

Universidad de Costa Rica

CA0410 TEORÍA DE RIESGOS

PROFESOR: JOSÉ ALEXANDER RAMÍREZ GONZÁLEZ
II SEMESTRE 2020

*Estimación de riesgo para datos de defraudaciones Banco
Nacional*

Integrantes:
Amel Cáceres Cruz
Esteban Loría
Marco Mejía

Diciembre 2020

Índice

Resumen	2
Introducción	2
Marco Teórico	2
Metodología	5
Descripción de los datos	6
Análisis descriptivo de los datos	7
Implementación del modelo	8
Modelos por tipo de evento	12
Por tarjeta de débito	12
Por tarjeta de crédito	15
Incidentes cuenta 147	17
Conclusiones y recomendaciones	20

Resumen

El presente trabajo pretende realizar una estimación que pueda cuantificar las potenciales pérdidas asociadas al Riesgo operativo, particularmente a la cartera de tarjetas de crédito y débito del Banco Nacional de Costa Rica, mediante una implementación que considere la información registrada para el primer semestre del presente año 2020. Específicamente se pretende realizar una estimación mediante un modelo que logre ajustar el comportamiento tanto de las frecuencias de las reclamaciones por fraude como también la severidad de estos montos. En el trabajo se analizan diferentes ajustes para mejorar la estimación y además, se utiliza la teoría del valor extremo dada la particularidades observada en los datos. Finalmente, se presentan los resultados resultante de la estimación junto con la programación.

Introducción

Por las características inherentes de la actividad bancaria, la entidad debe mantener un capital destinado a cubrir los riesgos que conlleva el banco. Uno de los riesgos está asociado a los fraudes de las tarjetas de crédito o ya sea de débito. Es por ello que el Banco Nacional ha solicitado una estimación de cuánto dinero debería reservar para realizar el pago de reclamaciones por fraude.

De conformidad con su solicitud, los objetivos de nuestra participación consistirán en realizar una implementación de modelos de cuantificación de pérdidas asociadas a este tipo de riesgo, mediante el uso de la información histórica de las incidencias brindadas por el Banco. La implementación consistirá en el uso de la inferencia estadística sobre la distribución de reclamaciones por fraude y sobre las frecuencias de reclamaciones(severidad), la cual permita extraer resultados como el Valor en Riesgo (de ahora en adelante VaR) y el Déficit Esperado (de ahora en adelante ES) de la pérdida anual al 99 %.

Finalmente, se realizará un reporte con los resultados junto con un script de Python listo para correr con la programación.

Marco Teórico

Para este trabajo se contemplará y se seguirán las disposiciones que la Superintendencia General de Entidades Financieras, establece en el acuerdo 18-16 SUGEF: "la entidad debe considerar al riesgo operativo como un riesgo relevante, inherente a la actividad financiera y objeto de gestión en su proceso de administración integral de riesgos" (p.9). Por otro lado, en su artículo 8 sobre riesgo operativo establece que:

"La entidad debe realizar una evaluación del riesgo operativo inherente a los productos, actividades, procesos y sistemas que previo análisis y clasificación, resulten relevantes para la entidad. Asimismo, la Administración Superior debe asegurar que, antes de introducir nuevos productos, se emprendan nuevas actividades o se establezcan nuevos procesos y sistemas, el riesgo operativo inherente a ellos esté sujeto a un procedimiento de evaluación. La unidad o función de riesgos, previo al lanzamiento o prestación de nuevos productos y servicios, debe rendir a la Junta Directiva o autoridad equivalente una opinión sobre la evaluación efectuada. Este requerimiento es obligatorio también cuando se trate del relanzamiento de un producto, servicio, proceso o sistema." (p.10)

Y sobre la medición y evaluación establece su artículo 9 que:

"La entidad debe evaluar los eventos de riesgo, esto implica la medición de las pérdidas potenciales en términos de probabilidad de ocurrencia (frecuencia) e impacto. La metodología que implemente la entidad para la medición y evaluación debe ser cualitativa y cuantitativa en función al avance que vaya teniendo en su proceso de implementación de la gestión de riesgo operativo. La evaluación cualitativa busca desarrollar los criterios para priorizar la atención de los riesgos y la periodicidad para su seguimiento. La evaluación cuantitativa debe realizarse a través de la información histórica de eventos de riesgo para el caso de las incidencias de riesgo y en estimaciones para el caso de los eventos potenciales. La metodología utilizada debe constar en el Manual de Administración Integral de Riesgos." (p. 10-11)

Para efectos del desarrollo de las estimaciones que se desean realizar, el trabajo tendrá sustento teórico y partirá de definiciones las cuales son específicas y extraídas del acuerdo SUGE 18-16(2016), como la cuasipérdida, que define eventos de riesgo que no resultan en pérdidas financieras, cuyo resultado no depende de la efectividad o funcionamiento de un indicador, control u otra medida preventiva, sino por cuestiones puramente circunstanciales.

Por otro lado, el banco se verá involucrado en distintos tipos de riesgo, donde un evento de riesgo se refiere a un suceso o serie de sucesos, de origen interno o externo, que pueden derivar en pérdidas financieras para la entidad. Puede ser de dos tipos: incidencias, eventos que se han producido; o eventos potenciales, aquellos que podrían producirse. Paralelo a ello se define un factor de riesgo como la causa u origen de un evento de riesgo operativo. Los factores son los procesos, personas, tecnología de información y eventos externos. Y al número de eventos o resultados por unidad de tiempo definida, se denomina la frecuencia de dicho evento. Es natural pensar junto con el riesgo sus indicadores, pues estos últimos describen la medida cuantitativa o cualitativa que permite determinar prospectivamente la posibilidad de un evento, como de sus consecuencias. Y estos ocurren con cierta probabilidad, que trata de medir la posibilidad de ocurrencia, expresada como un número comprendido entre 0 y 1, donde 0 es la imposibilidad y 1 la certeza absoluta.

Una vez contextualizado el riesgo, podemos ahondar en los distintos tipos en los que está involucrado la entidad bancaria. El riesgo inherente es aquél intrínseco de un producto, actividad, proceso o sistema, entre otros, al que se enfrenta una entidad en ausencia de acciones o controles tendientes a modificar su probabilidad o impacto. Así mismo, se involucra con el riesgo legal que incluye la posibilidad de pérdidas económicas debido a la inobservancia o aplicación incorrecta o inoportuna de disposiciones legales o normativas, instrucciones emanadas de los organismos de control o como consecuencia de resoluciones judiciales, extrajudiciales o administrativas adversas, o de la falta de claridad o redacción deficiente en los textos contractuales que pueden afectar la formalización o ejecución de actos, contratos o transacciones. Y por último, la norma, el acuerdo de SUGE 18-16, define el riesgo operativo como posibilidad de sufrir pérdidas económicas debido a la inadecuación o a fallos de los procesos, el personal y los sistemas internos o bien a causa de acontecimientos externos. Esta definición incluye el riesgo legal y el riesgo de tecnologías de información, pero excluye el riesgo estratégico y el de reputación.

Para el tratamiento de estos tipos de riesgo primeramente se propone la implementación de métodos de inferencia estadística para la estimación de las distribuciones de la frecuencia y la severidad, los modelos clásicos en esta primera instancia ajustan bien para los valores centrales de una distribución, pero estos no son tan eficaces para abarcar el comportamiento que se encuentra en las colas. Es por ello que en este trabajo se propone una solución a esto, aplicando aproximaciones para las distribuciones centrales y una aproximación del VaR anual basada en la teoría del valor extremo, la cual es una rama de la Teoría de la Probabilidad que tiene como objetivo analizar los valores extremos observados de una distribución.

