Anexos

Cálculos (FASORES)

1. **Transforme a su forma polar**

En su forma rectangular un fasor se representa como:

$$A + jB$$

donde,

A: es el valor real
B: es el valor imaginario j

a. $\boldsymbol{2 + j3}$

Determinamos la magnitud del fasor.

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$C = \sqrt{2^2 + 3^2}$$

$$C = 3.6$$

Como el fasor se encuentra en el primer cuadrante entonces.

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{\pm B}{A}\right) \rightarrow \theta = tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) \rightarrow \theta = 56.31°$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $2 + j3$ es

$$3.6 \angle 56.31°$$

b. $\boldsymbol{-8 + j6,2}$

Determinamos la magnitud del fasor.

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$C = \sqrt{(-8)^2 + 6.2^2}$$

$$C = 10.12$$

Como el fasor se encuentra en el segundo cuadrante entonces.

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{\pm B}{A}\right) \rightarrow \theta = tan^{-1}\left(\frac{6.2}{-8}\right) \rightarrow \theta = -37.78°$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $-8 + j6.2$ es

$$10.12 \angle -37.78°$$

c. $\mathbf{4.3 - j2.8}$

Determinamos la magnitud del fasor.

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$C = \sqrt{4.3^2 + (-2.8)^2}$$

$$C = 5.13$$

Como el fasor se encuentra en el cuarto cuadrante entonces.

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \rightarrow \theta = tan^{-1}\left(\frac{-2.8}{4.3}\right) \rightarrow \theta = -33°$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $4.3 - j2.8$ es

$$5.13 \angle -33°$$

d. $\mathbf{-6 - j3.2}$

Determinamos la magnitud del fasor.

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$C = \sqrt{(-6)^2 + (-3.2)^2}$$

$$C = 6.8$$

Como el fasor se encuentra en el tercer cuadrante entonces.

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \rightarrow \theta = tan^{-1}\left(\frac{-3.2}{-6}\right) \rightarrow \theta = 28.07°$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $-6 - j3.2$ es

$$6.8 \angle 28.07°$$

2. Transforme a su forma rectangular

En su forma rectangular un fasor se representa como:

$$C \angle \theta$$

donde,

C: es la magnitud
θ: es el ángulo

a. $\mathbf{36 \angle -10°}$

La parte real del fasor representada por

$$A = Ccos(\theta) \rightarrow A = 36cos(-10)$$

$$A = 35.45$$

La parte imaginaria j de este fasor es

$$B = jCsen(\theta) \rightarrow B = j36sen(-10)$$

$$B = -j6.25$$

entonces la forma rectangular de $\mathbf{36 \angle -10°}$ es

$$C \angle \theta = A + jB$$

$$\therefore 35.45 - j6.25$$

b. $\mathbf{28.7 \angle 135°}$

La parte real del fasor representada por

$$A = Ccos(\theta) \rightarrow A = 28{,}7cos(135)$$

$$A = -20.3$$

La parte imaginaria j de este fasor es

$$B = jCsen(\theta) \rightarrow B = j28.7sen(135)$$

$$B = j20.3$$

entonces la forma rectangular de $\mathbf{28.7 \angle 135°}$ es

$$C \angle \theta = A + jB$$

$$\therefore -20.3 + j20.3$$

c. $\mathbf{11.2 \angle 28°}$

La parte real del fasor representada por

$$A = Ccos(\theta) \rightarrow A = 11.2cos(28)$$

$$A = 9.9$$

La parte imaginaria j de este fasor es

$$B = jCsen(\theta) \rightarrow B = j11.2sen(28)$$

$$B = j5.26$$

entonces la forma rectangular de $\mathbf{11.2 \angle 28}°$ es

$$C \angle \theta = A + jB$$

$$\therefore 9.9 + j5.26$$

d. $\mathbf{45 \angle -117.9}°$

La parte real del fasor representada por

$$A = Ccos(\theta) \rightarrow A = 45cos(-117.9)$$

$$A = -21.05$$

La parte imaginaria j de este fasor es

$$B = jCsen(\theta) \rightarrow B = j45sen(-117.9)$$

$$B = -j39.77$$

entonces la forma rectangular de $\mathbf{45 \angle -117.9}°$ es

$$C \angle \theta = A + jB$$

$$\therefore -21.05 - j39.77$$

3. **Realice las siguientes operaciones paso a paso, y represente el resultado tanto en su forma rectangular como en su forma polar**.

a. $\mathbf{10 + j3 - (7 + j2)(3 \angle -115}°)$

Transformamos $(7 + j2)$ a su forma polar

$$C = \sqrt{7^2 + 2^2} \rightarrow C = 7.28$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{2}{7}\right) \rightarrow \theta = 15.95°$$

$$7.28 \angle 15.95°$$

Realizamos la operación $(7.28 \angle 15.95°)(3 \angle -115°)$

$$(7.28 \angle 15.95°)(3 \angle -115°) = (7.28 \cdot 3) \angle\big(15.95 + (-115)\big)$$

$$21.84 \angle -99.05°$$

el resultado lo pasamos a su forma rectangular

$$A = 21.84cos(-99.05) \rightarrow A = -3.43$$

$$B = j21.85sen(-99.05) \rightarrow B = -j21.57$$

$$-3.43 - j21.57$$

Realizamos la operación $10 + j3 - (-3.43 - j21.57)$

$$10 + j3 - (-3.43 - j21.57) = [10 - (-3.43)] + j[3 - (-21.57)]$$

$$Forma\ rentangular: 13.43 + j24.57$$

Transformamos de rectangular a polar

$$C = \sqrt{13.43^2 + 24.57^2} = 28$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{24.57}{13.43}\right) = 61.34°$$

