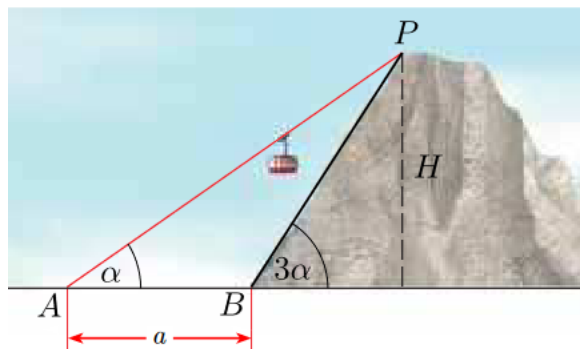




PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
 FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
 DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
 PROFESOR: TOMÁS FÜHRER – AYUDANTE: AGUSTÍN GILBERT

## Introducción al Álgebra y Geometría - MAT1207-4 Ayudantía 7 - 25-04-2023

**Ejercicio 1:** Un funicular lleva pasajeros desde el punto  $A$ , que se encuentra a una distancia de  $a$  metros del pie del cerro en  $B$ , hasta la cima del cerro en el punto  $P$ . El ángulo de elevación del punto  $P$  visto desde  $A$  es de  $\alpha$  y el ángulo de elevación visto desde  $B$  es de  $3\alpha$ . La situación se representa en la siguiente figura



Demuestre que la altura  $H$  del cerro está dada por

$$H = \frac{a \operatorname{sen}(3\alpha)}{2 \cos(\alpha)}$$

**Ejercicio 2:** Si  $b \operatorname{sen}^2(\alpha) + a \cos^2(\alpha) = c$ , demuestre que  $\tan^2(\alpha) = \frac{c-a}{b-c}$

**Ejercicio 3:** Demuestre que en todo triángulo  $\triangle ABC$  se tiene que  $\frac{\operatorname{sen}(\alpha - \beta)}{\operatorname{sen}(\alpha + \beta)} = \frac{a^2 - b^2}{c^2}$

**Ejercicio 4:** Demuestre las siguientes identidades

$$1. \frac{\operatorname{sen}(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha) \cos(\beta)} = \tan(\alpha) + \tan(\beta)$$

$$2. \frac{\operatorname{sen}(5\alpha) - \operatorname{sen}(4\alpha)}{\cos(5\alpha) + \cos(3\alpha)} = \tan(\alpha)$$

$$3. \frac{\operatorname{sen}(\alpha) - \cos(\alpha) + 1}{\operatorname{sen}(\alpha) + \cos(\alpha) - 1} = \frac{1 + \operatorname{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

**Ejercicio 5:** Demuestre que si  $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ , entonces

$$1. \operatorname{sen}^2(\alpha) + \operatorname{sen}^2(\beta) - \operatorname{sen}^2(\gamma) = 2 \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen}(\beta) \operatorname{sen}(\gamma)$$

$$2. \tan(\alpha) + \tan(\beta) + \tan(\gamma) = \tan(\alpha) \tan(\beta) \tan(\gamma)$$

**Ejercicio 6:** Demuestre que  $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{1}{2}$