

**MAT1610-Cálculo I**  
**Guía 3: Continuidad**

1. Sea

$$f(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

Probar que  $f$  es continua en 0.

2. Determine condiciones sobre  $a$  y  $b$  en  $\mathbb{R}$  para que

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a(x^3 - x)}{3(x - 1)} & \text{si } x < 1 \\ 2ax + b & \text{si } 1 \leq x \leq 4 \\ \frac{x^2 - 16}{x - 4} & \text{si } 4 < x \end{cases}$$

sea continua en  $\mathbb{R}$

3. Sea  $f(x) = \frac{x^{3/2} + \sqrt{x} - x - 1}{\sqrt{x} - 1}$

¿Que tipo de discontinuidad hay en  $x = 1$ ?

4. Sea

$$f(x) = \frac{1 - \operatorname{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)}{(\pi - x)^2}$$

¿Se puede definir  $f(\pi)$  de modo que  $f$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$ ?

5. Calcule  $a$  y  $b$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}-1} & , \quad x < 0 \\ ax + b & , \quad 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{x - \sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1}-3} & , \quad 2 < x \end{cases}$$

sea continua.

6. Demuestre que la ecuación  $e^{-x^2} = \cos x$  tiene una solución en el intervalo  $[0, \pi]$ .

- 
7. Analice la existencia de una solución real de la ecuación:

$$3x^3 - 4x^2 + 13x + 2 = 0$$

.

8. Demuestre que la ecuación  $-e^{x^2} = x^3 + x - 5$  , tiene al menos dos soluciones en el intervalo  $[-3, 3]$ . Justifique su respuesta.