Simulation de la tactilisation d'une plaque rectangulaire

L'objectif de ce projet consiste à simuler le comportement d'un objet de la vie courante que l'on peut transformer en interface tactile. Pour cela on va utiliser les ondes de vibration qui se propagent dans la structure mécanique consécutivement à un impact sur l'objet.

Le principe de la simulation consiste en les points suivants :

- calcul de la vibration induite par un impact en une position de référence donnée,
- pour une série de points d'impact autour de la position de référence, calcul de la vibration induite par cet impact et quantification du niveau de ressemblance avec les signaux de référence,
- tracé du diagramme de focalisation correspondant.

La même expérience numérique peut être itérée avec autant de points de références que l'on veut, sous réserve qu'ils soient suffisamment espacés par rapport à dimension des tâches focales.

Le premier élément dont on a besoin est de pouvoir quantifier la ressemblance de deux signaux, qui peuvent être d'amplitudes différentes et éventuellement décalés en temps. On définit pour cela l'opération de corrélation selon la formule suivante :

$$C(s_1, s_2) = \frac{1}{\sqrt{e_1 e_2}} \max_{t} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} s_1(\tau) s_2(\tau - t) d\tau \right|$$

où e_1 et e_2 sont les énergies totales des deux signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$.

D'après l'inégalité de Schwartz, ce coefficient de corrélation est compris entre 0 et 1.

Pour deux signaux identiques, à l'amplitude et à un décalage temporel près, on peut vérifier que la corrélation vaut 1.

Pour deux signaux très dissemblables (deux sinusoïdes à des fréquences différentes par exemple), on peut vérifier que la corrélation tend vers 0.

Ce coefficient de corrélation est donc un bon candidat pour quantifier la ressemblance entre deux signaux. Plus la corrélation est proche de 1, plus les signaux se ressemblent.

Concrètement, l'intégrale de corrélation est très proche de l'intégrale de convolution. On peut donc passer par les transformées de Fourier rapides pour effectuer ce calcul.

Le deuxième élément dont on a besoin est le calcul du champ qui se propage entre un point source donné sur la surface et un récepteur situé sur cette même surface. Afin de simplifier le modèle numérique, on va supposer ici que l'objet à rendre tactile est une plaque fine rectangulaire de dimension $a \times b$. La plaque étant fine, on néglige l'aspect 3D de la propagation de la vibration.

La vibration se propage de la source vers le récepteur selon le trajet direct, mais également avec une réflexion sur un des bords, deux réflexions, ... n réflexions. Les bords étant droits, on peut appliquer le principe des sources images.

On calculera et représentera graphiquement les sources secondaires d'ordre 1, 2, ...

Une fois les sources secondaires identifiées, on peut calculer la vibration reçue par le récepteur comme une succession d'impulsions arrivant à des instants différents, calculés par l'évaluation des distances entre le récepteur et les sources secondaires. Pour ce calcul on pourra prendre en compte

- un coefficient de réflexion sur chaque bord, avec un éventuel changement de phase,
- une atténuation par diffraction proportionnelle à l'inverse de la distance de propagation, ou de la racine carrée de cette distance.

Une fois la réponse impulsionnelle obtenue, on pourra étudier la forme temporelle du signal reçu pour une vibration large bande (sinusoïde modulée par une gaussienne par exemple).

Pour ce qui est de la mise en œuvre finale, on procédera de la manière suivante :

- on choisira deux récepteurs positionnés de manière non symétrique sur la plaque,
- pour un point de référence donné, on calculera les signaux mesurés par chaque récepteur,
- on explorera ensuite une zone (1D ou 2D) autour de ce point de référence : pour chacun de ces points, on calculera les signaux mesurés par chaque récepteur, puis les coefficients de corrélations correspondants, et enfin le coefficient de corrélation moyen

- on représentera alors cette corrélation moyenne en fonction de ces points d'analyse,
- dans toute la simulation, on considère que l'impact est ponctuel, de même que les récepteurs.

Que devient le diagramme de refocalisation si l'on modifie la fréquence centrale du signal d'excitation lors de la seconde phase d'exploration de la zone autour du point de référence ?

Reprendre le même calcul en remplaçant la corrélation par une corrélation de phase. La corrélation de phase consiste à renormaliser les spectres des signaux à corréler, dès lors que la contribution des fréquences correspondantes dans le spectre total est au-delà d'un niveau de bruit à définir.

Quelques ordres de grandeur :

- dimensions de la plaque 20-30 cm
- vitesse de propagation de la vibration : 2400 m/s