

## Ayudantía N 12

---

1. Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio con distribución uniforme en el círculo unitario, esto es,

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \pi^{-1} & \text{si } x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 & \text{si } \text{no} \end{cases}$$

2. Sean  $X_1$  y  $X_2$  variable aleatoria i.i.d.  $Unif(0, 1)$ . Calcule  $E(X_{(1)})$ .
3. Sea  $X$  e  $Y$  variables aleatorias independientes con  $X \sim \Gamma(a, \lambda)$  e  $Y \sim \Gamma(b, \lambda)$ . Calcule la densidad de  $Z = \frac{X}{X+Y}$ .  
Obs:  $f_X(x) = \frac{x^{a-1} \exp(-x/\lambda)}{\Gamma(a)\lambda^a}$ ,  $x \geq 0$
4. Sea  $X \sim Unif(-1, 1)$  e  $Y = X^2$ . Calcular la  $Cov(XY)$  y discuta la independencia de estas variables.
5. Sean  $X, Y, Z$  v.a con matriz de covarianzas

$$V = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

- (a) Calcule  $Var[X + Y + Z]$
- (b) Muestre que  $X - Y$ ,  $X + Z$  y  $2Y - Z$  no están correlacionadas.