Como una primera aproximación se puede definir el VaR como un método de cálculo del riesgo de mercado que utiliza técnicas estadísticas estándar para medir la peor pérdida previsible del valor de una cartera de activos (V) en un intervalo de tiempo (h) bajo condiciones normales de mercado a un nivel de confianza dado (α). Esto es, el VaR sería aquel valor tal que:

$$Pr[V_{t+h} - V_t \geq VaR | I_t] = 1 - \alpha$$

donde I_t es el conjunto de información disponible en t . Alternativamente, el VaR puede entenderse, como apunta Prisker (1996), como el volumen de capital que la entidad requeriría para absorber las pérdidas registradas por su cartera en casi todas las circunstancias.

Por otro lado, existe una medida que es capaz de producir mejores estimaciones que el VaR, y esta es denominada como ES, que se refiere al déficit esperado, también como valor en riesgo condicionado o pérdida esperada de la cola. El ES, como el VaR, es una función de dos parámetros: T (horizonte de tiempo) y X (el nivel de confianza). El ES se diferencia del VaR porque mientras este última trata de responder a “¿Qué tan malo puede ser ‘x’ situación?”, el ES se pregunta “Si pasara un escenario malo, ¿cuál sería la pérdida esperada?”.

McNeil(2005), define el déficit esperado para una pérdida L , con esperanza finita, y función de distribución F_L . Entonces el déficit esperado relacionada a esta pérdida, a un nivel de confianza α entre 0 y 1, se denota

como:

$$ES_\alpha = \frac{1}{1-\alpha} \int_{\alpha}^1 VaR_u(L) du$$

La teoría del valor extremo es la que trata de describir las estimaciones concernientes a las colas de una distribución, esta puede ser usada para realizar mejores resultados del VaR y del ES con un alto nivel de confianza, esta teoría brinda una forma de suavizar y extrapolar las colas de una distribución empírica.

Uno de los resultados claves en la teoría del valor extremo fue probado por Gnedenko (1943). El cual muestra que las colas de un amplio rango de distintas funciones de distribución comparten propiedades en común. Este resultado establece que para una amplia clase de distribuciones, $F(v)$, la distribución de $F_u(y)$ converge a la distribución generalizada de Pareto. Cuya distribución generalizada de Pareto se define como:

$$G_{\alpha,\beta}(\gamma) = 1 - [1 + \alpha \frac{\gamma}{\beta}]^{-\frac{1}{\gamma}}$$

Como lo menciona Hull (1946), si la media de las frecuencias es mayor que la varianza, una distribución binomial puede ser más apropiada, si en su lugar la media de las frecuencias es menor que la varianza de las frecuencias una distribución binomial negativa, esta distribución está definida por:

$$P_r(m) = p^m(1-p)^\alpha \frac{\Gamma(m+\alpha)}{\Gamma(m+1)\Gamma(\alpha)}$$

la cual contabiliza la probabilidad de m “fracasos”.

Además se hará uso de la función de densidad Burr que tiene la siguiente forma (tomada de Klugman et al., 2008):

$$f(x) = \frac{\alpha\gamma(x\theta)^\gamma}{x[1+(x\theta)^\gamma]^{\alpha+1}}$$

Para valores de $x, \alpha, \gamma, \theta \geq 0$. θ es el parámetro de escala y α, γ son parámetros de forma. La distribución Burr es muy usada en el campo de seguros para simular pérdidas extremas y tiene los siguientes casos especiales:

- Distribución Loglogística cuando $\alpha = 1$
- Distribución Paralogística cuando $\gamma = \alpha$
- Distribución Pareto cuando $\gamma = 1$

El análisis también contará con un ajuste a la distribución Kappa de tres parámetros propuesta por Mielke y Johnson (1973) es un caso especial de la distribución Kappa. Su función de distribución acumulada es:

$$F(x) = (x/b)^\theta \{a + (x/b)^{a\theta}\}^{-1/a}, x \geq 0, a, b, \theta > 0$$

Se hará también uso de la distribución de la logística generalizada, cuya función de densidad de probabilidad está dada por:

$$f(x, c) = c \frac{\exp(-x)}{(1 + \exp(-x))^{c+1}}$$

Además se empleará la distribución de la doble Weibull y la doble gamma, cuyas funciones de distribución se definen respectivamente por:

$$f(x, c) = c/2|X|^{C-1} \exp(-|x|^c), \text{ para } x, c > 0$$

Y la doble Gamma por:

$$f(x, a) \frac{1}{2\Gamma(a)} |x|^{a-1} \exp(-|x|)$$

Donde $x, a > 0$. γ es la función gamma

Además, dentro de los métodos de inferencia estadística de los que se hará uso se encuentra el método, como lo describe de Kolmogorov-Smirnov, a como lo define DeGroot, Morris H. (2012), que es utilizado para decidir

si un conjunto de datos, proviene o se ajusta a una población que tiene una determinada distribución. Este método posee algunas ventajas, por ejemplo la distribución de la prueba K-S no depende de la función de distribución acumulativa subyacente que se está probando, otra ventaja es que es una prueba exacta.

Al mismo tiempo algunas limitaciones, incluyen, la aplicabilidad solo a distribuciones continuas, este método tiende a ser mas sensible cerca del centro de la distribución, que cerca de las colas, pero lo que quizás sea la mayor limitación es que la función de distribución de los datos debe conocerse explícitamente.

El método se define a continuación:

H_0 (hipótesis nula) Los datos siguen la distribución especificada

H_1 (hipótesis alternativa) Los datos no siguen la distribución especificada

Definimos el estadístico, como

$$D = \max_{1 \leq i \leq N} \left(F(Y_i) - \frac{i-1}{N}, \frac{i}{N} - F(Y_i) \right)$$

donde F representa la función de distribución acumulada teórica, la cual debe ser continua. Se define un nivel de significancia, $\alpha = 5\%$. Para determinar si rechazar o no, las hipótesis, sobre el ajuste de los datos a la función dada, consideramos que si D es mayor que los puntos críticos provistos por la tabla, entonces se rechaza.

Ahora bien, según lo establece Hull(2018), existen dos distribuciones que resultan importantes cuando de estimación de una potencial pérdida por riesgo operativo se trata, a saber, *la distribución de las frecuencias de las pérdidas y la distribución de la severidad de las pérdidas*. La primera de estas, es la distribución del número de pérdidas observadas en un periodo de tiempo establecido. La segunda con la distribución del tamaño de la pérdida, condicionado a que esta ocurrió. Es usual que dichas distribuciones se asuman independientes.

Ahora bien, para poder realizar una estimación de las pérdidas por un determinado incidente en un periodo determinado, es necesario ya sea conocer o bien estimar tanto el número de estos incidentes como el monto de la pérdida por este número de incidentes. Para poder darle solución a esta estimación, se empleará un modelo compuesto en el cual la distribución de la frecuencia del número de incidente se combina con la distribución de la severidad de los incidentes.

Metodología

Para calcular el VaR y el ES se utilizó el método de simulación Monte Carlo. En este método se simulan una cantidad grande de variables aleatorias según alguna distribución o probabilidades y se procede a realizar cálculos.