$$Forma\ polar: 28 \angle 61.34°$$

b. $\mathbf{6.8 \angle 125.3° + \frac{4.5 \angle -11.5°}{7.6 - j1.2}}$

Transformamos $7.6 - j1.2$ a su forma polar

$$C = \sqrt{7.6^2 + (-1.2)^2} \rightarrow C = 7.7$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{-1,2}{7.6}\right) \rightarrow \theta = -8.97°$$

$$7.7 \angle -8.97°$$

Realizamos la operación $\frac{4.5 \angle -11.5°}{7.7 \angle -8.97°}$

$$\frac{4.5 \angle -11.5°}{7.7 \angle -8.97°} = \left(\frac{4.5}{7.7}\right) \angle [(-11.5) - (-8.97)]$$

$$0.58 \ \angle -2.53°$$

Transformamos $0.58 \ \angle -2.53°$ a su forma rectangular

$$A = 0.58cos(-2.53) \rightarrow A = 0.58$$

$$B = j0.58sen(-2.53) \rightarrow B = -j0.027$$

$$0.58 - j0.027$$

Transformamos $6.8 \angle 125.3°$ a su forma rectangular

$$A = 6.8cos(125.3) \rightarrow A = -3.93$$

$$B = j6.8sen(125.3) \rightarrow B = j5.55$$

$$-3.93 + j5.55$$

Realizamos la operación $(-3{,}93 + j5.55) + (0.58 - j0.027)$

$$(-3{,}93 + j5.55) + (0.58 - j0.027) = (-3.93 + 0.58) + j\big(5.55 - (-0.027)\big)$$

$$Forma\ rectangular: -3.35 + j5.58$$

Transformamos de rectangular a polar

$$C = \sqrt{(-3.35)^2 + 5.58^2} = 6.51$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{5.58}{-3.35}\right) = -59.02°$$

$$Forma\ polar: 6.51 \angle -59.02°$$

c. $\boldsymbol{\frac{34+j28.5}{4 \angle -20.8°} - 51.2 \angle 215°}$

Transformamos $34 + j28.5$ a su forma polar

$$C = \sqrt{34^2 + 28.5^2} \rightarrow C = 44.36$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{28.5}{34}\right) \rightarrow \theta = 39.97°$$

$$44.36 \angle 39.97°$$

Realizamos la operación $\frac{44.36\angle 39.97°}{4\angle{-20.8°}}$

$$\frac{44.36\angle 39.97°}{4\angle -20.8°} = \left(\frac{44.36}{4}\right)\angle[39.97-(-20.8)]$$

$$11.17\angle 60.77°$$

Transformamos $5.6\angle 60.77°$ a su forma rectangular

$$A = 11.17cos(60.77) \rightarrow A = 5.45$$

$$B = j11.17en(60.77) \rightarrow B = \ j9.75$$

$$5.45 + j9.75$$

Transformamos $51.2\angle 215°$ a su forma rectangular

$$A = 51.2cos(215) \rightarrow A = -41.94$$

$$B = j51.2en(215) \rightarrow B = \ -j29.37$$

$$-41.94 - j29.37$$

Realizamos la operación $(5.45 + j9.75) - (-41.94 - j29{,}37)$

$$(5.45 + j9{,}75) - (-41.94 - j29{,}37) = [5.45 - (-41.94)] + j[9.75 - (-29.37)]$$

$$Forma\ rectangular: 47.39 + j39.12$$

Transformamos de rectangular a polar

$$C = \sqrt{47.39^2 + 39.12^2} = 61.45$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{39.12}{47.39}\right) = 39.53°$$

$$Forma\ polar: 61.45\angle 39.53°$$

4. **Resuelva las operaciones anteriores por medio de la calculadora y compare resultados**.

   a. $(10 + j3) - (-3.43 - j21.57)$

Calculadora:

$$z_1 = 10 + 3 \cdot i$$

$$z_2 = -3.43 + -21.57 \cdot i$$

Sumar | Restar | Multiplicar | Dividir

La resta de los complejos es

$$(10 + 3i) - (-3.43 - 21.57i) =$$

$$= (10 - (-3.43)) + (3 - (-21.57))\, i =$$

$$= 13.43 + 24.57i$$

b. $(-3{,}93 + j5.55) + (0.58 - j0.027)$

Calculadora:

$$z_1 = -3.93 + 5.55 \cdot i$$

$$z_2 = 0.58 + -0.027 \cdot i$$

Sumar | Restar | Multiplicar | Dividir

La suma de los complejos es

$$(-3.93 + 5.55i) + (0.58 - 0.027i) =$$

$$= (-3.93 + 0.58) + (5.55 - 0.027)\, i =$$

$$= -3.35 + 5.523i$$

c. $(2.73 + j4.9) - (-41.94 - j29.37)$

Calculadora:

$$z_1 = 2.73 + 4.9 \cdot i$$

$$z_2 = -41.94 + -29.37 \cdot i$$

Sumar | Restar | Multiplicar | Dividir

La resta de los complejos es

$$(2.73 + 4.9i) - (-41.94 - 29.37i) =$$

$$= (2.73 - (-41.94)) + (4.9 - (-29.37))\, i =$$

$$= 44.67 + 34.27i$$

Comparando los resultados obtenemos que todos coinciden por lo que se concluye que las operaciones están bien realizadas.