Examen 2

Esteban Quesada Quesada B96157.

1) $\lambda = 4$ por hora $\qquad \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$ por minuto $= \lambda$

$\Delta = 30$ segundos

a) 30 segundos

$n = \frac{t}{\Delta} = \frac{30}{30} = 1$ ventana

$Pr\{X[1] \geq 1\} = 1 - Pr\{X[1] = 0\}$

$1 - \text{pbinom}(0, \text{size} = 1, \text{prob} = \frac{1}{30})$

En R

$* = \frac{1}{30}$ probabilidad

$p = \lambda\Delta$

$= \frac{1}{15} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{30}$

$\frac{30}{60} = \frac{1}{2} \rightarrow \Delta$ en minutos

b) Valor esperado $\qquad$ 10 minutos

$n = \frac{t}{\Delta} = \frac{10 \text{ minutos}}{\frac{1}{2} \text{ minutos}} = 20$ ventanas

$p = \lambda\Delta$

$= \frac{1}{15} * \frac{1}{2} = \frac{1}{30}$

$E(x) = np$

$= 20 * p$

$= 20 * \frac{1}{30}$

$* = \frac{2}{3}$ llamadas

$S = \sqrt{np(1-p)}$

$* = \sqrt{20 * \frac{1}{30}(1 - \frac{1}{30})} = 0.803$ llamadas

c) 6 ventanas haya más de una llamada

$Pr\{X[6] > 1\} = 1 - Pr\{X[6] \leq 1\}$

$= 1 - \text{pbinom}(1, \text{size} = 6, \text{prob} = \frac{1}{30})$

$= 0.0152$ probabilidad $*$

$n = 6$

$6 = \frac{t}{\frac{1}{2}} = \underline{3 \text{ minutos}}$

$p = \lambda\Delta$

$= \frac{1}{30}$

d) Probabilidad de que en un minuto llegue una cantidad par de llamadas

$t = 1$ minuto

$n = \frac{t}{\Delta} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$ ventanas

se calcula con:

$\text{pbinom}(0, \text{size} = 2, \text{prob} = \frac{1}{30}) + (\text{pbinom}(2, \text{size} = 2, \text{prob} = \frac{1}{30}) - \text{pbinom}(1, \text{size} = 2, \text{prob} = \frac{1}{30})) = 0.9355$

Aclaración: Esta probabilidad sería en el caso que $\underline{0}$ sea considerada una cantidad par de llamadas.

De no ser así la probabilidad sería:

$1 - \text{pbinom}(1, \text{size} = 2, \text{prob} = \frac{1}{30}) = 0.001$

e) Cuál es el valor esperado y la desviación estándar del tiempo entre arribos:

$E(T) = \frac{1}{\lambda}$

$= \frac{1}{\frac{1}{15}} = 15$ minutos

$Var(T) = \frac{1-p}{\lambda^2}$

$= \frac{1 - 1/30}{\frac{1}{15}^2} = \sqrt{217.5} = 14.74$ minutos

2. $\lambda = 2$ por hora

a) Menos de 4 solicitudes en 5 minutos.

λ en minutos:

$$\begin{matrix} 2 & \rightarrow & 60 \\ x & \leftarrow & 1 \end{matrix} = \frac{1}{30} \text{ por minuto}$$

$$Pr\{X(5) < 4\} = \text{ppois}\left(3, \frac{1}{30} * 5\right)$$

$= 0.99$ de probabilidad

b) $E(T) = \frac{1}{\lambda}$

$= \frac{1}{\frac{1}{30}}$

$= 30$ minutos

$Var(T) = \frac{1}{\lambda^2}$

$= \frac{1}{\frac{1}{30}^2}$

$= 900$

$S = \sqrt{900} = 30$ minutos

c) $E(T_K) = \frac{K}{\lambda}$

$= \frac{4}{\frac{1}{30}}$

$= 120$ minutos

$Var(T_K) = \frac{K}{\lambda^2}$

$= \frac{4}{\frac{1}{30^2}} = 3600$

$= \sqrt{3600} = 60$ minutos

Probabilidad de que sea menor que 20:

$1 - \text{ppois}\left(3, \frac{1}{30} * 20\right) = 0.004$

* ó gamma (20, shape= 4, rate= 1/30) = 0.004