Aquí se describe el algoritmo para el cálculo de VaR_α y el ES_α :

■ Pasos previos:

1. Ajuste una distribución para la frecuencia de reclamos: F_N , estimando sus parámetros
2. Si se utiliza teoría del valor extremo:
 - a) Determine un umbral q para seleccionar los datos para el ajuste de la cola
 - b) Ajuste una distribución para la severidad de los reclamos que superan el umbral q : F_{ext} , estimando sus parámetros
3. Si no se utiliza teoría del valor extremo:
 - a) Ajuste una distribución para la severidad de los reclamos: F_B , estimando sus parámetros
4. Determine un valor α para el cálculo del VaR y el ES

■ Simulaciones:

1. Determine un número m de simulaciones

2. Genere un vector de variables de frecuencia (N_1, \dots, N_m) con distribución F_N

3. Si se utiliza teoría del valor extremo:

a) Genere vectores de variables uniformes en $(0,1)$ de tamaño N_1, \dots, N_m :

$$(U_{N_1,1}, \dots, U_{N_1,N_1}), \dots, (U_{N_m,1}, \dots, U_{N_m,N_m})$$

b) Genere vectores de aleatorios de reclamaciones de tamaño N_1, \dots, N_m :

$$(B_{N_1,1}, \dots, B_{N_1,N_1}), \dots, (B_{N_m,1}, \dots, B_{N_m,N_m})$$

donde $B_{N_k,k}$ tiene distribución F_{ext} si $q < U_{N_k,k}$ y tiene distribución empírica de los datos si $q \geq U_{N_k,k}$ para todo k

4. Si no se utiliza teoría del valor extremo:

a) Genere vectores de aleatorios de reclamaciones de tamaño N_1, \dots, N_m :

$$(B_{N_1,1}, \dots, B_{N_1,N_1}), \dots, (B_{N_m,1}, \dots, B_{N_m,N_m})$$

donde $B_{N_k,k}$ tiene distribución F_B para todo k

5. Calcule $R_j = \sum_{k=1}^{N_j} B_{N_j,k}$ para $j = 1, \dots, m$

6. Ordene los R_j de menor a mayor

7. Calcule el cuantil α de todos los R_j (VaR_α)

8. Calcule el promedio de los R_j que superan ese cuantil (ES_α

Descripción de los datos

Los datos disponibles son las defraudaciones registrados entre enero y junio del 2020 en el Banco Nacional. La tabla de datos cuenta con cinco variables:

■ Tipo evento: tipo de defraudación que se registró. Se divide en:

- Tarjetas de crédito
- Tarjetas de débito
- Incidentes cuenta 147

■ Monto histórico: monto de la defraudación

■ Fecha ocurrencia: fecha en que ocurrió la defraudación

■ Fecha descubrimiento: fecha en que se descubrió la defraudación

■ Fecha registro: fecha en la que el Banco registró la defraudación en las cuentas contables como un monto a pagar

El total de las observaciones es 752, las cuales se dividen en: 565 para tarjetas de débito, 99 para tarjetas de crédito y 88 para incidentes cuenta 147.

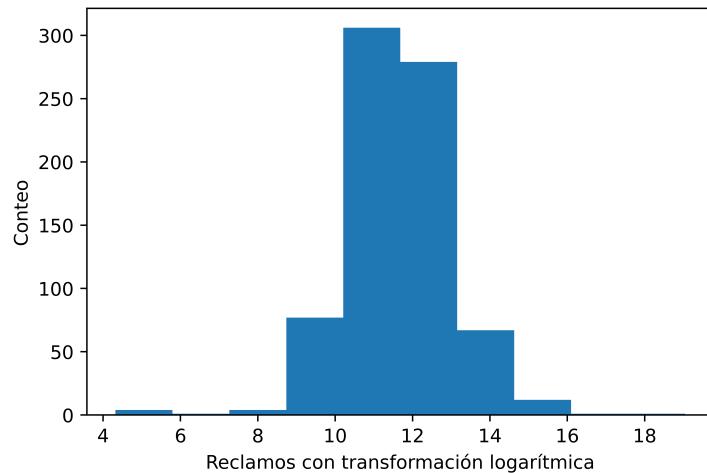
Análisis descriptivo de los datos

Cuadro 1: Estadísticos de todos los montos de reclamaciones enero-junio 2020

Primer cuartil	148.13
Mediana	345.46
Tercer cuartil	2 585.52
máximo	186 604 528
mínimo	75.09
media	550 927.06

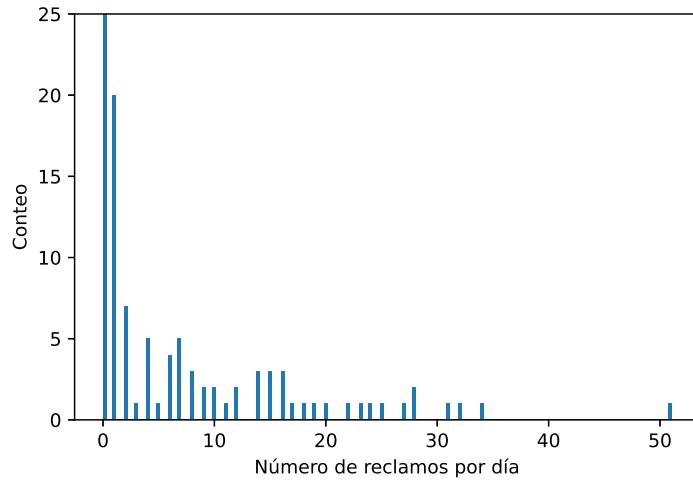
Observe que hay una gran distancia entre el tercer cuartil y el máximo de los datos. Esto indica que hay al menos un valor muy grande en comparación con la mediana y lo que implica que la distribución es bastante asimétrica y presenta una cola derecha gruesa.

Gráfico 1: Histograma de todas las reclamaciones registradas enero-junio 2020



Aplicar una transformación logarítmica a los datos ayuda bastante a disminuir el problema de asimetría. Tanto así que la distribución resultante parece tener la forma de una distribución normal. Sin embargo, es importante destacar que se observan valores altos en la cola derecha de la distribución que deberán ser considerados dado que este trabajo procura obtener una medida de riesgo.

Gráfico 2: Conteo del número de reclamos por día para los meses de enero-junio 2020



En la Figura 2 se truncó el eje “y” para mejorar la visualización. Se puede observar que la frecuencia más común es la de cero (más de cien días) y un reclamo (más de veinte días), pero también se puede observar un día con cincuenta reclamos.

Implementación del modelo

Siguiendo el algoritmo propuesto, primero se ajusta una distribución a las frecuencias diarias de reclamaciones. Dado que la variable aleatoria de frecuencia es discreta se procede a realizar el ajuste de varias distribuciones discretas.

Gráfico 3: Ajuste distribución poisson de las frecuencias

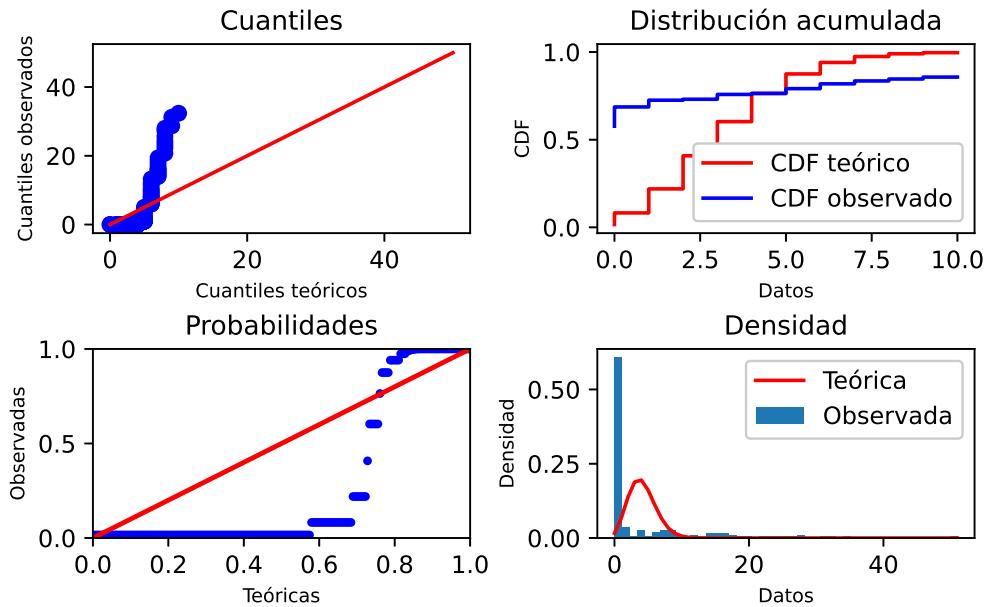
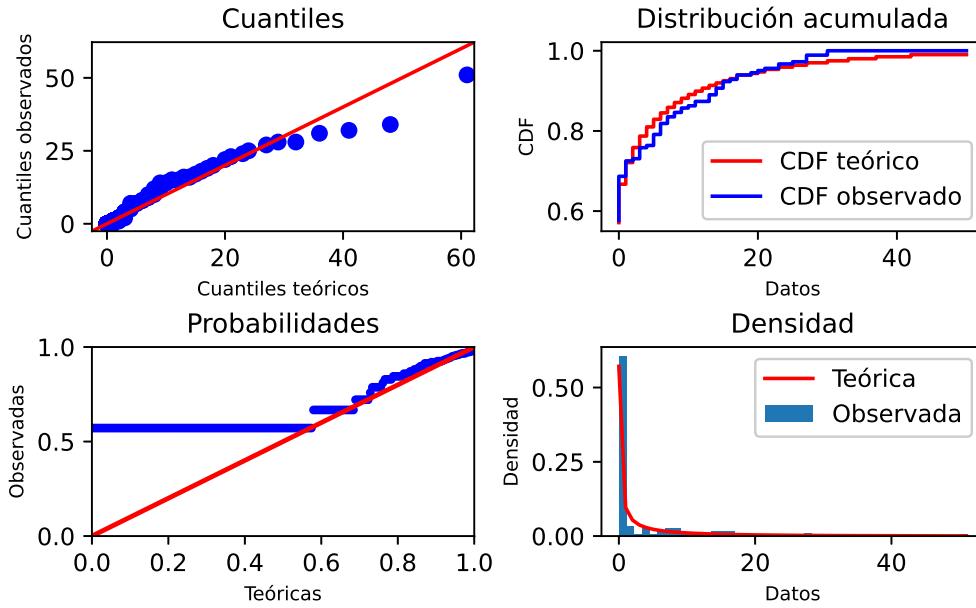


