



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA  
PROFESOR: REINALDO ARELLANO  
AYUDANTE: DANIEL GÁLVEZ  
PRIMER SEMESTRE 2024

## Modelos Probabilísticos - EYP1025/1027

### Ayudantía 11

1. Considere la siguiente distribución de probabilidades del vector aleatorio  $(X, Y)$ :

$Y/X$	1	2	3
2	0.1	0.2	0.1
4	0.1	0.2	0.3

- (a) Encuentre las distribuciones marginales de  $X$  y de  $Y$
  - (b) ¿Son  $X$  e  $Y$  variables aleatorias independientes?
  - (c) Calcule  $P(Y = X)$
  - (d) Calcule  $P(X = Y - 1)$
2. Muestre que si  $X, Y$  son independientes, entonces  $g(X), h(Y)$  también son independientes.
3. Sea  $X, Y$  variables aleatorias con distribución conjunta

$$P(X = m, Y = n) = \frac{1}{2^{m+1}}, \quad m \geq n$$

para  $m, n = 1, 2, \dots$

- (a) Encuentre la marginal de  $X$
  - (b) Encuentre la marginal de  $Y$
  - (c) Discuta sobre si  $X, Y$  son independientes o no
4. Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio con densidad conjunta dada por

$$f_{X,Y}(x, y) = \sqrt{\frac{2}{\pi a^3}} e^{-\frac{x^2}{2a}} I(0 < y < x^2)$$

con  $a > 0$ .

- (a) Encuentre la marginal de  $Y$
  - (b) Calcule  $P(Y < X \cap X > 1)$
  - (c) Con lo anterior muestre que
- $$\lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{f_Y(y; a)}{e^{1/2a} P(Y < X \cap X > 1; a)} = 0$$
5. Sea  $X, Y$  dos variables aleatorias. Muestre que

$$|\mathbb{E}(XY)| \leq \sqrt{\mathbb{E}(X^2)\mathbb{E}(Y^2)}$$