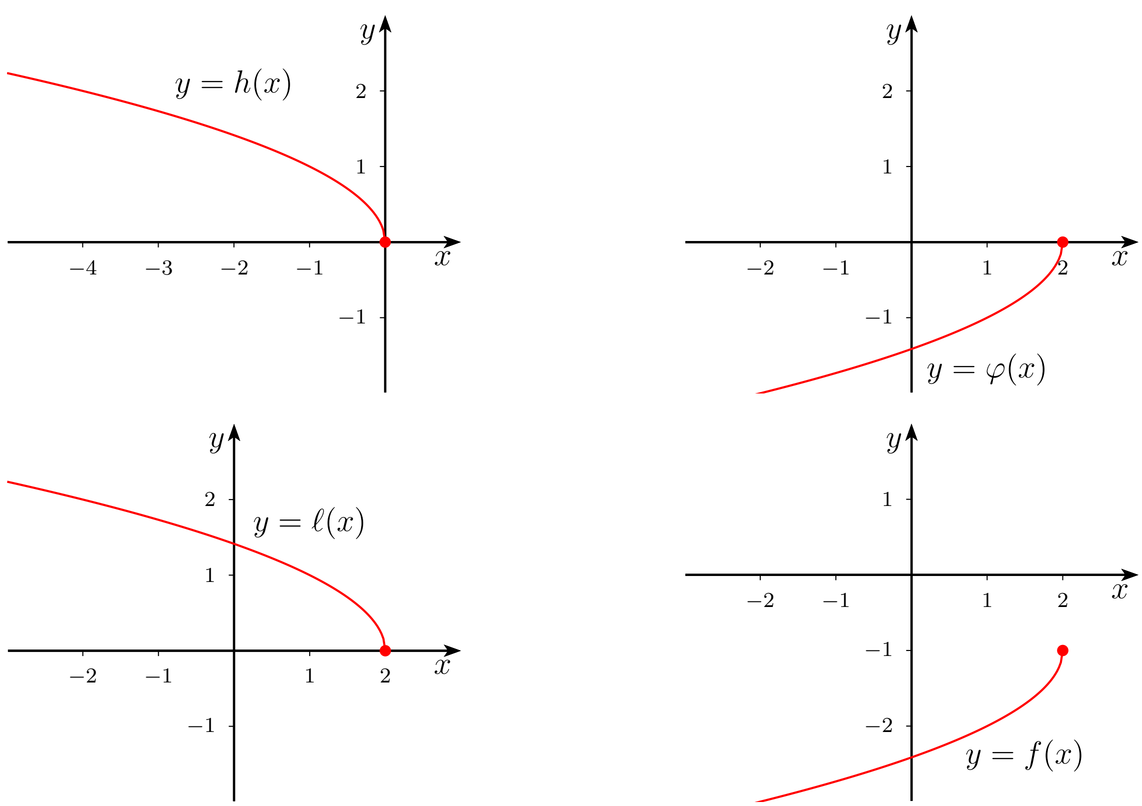
   i. $h(x) = g(-x) = \sqrt{-x}$ Reflejar en torno al eje Y.

   ii. $\ell(x) = h(x-2) = \sqrt{-(x-2)} = \sqrt{2-x}$ Trasladar dos unidades a la derecha.

   iii. $\varphi(x) = -\ell(x) = -\sqrt{2-x}$ Reflejar en torno al eje X.

   iv. $f(x) = \varphi(x) - 1 = -1 - \sqrt{2-x}$ Trasladar una unidad hacia abajo.

   (b) La secuencia de gráficas es



Puntaje Pregunta 1.

- 1,5 puntos por la transformación h y su gráfica.
- 1,5 puntos por la transformación ℓ y su gráfica.
- 1,5 puntos por la transformación φ y su gráfica.
- 1,5 puntos por la transformación f y su gráfica.

2. Considere la función $r(x) = \dfrac{5x+20}{x^2+10x+25}$.

a) Determine las asíntotas verticales de r.

b) Determine las asíntotas horizontales (si es que existen) de r.

c) Trace la gráfica de r.

d) Determine si la función r es inyectiva. Justifique su respuesta.

Solución.