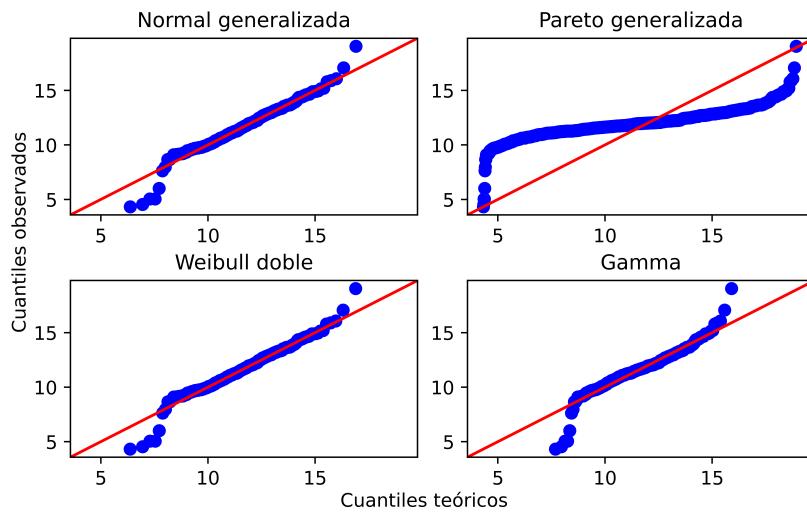
Gráfico 4: Ajuste binomial negativa de las frecuencias



Observando los gráficos anteriores, la distribución binomial negativa presenta los mejores resultados, al menos de manera descriptiva, para cuantiles, densidad y distribución acumulada. Entonces se selecciona la distribución binomial negativa para la modelación. Ya que se desea calcular el VaR y el ES anual, entonces se multiplica el parámetro de tamaño de la binomial negativa por 365 para reescalar la variable para simular frecuencias anuales.

Ahora, se desea ajustar una distribución a la severidad de las reclamaciones. Para ello se utiliza el paquete fitter de Python que ajusta varias distribuciones y selecciona las que obtienen mejores resultados.

Gráfico 5: Cuantiles distribuciones ajustadas

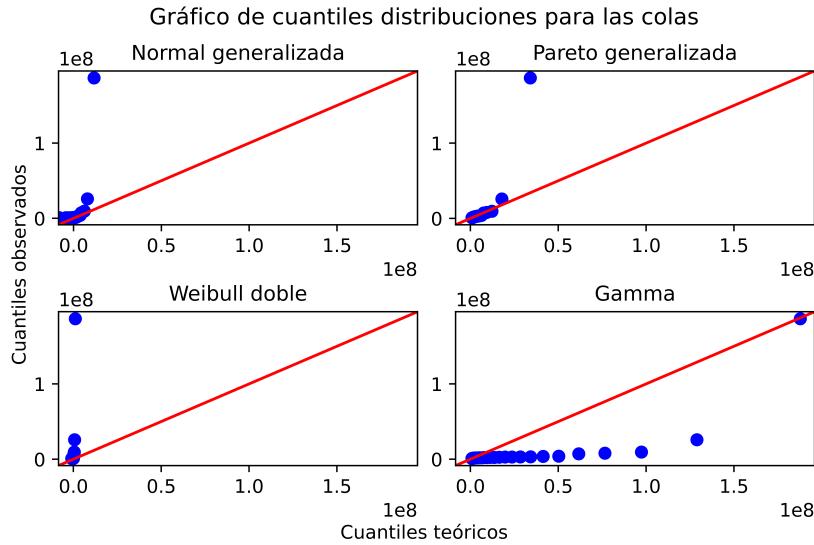


Observando el gráfico de cuantiles teóricos contra cuantiles empíricos se puede observar que las distribuciones seleccionadas subestiman la cola derecha. Esto es esperado pues en los datos hay una observación muy extrema y alejada de la media. Una posible solución podría ser eliminar ese valor y trabajar con los datos

restantes pues es solo un valor que podría considerarse como un evento aislado. Sin embargo, dado que el propósito del trabajo es calcular una medida de riesgo como el VaR no considerar esa observación podría resultar en una subestimación importante y por lo tanto, no reservar una cantidad suficiente para cubrir posibles eventos similares en el futuro.

Para solucionar el problema se decidió utilizar teoría del valor extremo y ajustar una distribución en la cola derecha para el 5 % de los datos de distribución de reclamos.

Gráfico 6: Cuantiles distribuciones ajustadas para la cola



En el gráfico de cuantiles teóricos vs empíricos se puede observar que las distribuciones pareto y doble weibull ajustan bien las primeras observaciones de la cola, pero siguen subestimando el último valor de la distribución. Observando el caso de la gamma y ya que parece que el cuantil teórico se alinea con el cuantil empírico para el último valor se podría tomar la decisión de utilizar la gamma, pero para los otros valores los cuantiles teóricos sobreestiman mucho y el ajuste parece bastante malo. Dado este caso se podría considerar ajustar las distribuciones para un número menor de datos en el extremo derecho, pero dado que el 5 % de los datos totales es aproximadamente 38 no se espera que los ajustes sean buenos.

Para poder decidir que distribución ajustar se decidió utilizar la prueba de Kolmogorov-Smirnov para igualdad de distribuciones continuas.

Cuadro 2: Valores p de la prueba Kolmogorov-Smirnov para las distribuciones de las colas

Distribución	Valor p prueba KS
Generalizada de pareto	0,54
Doble weibull	$1,36 \cdot 10^{-54}$
Gamma	$4,41 \cdot 10^{-5}$
Normal generalizada	0,01

El valor p de la distribución generalizada de pareto es el más alto por lo que es el caso con el que menos fuerza rechaza la hipótesis nula de que la distribución de la cola es una generalizada de pareto. Por lo tanto, se decide ajustar dicha distribución a la cola y para el 5 % de los datos.

La siguiente tabla resume los parámetros ajustados:

Cuadro 3: Parámetros de las simulaciones para el modelo completo

Parámetro	Valor
Número de simulaciones	10 000
Umbral para teoría del valor extremo	0.95
Distribución binomial negativa	$r = 63.76$ $p = 0.94$
Distribución generalizada de pareto	forma = 0.92 localización = 856 892.20 tamaño = 1 098 125.81

Ya que se han ajustando las distribuciones se puede realizar la implementación del algoritmo. La siguiente tabla muestra los resultados.

