



## EYP1016 - Introducción a la Estadística

### Ayudantía 4

Profesora : Anita Araneda  
Ayudante : Pilar Tello  
Fecha : 5 de Abril del 2016

1. Un grupo de investigadores está recopilando información para realizar un estudio estadístico. La información está siendo recopilada mediante el envío de una encuesta electrónica a mails de distintas personas, la cual queda registrada en una página web con el nombre del correo electrónico a quién se le envió. Se sabe que cada una de las encuestas enviadas no llega al destinatario (mail enviado) el 5 % de las veces independientemente. Si la encuesta no fue recibida por un destinatario queda sin información en la página web.
  - a) En un envío de 8 encuestas, ¿cuál es la probabilidad que a lo más dos no lleguen a destino?
  - b) ¿Cuántas encuestas debería esperar enviar hasta recibir el primer informe de no recepción?
2. Como bien saben, en los últimos 25 años (1992-2011) Chile ha enfrentado cuatro megasismos (terremotos con una magnitud superior a los 8° en escala Richter: el 30/07/1995 en Antofagasta, el 27/02/2010 en Cauquenes, el 1/01/2014 en Iquique y el 16/09/2015 en Coquimbo). Estadísticamente, la ocurrencia de mega-sismos puede ser modelada, por ejemplo, a través de una distribución Bernoulli.
  - a) Si  $p$  representa la probabilidad de ocurrencia anual de un mega-sismo, la cual puede obtenerse en base a la información histórica en los últimos 25 años, ¿Cuál sería la probabilidad de que en los próximos 5 años ocurra en Chile uno o más mega-sismos? ¿Qué supuesto es necesario para evaluar esta probabilidad?
  - b) ¿Cuál es la esperanza de los años que deberían pasar hasta que ocurra un mega-sismo y la probabilidad de observar un mega-sismo durante este periodo?
3. Considere la variable aleatoria  $X$  con función de distribución acumulada  $F(x)$  dada por:

$X$	-2	-1	0	1	2
$F(x)$	0.1	0.3	0.5	0.7	1

- a) Determine la función de distribución de  $X$ .
  - b) Defina  $Y = X^2 + 1$
  - c) Determine la función de distribución acumulada para  $Y$ .
  - d) Calcule  $E(x)$  y  $Var(x)$ .
4. Sea el espacio de probabilidad  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  con  $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  
 $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{0, 1\}, \{2, 3, 4\}, \{5\}, \{0, 1, 2, 3, 4\}, \{0, 1, 5\}, \{2, 3, 4, 5\}, \Omega\}$  y  $\mathbb{P}(A) = \frac{1}{15} \sum_{\omega \in A} \omega$ ,  $\forall A \in \mathcal{F}$ . Sea la función  $X : \Omega \rightarrow \mathcal{R}$ .

a) Determine si  $X$  es una variable aleatoria definida para el espacio  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ , si:

- $X(\omega) = \omega + 1$ , para todo  $\omega \in \Omega$ .
- $X(\omega) = \lfloor \omega/2 \rfloor$ .
- $X(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{si } \omega \leq 1 \\ 1 & \text{si } 1 < \omega \leq 4 \\ 2 & \text{si } \omega > 4 \end{cases}$

b) Para los casos en que  $X$  es variable aleatoria, se define la *probabilidad inducida* como:  
 $P_x(\{x\}) = \mathbb{P}(X^{-1}(\{x\}))$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Encuentre  $P_x(\{1, 2\})$  para cada caso.

5. Un equipo de fiscales, con apoyo de un gigante informático, revisa cientos de correos electrónicos identificando como sospechosos (solicitando apoyo monetario ilegalmente) envíos de tres partidos (digamos  $I$ ,  $C$  y  $D$ ) que compiten por la presidencia. De estos, la mitad de los correos fueron enviados por  $D$ , mientras que los restantes están en relación 3:2 entre  $C$  e  $I$ . Considerando que se comete delito cuando una empresa accede a la solicitud, y que el sistema es "infalible" (es decir, si el mail revisado fue respondido y entregó dinero la empresa, llevando a cabo el delito, este es detectado).

Por otra parte, del total de envíos que las empresas reciben de  $D$  le dan una respuesta sólo al 40 % de ellas (positivas y negativas), valores que bajan a 30 % y 10 % en el caso de  $C$  e  $I$ .

Finalmente, un análisis de las respuestas muestra que entre todas las respuestas de  $D$  en 8 de cada 10 los apoyan monetariamente, mientras que en  $C$ , en relación a  $D$ , es la mitad, y en  $I$ , en relación a  $C$  es la mitad.

Si los fiscales seleccionan un mail al azar, determine:

- a) La probabilidad de que sólo el partido  $D$  sea sometido a juicio.
- b) La probabilidad de que ningún partido sea sometido a juicio.
- c) La probabilidad de que no se haya cometido delito, si la empresa respondió el mail.