



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística

EYP1016 - Introducción a la Estadística

Ayudantía 9

Profesora : Anita Araneda
Ayudante : Pilar Tello
Fecha : 10 de Mayo del 2016

1. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria de variables independientes de distribución exponencial de media $1/\lambda$. Se sabe que la función de distribución es $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ cuando $x > 0$. Determine la función de densidad de $X_{(1)} = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$
2. Suponga que el número de clientes que llegan a un local comercial durante un día cualquiera tiene distribución Poisson con $\lambda = 100$. Cada cliente que llega realiza una compra con probabilidad $p = \frac{1}{5}$. Considere que el número de clientes que llega en distintos días son variables aleatorias independientes. De la ayudantía pasada sabemos que la distribución del número de clientes que compra es Poisson $\lambda = 100 \times \frac{1}{5}$.
 - a) Si se observan 80 días. Obtenga una aproximación para la probabilidad de que el número promedio de clientes que compran en estos días sea inferior a 19 personas.
 - b) Obtenga una aproximación para la probabilidad de que la cantidad de clientes que visitan el local en 40 días sea mayor a 100.
3. Considere una muestra aleatoria X_1, \dots, X_n , con valores en \mathcal{X} y función de probabilidad conjunta $P(X = x) = p_\theta(\mathbf{x})$ y sea $P(T(\mathbf{X}) = t) = q_\theta(t)$ la función de probabilidad de cierto estadístico $T(\mathbf{X})$. Demuestre que $T(\mathbf{X})$ es un estadístico suficiente para θ ssi, para todo $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$,

$$\frac{p_\theta(\mathbf{x})}{q_\theta(T(\mathbf{x}))}$$

es constante como función de θ .

4. Sean X_1, X_2, X_3 muestra aleatoria proveniente de una distribución Bernoulli con parámetro $\theta \in [0, 1]$. ¿Es $T(X_1, X_2, X_3) = X_1 + 2X_2 + X_3$ un estadístico suficiente para θ ?
5. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria proveniente de una distribución con función de densidad para cada observación:

$$f_\theta(x) = \theta x^{\theta-1} \quad 0 < x < 1, \theta > 0$$

Encuentre un estadístico suficiente para θ por criterio de factorización.