Cuadro 4: Resultados de las simulaciones para el modelo valor extremo con datos completos

Número de reclamos observados	752
Promedio de las frecuencias simuladas	1 508.27
Total reclamaciones observadas	414 297 148
Media de los totales simulados	888 222 219
$VaR_{95\%}$	1 741 326 711
$VaR_{99\%}$	5 086 342 08
$ES_{95\%}$	4 454 104 321
$ES_{99\%}$	12 033 669 154

Recuerde que el total de reclamos observados abarcan seis meses. Si se realiza el supuesto de que la historia se repite exactamente otros seis meses entonces el total de reclamaciones observadas para un año sería de: $752 \cdot 2 = 1504$. Note que el promedio de secuencias simuladas 1508,27 se acerca mucho. Similarmente para el total de reclamaciones observadas: $414297148 \cdot 2 = 828594298$ y el promedio de totales simulados 888222219 es cercano. De esta manera, parece que las simulaciones arrojan resultados esperados al menos en promedio. Cabe destacar que hay una diferencia importante entre el $VaR_{95\%}$ y el $VaR_{99\%}$ y el $ES_{95\%}$ y el $ES_{99\%}$. La explicación para esta diferencia es el efecto de la distribución generalizada de pareto que genera con probabilidad alta valores bastante más altos que los observados en los datos originales.

Según información del Banco Nacional en el pasado se ha ajustado una distribución log normal para las reclamaciones. Con el objetivo de comparar el modelo valor extremo se procede a repetir el algoritmo, pero esta vez asumiendo que las reclamaciones tienen una distribución log normal generalizada.

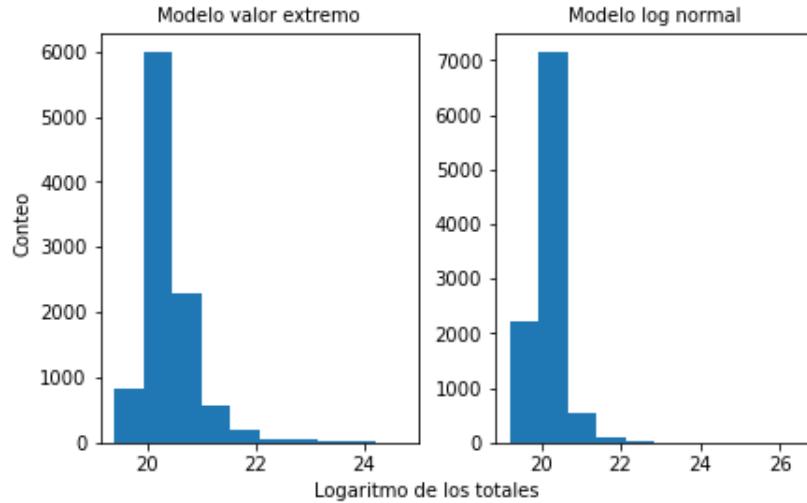
Cuadro 5: Resultados de las simulaciones para el modelo log normal generalizado

Parámetros distribución	forma = 1.10 localización = 11.64 tamaño = 1.09
Número de reclamos observados	752
Promedio de las frecuencias simuladas	1 508.27
Total reclamaciones observadas	414 297 148
Media de los totales simulados	689 460 991
$VaR_{95\%}$	1 040 272 969
$VaR_{99\%}$	2 092 245 038
$ES_{95\%}$	3 039 708 505
$ES_{99\%}$	9 943 063 079

Se puede observar que los valores obtenidos para el VaR y el ES no son tan lejanos entre ambos modelos,

pero sí se puede observar el efecto de valores extremos que generan las simulaciones de la generaliza de pareto.

Gráfico 7: Histograma del logaritmo de los reclamos totales por modelo



La distribución de los totales con transformación logarítmica es similar para ambos modelos, pero sí se generan más observaciones en el extremo derecho para el modelo de valor extremo que para el modelo log normal.

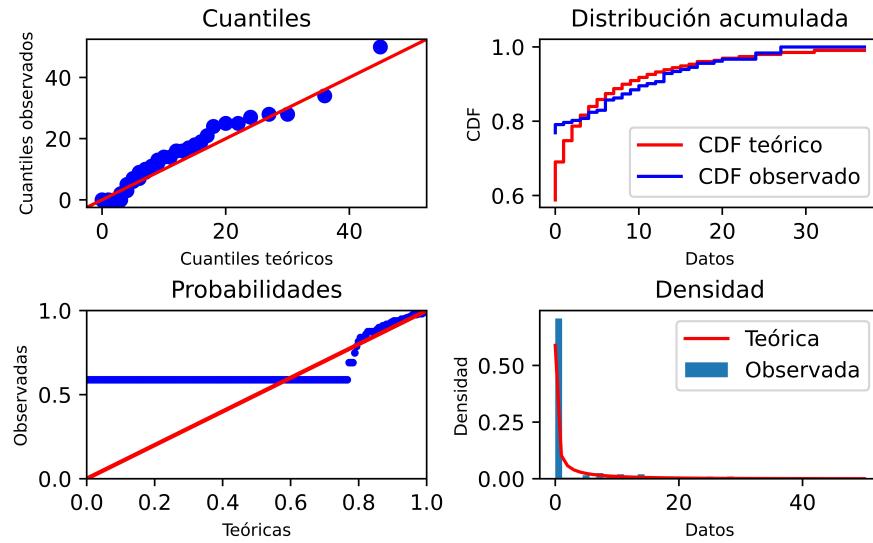
Modelos por tipo de evento

A continuación se realizan ajustes similares al anterior y se vuelve implementar el algoritmo de las simulaciones, pero en este caso los datos serán separados por tipo de evento y solo se mostrarán los dos mejores modelos obtenidos. Además para cada modelo se realizarán los calculos dependiendo de si hubo un ajuste usando MME o MLE para las frecuencias.

Por tarjeta de débito

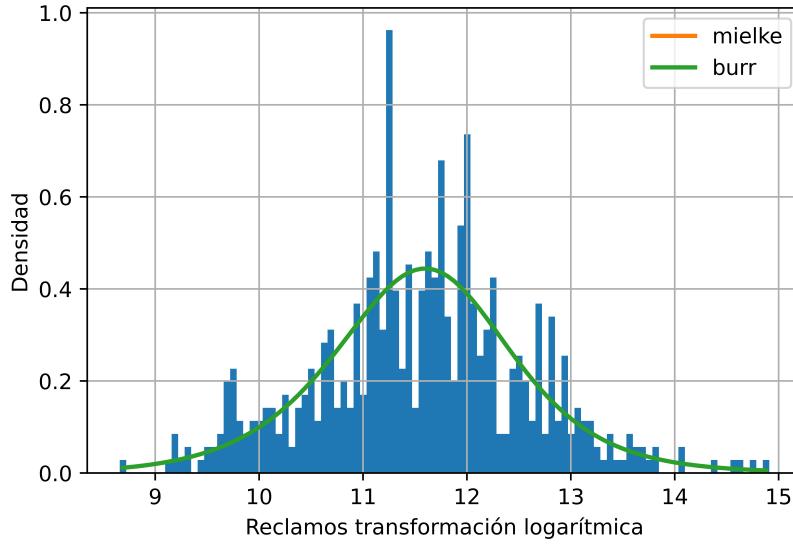
Primero ajustamos una distribución a las frecuencias diarias de reclamaciones para varias distribuciones discretas, obteniendo que el mejor ajuste fue para la binomial negativa.