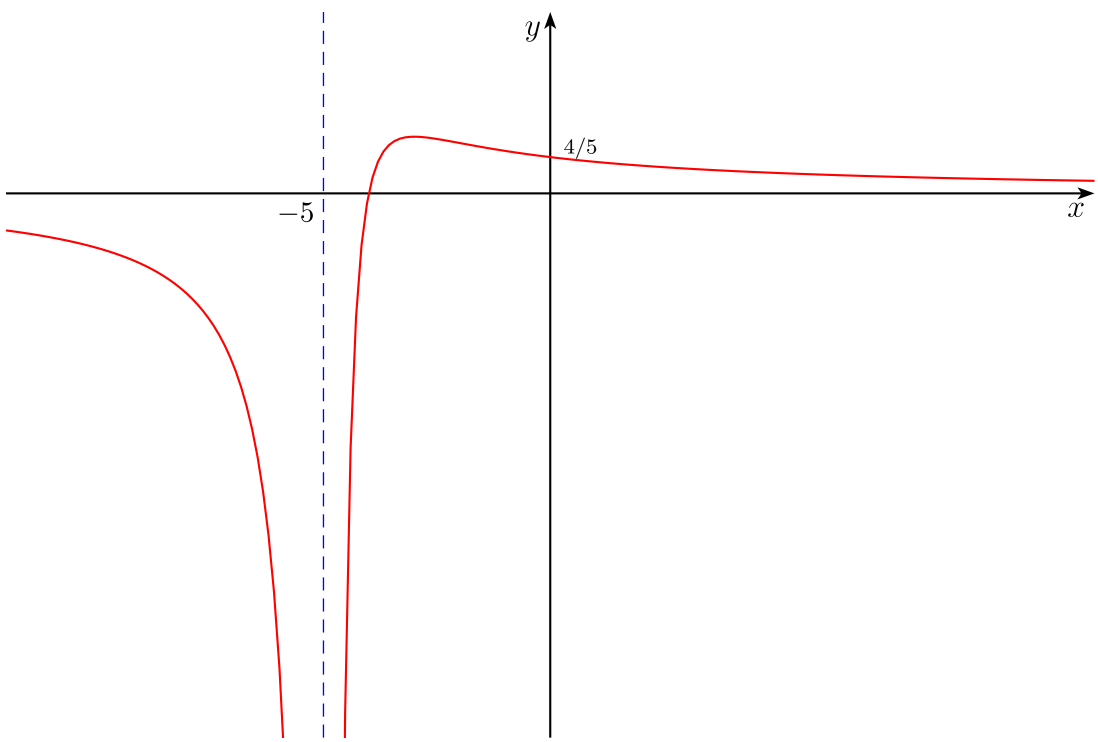
a) Factorizando el denominador vemos que

$$r(x) = \frac{5x+20}{x^2+10x+25} = \frac{5x+20}{(x+5)^2} = \frac{P(x)}{Q(x)}\,.$$

Entonces $Q(x) = 0 \Longleftrightarrow x = -5$ luego $x = -5$ es asíntota vertical de r.

b) Es sencillo ver que $y = 0$ es asíntota horizontal, porque el grado del numerador es menor que el grado del denominador.

c) Usamos la información que hemos encontrado



d) Por el test de la recta horizontal se ve que r no es inyectiva. En efecto,

$$r(x) = \frac{1}{2} \Longleftrightarrow \frac{5x+20}{x^2+10x+25} = \frac{1}{2} \Longleftrightarrow 10x+40 = x^2+10x+25 \Longleftrightarrow x^2-15 = 0 \Longleftrightarrow x = \pm\sqrt{15}$$

Entonces existen $x_1 = \sqrt{15}$, $x_2 = -\sqrt{15}$ con $x_1 \neq x_2$ tales que $r(x_1) = r(x_2) = \frac{1}{2}$. Luego r no es inyectiva.

Puntaje Pregunta 2.

- 1,5 puntos por determinar la asíntota vertical.
- 1,5 puntos por determinar la asíntota horizontal.
- 1,5 puntos por la gráfica de la función r
- 1,5 puntos por mostrar que r no es inyectiva. Exhibiendo los puntos x_1, x_2. En caso de solo argumentar con el test de la recta horizontal otorgar 0,5 puntos.