



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

FACULTAD DE MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PROFESOR: RODRIGO VARGAS

AYUDANTES: MATEO DE LA CUADRA Y MATHÍAS LUENGO *Créditos a  
Tarea 2 2022-1 y Ayudantía 4 2022-2*

## Introducción al Cálculo - MAT1107

### Ayudantía 6

20 de Abril 2023

## Pregunta 1

Un granjero dispone de 1.000 metros de cerca para construir tres corrales rectangulares, paralelos e idénticos, como muestra el dibujo. ¿Cuál es la mayor área total que puede cercar? ¿Cuáles son las dimensiones de cada corral? Resuelva planteando una función cuadrática.

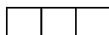


Figura 1: Corrales.

## Pregunta 2

Encuentre las asíntotas verticales y horizontales de las siguientes funciones racionales:

a.)  $\frac{3x^4-2x^2+1}{x^2-16}$

b.)  $\frac{x^2-6x+5}{x^3-x}$

c.)  $\frac{2x^2+3x+1}{x^2-x-2}$

## Pregunta 3

Sea  $g: [-2, 4) \rightarrow [1, \infty)$  la función definida por  $g(x) = 1 + \sqrt{\frac{x+2}{4-x}}$ .

Demuestre que  $g$  es una función biyectiva.

## Pregunta 4

Restrinja cada función para volverla biyección. Recuerde que puede restringir dominio y/o codominio:

a)  $f: [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1], f(x) = \sin(x)$

- b)  $g: [0, \infty] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = |x|$
- c)  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = -x^2$
- d)  $c: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \{2, 3\}, c(x) = 2.$

**Nota:** Claramente todas estas funciones tienen más de una forma de hacerse biyectivas. Elija una que haga que el dominio y el recorrido sean maximales (lo más grandes posibles).

## Pregunta 5

Considere  $p(x) = x^2 + bx + c$  tal que  $\Delta(p) = b^2 - 4c \geq 0$ . Sean  $x_1, x_2$ , ceros de  $p$ ,

- a) Demuestre que el promedio de los ceros pasa por la recta  $x = -\frac{b}{2}$ .
- b) Expresé  $p$  en su forma normal en función de sus ceros.

## Pregunta 6

Considere la siguiente notación:

$$\begin{aligned}
 [x_1] &= x_1 \\
 [x_1, x_2] &= x_1 + \frac{1}{x_2} \\
 [x_1, x_2, x_3] &= x_1 + \frac{1}{x_2 + \frac{1}{x_3}} \\
 &\vdots \\
 [x_1, x_2, \dots, x_n] &= x_1 + \frac{1}{x_2 + \frac{1}{x_3 + \frac{1}{\ddots \frac{1}{x_n}}}}
 \end{aligned}$$

y sea  $r(x)$ , una función racional.

- a) Demuestre que  $[1, 1, \dots, 1, r(x)]$  (con  $n$  unos) es una función racional.
- b) Si  $r(x) = \frac{1}{x}$ , grafique  $[0, 1, r(x)]$ .