Gráfico 8: Ajuste binomial negativa



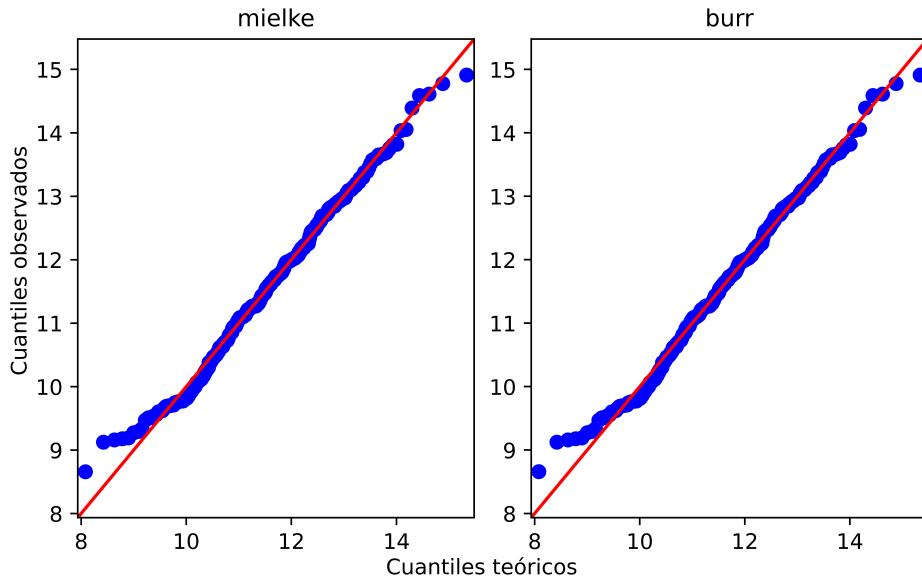
Ahora, para ajustar una distribución a la severidad de reclamos se usó la función Fitter del paquete fitter en Python, obteniendo 5 distribuciones, de las cuales solo mostraremos las 2 con mejores resultados finales.

Gráfico 9: Ajuste de densidades para las reclamaciones



En el gráfico anterior podemos ver que el ajuste de densidades para la distribución mielke es casi idéntico a la distribución burr. Esto mismo lo podemos ver en el siguiente gráfico de cuantiles, donde ambas distribuciones presentan el mismo comportamiento.

Gráfico 10: Ajuste de cuantiles para las distribuciones ajustadas de las reclamaciones



Cuadro 6: Valores p de la prueba Kolmogorov-Smirnov para las distribuciones de reclamos

Distribución	Valor p prueba KS
Mielke	0.79
Burr	0.79

Para ambas distribuciones no se rechaza la hipótesis nula de que se comporte como una distribución Mielke o una Burr respectivamente, además su valor p es muy similar.

A continuación se muestran dos cuadros de resumen con los resultados de usar los modelos mielke y burr. Aunque en este caso era factible usar teoría del valor extremo por la cantidad de observaciones y que se ajustaba bien la cola, se decidió no usarla porque los modelos de mielke y burr mostraron mejores resultados. Tomando el supuesto de que se repite la historia para el segundo semestre, dado que solo contamos con 6 meses de información. Para un año, el número total de reclamos observados será de $565 * 2 = 1130$, mientras que el monto total de reclamos será de $101667031,79 * 2 = 203334062,6$

Cuadro 7: Modelo Mielke

Número de reclamos observados	565
Monto de reclamos observados	101 667 031.79
Número de simulaciones	10 000
Distribución Mielke	$k = 16.95, s = 23.32$ loc = -0.15, escala = 11.97
Distribución binomial negativa (MLE)	$r = 26.66, p = 0.02$
VaR_{99}	456 682 075.77
ES_{99}	1 621 753 948.30
Media número de reclamos simulados	1 134.44
Media monto de reclamos simulados	241 566 631.64
Distribución binomial negativa (MME)	$r = 67.11, p = 0.06$
VaR_{99}	455 634 132.96
ES_{99}	1 620 908 523.36
Media número de reclamos simulados	1 133.52
Media monto de reclamos simulados	241 384 390.88

Como podemos ver el VaR_{99} y ES_{99} usando MLE y MME fueron muy similares respectivamente, siendo un poco menor con el MME, además de que las medias del número y monto de reclamos simulados se aproximan al de los datos observados bajo el supuesto de que la historia se repite para el segundo semestre.

Cuadro 8: Modelo Burr

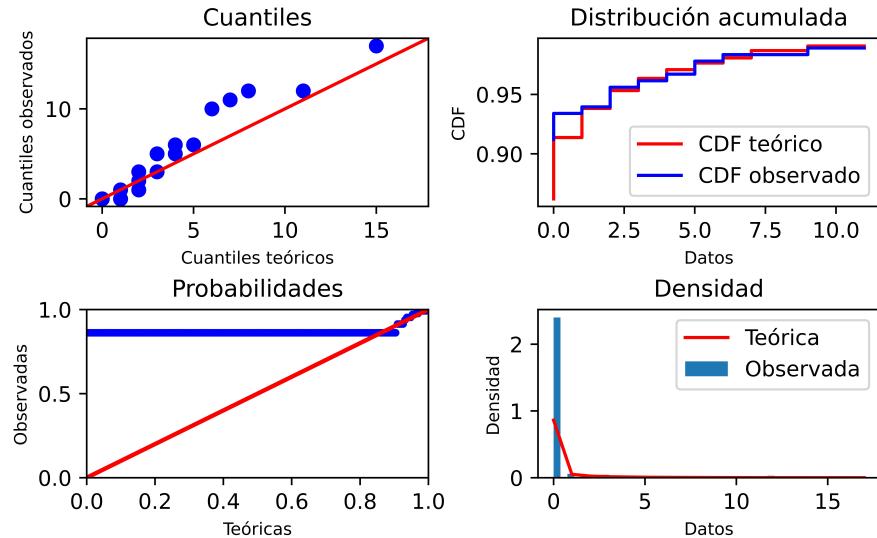
Número de reclamos observados	565
Monto de reclamos observados	101 667 031.79
Número de simulaciones	10 000
Distribución Burr	c = 23.35, d = 0.73 localización = -0.17, escala = 11.98
Distribución binomial negativa (MLE)	r = 26.66, p = 0.02
VaR_{99}	= 456 627 061.40
ES_{99}	= 1 617 343 392.4
Media número de reclamos simulados	1 134.44
Media monto de reclamos simulados	41 507 417.42
Distribución binomial negativa (MME)	r = 67.11, p = 0.06
VaR_{99}	= 455 396 172.42
ES_{99}	= 1 616 484 722.23
Media número de reclamos simulados	1 133.52
Media monto de reclamos simulados	241 325 185.4

Para el modelo burr se obtienen resultados un poco más pequeños que en el modelo mielke, pero en su estructura fueron similares.

Por tarjeta de crédito

Para este caso y el de incidencias 147, se realizó el mismo procedimiento que a las tarjetas de débito, por lo cuál solo se comentarán las diferencias. Al igual que en los casos anteriores el mejor ajuste para la frecuencia de reclamos se obtuvo para una distribución binomial negativa.

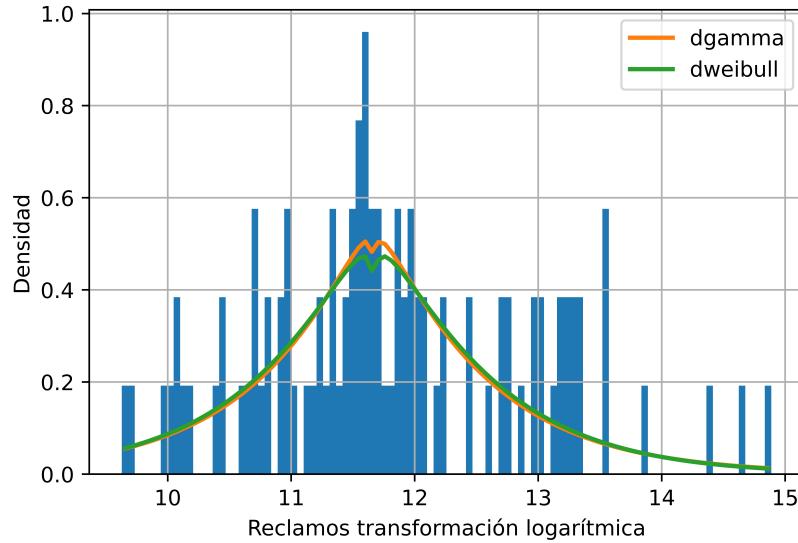
Gráfico 11: Ajuste binomial negativa



Para ajustar la distribución de severidad de reclamos se obtuvo que las 2 mejores fueron la doble gamma y

