



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESOR: RODRIGO VARGAS  
AYUDANTES: MATEO DE LA CUADRA Y MATHÍAS LUENGO

## Introducción al Cálculo - MAT1107

Ayudantía 11  
1 de junio 2023

### Pregunta 1

Calcule

$$\sum_{k=0}^n \frac{k}{(k+1)!}.$$

**Hint:** Calcule  $\frac{1}{k!} - \frac{1}{(k+1)!}$ .

### Pregunta 2

Considere  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , una progresión aritmética.

- a) Demuestre que para todo  $t \neq 0$ , la sucesión  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  definida por  $b_n = t^{a_n}$  es una progresión geométrica.
- b) Demuestre que para todo  $s > 0$ ,  $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$  dada por  $c_n = b_n^s$  es progresión geométrica.
- c) Demuestre que si  $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$  es una sucesión creciente, entonces  $(\log(a_n))_{n \in \mathbb{N}}$  es una sucesión creciente. (Recuerde que una sucesión  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  es creciente si  $a_{n+1} \geq a_n \forall n \in \mathbb{N}$ ).
- d) Halle condiciones sobre  $t$  y  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  para que  $(d_s)_{s \in \mathbb{N}}$  definida como  $d_s = b_n^s$  sea una sucesión creciente  $\forall n \in \mathbb{N}$ .

### Pregunta 3

Calcule las siguientes sumas:

- a)  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} k$
- b)  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{(-1)^k}{k+1}.$

## Pregunta 4

Sea  $a_n = \frac{2^n}{3}$  para  $n \geq 1$  y considere la sucesión dada por

$$P_n = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n$$

Calcule  $P_{50}$  y  $P_{100}$

## Pregunta 5

Calcule el valor de

$$S = \sum_{k=7}^{201} \frac{1}{(k+1)(k+3)}$$

## Pregunta 6

Sea  $a_n$  una sucesión que satisface:

$$\sum_{k=1}^9 a_k = 50, \quad \sum_{k=1}^9 a_k^2 = 100, \quad 3 \sum_{k=1}^{10} a_k = 180$$

- a.) Determine el valor de  $a_{10}$ .
- b.) Determine el conjunto

$$S = \left\{ c \in R \mid \sum_{k=1}^{10} (2a_k - c)^2 = 1050 \right\}$$