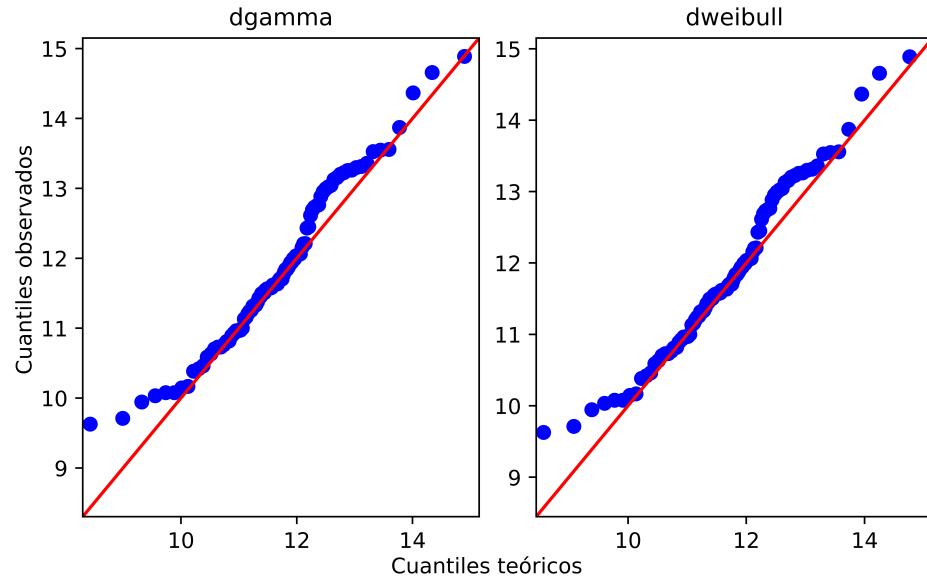
la doble weibull. Las cuales tienen una densidad muy similar

Gráfico 12: Ajuste de densidades para las reclamaciones



Lo mismo sucede en el gráfico de cuantiles, donde podemos ver que tienen un comportamiento muy parecido, difiriendo un poco en la cola derecha.

Gráfico 13: Ajuste de cuantiles para las distribuciones ajustadas de las reclamaciones



Cuadro 9: Valores p de la prueba Kolmogorov-Smirnov para las distribuciones de reclamos

Distribución	Valor p prueba KS
Doble Gamma	0.24
Doble Weibull	0.25

Para ambas distribuciones no se rechaza la hipótesis nula de que se comporte como una doble gamma o una doble weibull, aunque ya no con la misma fuerza que para las tarjetas de débito. Además dan valores muy similares entre sí.

Cuadro 10: Modelo Doble Gamma

Número de reclamos observados	99
Monto de reclamos observados	26 328 951.63
Número de simulaciones	10 000
Distribución Doble Gamma	a = 1.07, loc = 11.67 escala = 0.8
Distribución binomial negativa (MLE)	r = 12.94, p = 0.06
VaR ₉₉	289 878 269.06
ES ₉₉	702 937 098.79
Media número de reclamos simulados	198
Media monto de reclamos simulados	65 641 570.01
Distribución binomial negativa (MME)	r = 0.07, p = 0.11
VaR ₉₉	141 645 018.21
ES ₉₉	151 332 443.37
Media número de reclamos simulados	198.62
Media monto de reclamos simulados	64 864 278.91

Cuadro 11: Modelo Doble Weibull

Número de reclamos observados	99
Monto de reclamos observados	26 328 951.63
Número de simulaciones	10 000
Distribución Doble Weibull	c = 1.08, loc = 11.67 escala = 0.88
Distribución binomial negativa (MLE)	r = , p =
VaR ₉₉	= 177 194 060.58
ES ₉₉	= 302 158 641.54
Media número de reclamos simulados	198.52
Media monto de reclamos simulados	55 495 836.58
Distribución binomial negativa (MME)	r = , p =
VaR ₉₉	= 166 360 608.36
ES ₉₉	= 276 712 257.44
Media número de reclamos simulados	198.62
Media monto de reclamos simulados	55 660 992.2

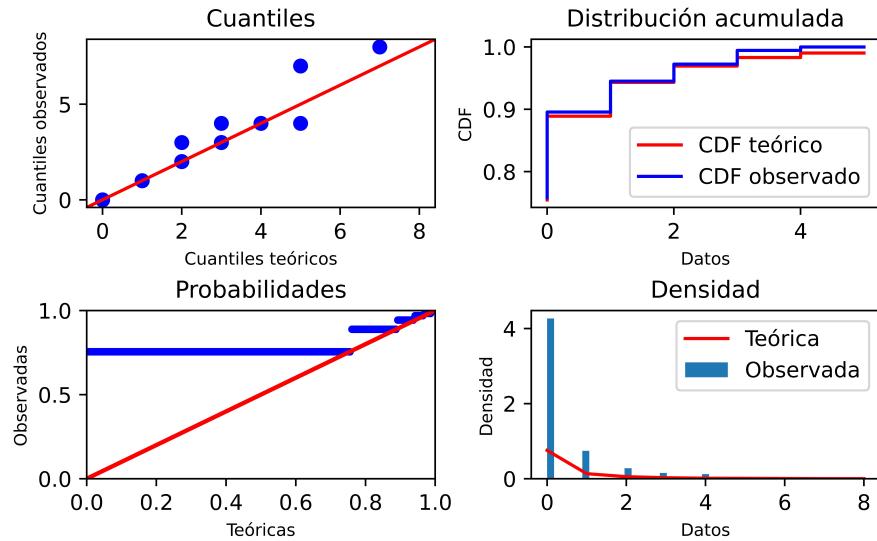
Para este caso, el modelo que mejor ajustó, fue el de la doble weibull, siendo un poco menor que el de la doble gamma. Además de que en este caso las simulaciones usando MME fueron mayores a las realizadas usando MLE para ambos modelos.

Para este caso y el de incidentes cuenta 147, no se implementó teoría del valor extremo, debido a la poca cantidad de observaciones para estos casos

Incidentes cuenta 147

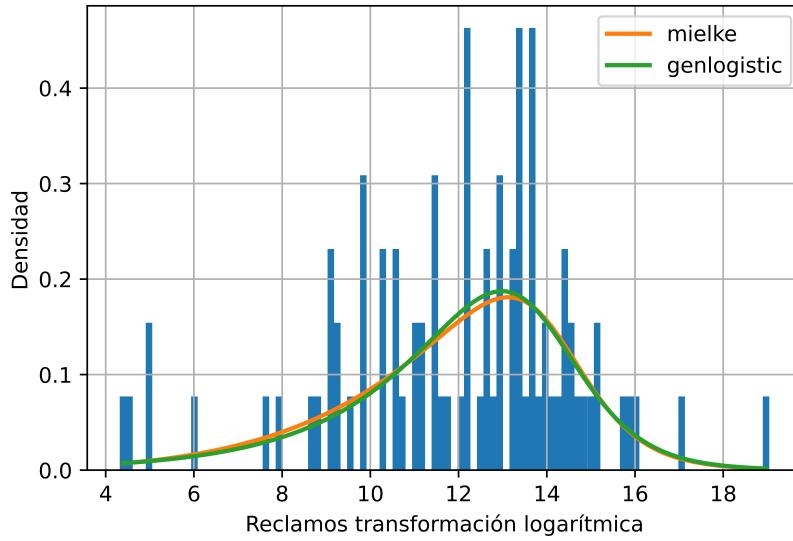
Al igual que en los casos anteriores, el mejor ajuste para las frecuencias diarias, fue utilizando una distribución binomial negativa.

Gráfico 14: Ajuste binomial negativa



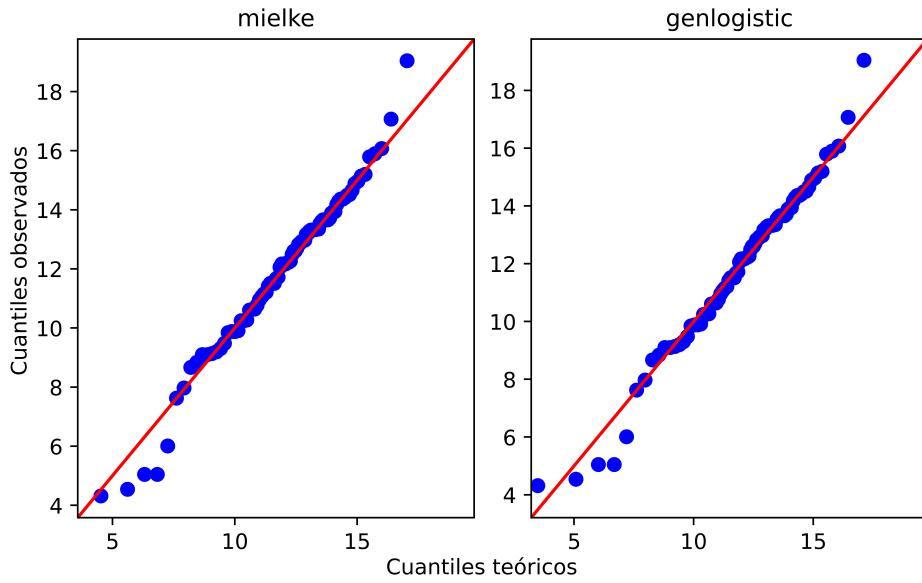
Para este caso, ajustar la distribución de severidad de reclamos obtuvo mejores resultados utilizando una distribución mielke y una logistica generalizada. Además en el gráfico de densidades, podemos observar que son muy similares, con diferencias más obvias en la parte izquierda.

Gráfico 15: Ajuste de densidades para las reclamaciones



Para el gráfico de cuantiles podemos notar que tienen una estructura muy similar, difiriendo en la cola izquierda.

Gráfico 16: Ajuste de cuantiles para las distribuciones ajustadas de las reclamaciones



Cuadro 12: Valores p de la prueba Kolmogorov-Smirnov para las distribuciones de reclamos

Distribución	Valor p prueba KS
Mielke	0.97
Logística generalizada	0.98

Para ambas distribuciones no se rechaza la hipótesis nula de que se comporte como una mielke o una logística generalizada.

Cuadro 13: Modelo Mielke

Número de reclamos observados	88
Monto de reclamos observados	286 301 165.49
Número de simulaciones	10 000
Distribución Mielke	$k = 6.12, s = 23.38$ loc = -4.53, escala = 18.88
Distribución binomial negativa (MLE)	$r = 98.35, p = 0.36$
Var_{99}	6 156 191 658.25
ES_{99}	39 115 736 143.46
Media número de reclamos simulados	176.56
Media monto de reclamos simulados	840 185 466.75
Distribución binomial negativa (MME)	$r = 102.55, p = 0.38$
Var_{99}	6 135 398 553.69
ES_{99}	39 142 524 675.64
Media número de reclamos simulados	176.62
Media monto de reclamos simulados	840 262 569.9

Para el modelo mielke, tenemos que sobreestimó bastante la media del monto de reclamos simulados, lo cual se puede deber a la observación extrema que se encontraba en este caso. Además la simulación usando un ajuste con MLE dio resultados menores a MME para este modelo, aunque no lo suficiente para aproximar mejor el modelo.

Cuadro 14: Modelo Logística generalizada

Número de reclamos observados	88
Monto de reclamos observados	286 301 165.49
Número de simulaciones	10 000
Distribución Logística generalizada	c = 0.40, loc = 13.83 escala = 0.92
Distribución binomial negativa (MLE)	r = 98.35, p = 0.36
VaR ₉₉	3 920 777 753.08
ES ₉₉	12 282 778 967.69
Media número de reclamos simulados	176.56
Media monto de reclamos simulados	551 246 064.91
Distribución binomial negativa (MME)	r = 102.55, p = 0.38
VaR ₉₉	3 828 339 425.79
ES ₉₉	12 303 655 802.24
Media número de reclamos simulados	176.62
Media monto de reclamos simulados	551 326 580.52

Para el modelo logístico generalizado, tenemos que subestimó un poco la media del monto de reclamos simulados. Al igual que el modelo mielke, la simulación usando un ajuste con MLE dio resultados menores a MME para este modelo, por lo que en este caso sería mejor usar el MME.

Podemos ver que para este caso, los modelos fueron menos exactos que en los anteriores, lo cual se debió a la observación extrema que se encuentra en esta categoría y a que se presentaban menores observaciones.

Conclusiones y recomendaciones

Los datos de reclamaciones presentan observaciones con montos muy altos que dificultan el ajuste de modelos sencillos con una distribución. La asimetría de las reclamaciones mejora bastante al aplicar una transformación logarítmica, pero continúa la presencia de valores importantes en la cola derecha.

Utilizar la teoría del valor extremo y ajustar una distribución en la cola ayuda a modelar mejor los valores más altos, pero ya que son pocos datos extremos, los ajustes de parámetros no son óptimos.

Para el modelo con todos los datos, los valores obtenidos para VaR y ES utilizando valor extremo son similares a los resultantes de realizar un ajuste simple con una distribución log normal generalizada; sin embargo, para el caso del valor extremo se estima un monto bastante mayor para un nivel de confianza del 99 % pues las simulaciones generan observaciones más extremas para los reclamos que el ajuste simple. De esta manera, los resultados son conservadores para lo que podría pasar en los montos de las reclamaciones. Para el caso de Incidencia 147 las distribuciones ajustadas no arrojaron buenos resultados, ya sea porque que subestiman los reclamos totales en promedio o generan valores para el VaR y ES que sobrepasan lo razonable. Este tipo de evento requiere un análisis futuro más amplio pues registra reclamaciones altas, pero en este momento el número de datos totales de esta categoría y el número de datos en la cola dificulta el ajuste de las distribuciones.

De manera general, se recomienda volver a implementar el modelo de ajuste de distribuciones para las severidades y frecuencias cuando se tenga mayor disponibilidad de datos pues otorgaría la oportunidad para mejorar la robustez de los modelos, en especial para el caso de los modelos por tipo de evento; y modelar mejor la cola derecha de las reclamaciones lo cual tiene un efecto directo en las simulaciones y en la estimación del VaR y el ES.

Debido a la poca cantidad de observaciones, el ajuste de frecuencias fue mejor hacerlo diario que mensual. Además de que en los modelos planteados siempre resultó mejor ajustarlo a una distribución binomial negativa. Mientras que no hay resultados concluyentes para decir si fue mejor realizar este ajuste usando MLE o MME.

Bibliografía

Referencias

- [1] McNeil, A. (2018). Quantitative risk management : concepts, techniques, and tools. Princeton University Press.
- [2] PRITSKER, M. (1996): Evaluating Value at Risk methodologies: Accuracy versus computational time, Wharton Financial Institutions Center WP 96-48, 77 pp., Pennsylvania.
- [3] D.V.Gnedenko, “Sur la distribution limité du terme d'une série aléatoire,” Annals of Mathematics 44 (1943): 423–453.
- [4] DeGroot, Morris H.(2012). Probability and statistics. 4ta edición. Pearson Education, Inc.
- [5] Klugman, S.A., Panjer, H.H. y Willmot, G.E. (2008). Loss Models, From Data to Decisions (3rd ed.). Wiley.
- [6] Superintendencia General de Entidades Financieras (2016). Acuerdo SUGEF 18-16: Reglamento sobre Gestión del Riesgo Operativo. San José, Costa Rica
- [7] Hull, J. C. (2018). Risk Management and Financial Institutions. 5ta edición. Hoboken, New Jersey: Wiley.