

Anexos

Cálculos (FASORES)

1. Transforme a su forma polar

En su forma rectangular un fasor se representa como:

$$A + jB$$

donde,

A: es el valor real

B: es el valor imaginario j

a. $2 + j3$

Determinamos la magnitud del fasor.

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$C = \sqrt{2^2 + 3^2}$$

$$C = 3.6$$

Como el fasor se encuentra en el primer cuadrante entonces.

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\pm B}{A}\right) \rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) \rightarrow \theta = 56.31^\circ$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $2 + j3$ es

$$3.6 \angle 56.31^\circ$$

b. $-8 + j6.2$

Determinamos la magnitud del fasor.

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$C = \sqrt{(-8)^2 + 6.2^2}$$

$$C = 10.12$$

Como el fasor se encuentra en el segundo cuadrante entonces.

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\pm B}{A}\right) \rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{6.2}{-8}\right) \rightarrow \theta = -37.78^\circ$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $-8 + j6.2$ es

$$10.12 \angle -37.78^\circ$$

c. $4.3 - j2.8$

Determinamos la magnitud del fasor.

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$C = \sqrt{4.3^2 + (-2.8)^2}$$

$$C = 5.13$$

Como el fasor se encuentra en el cuarto cuadrante entonces.

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-2.8}{4.3}\right) \rightarrow \theta = -33^\circ$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $4.3 - j2.8$ es

$$5.13 \angle -33^\circ$$

d. $-6 - j3.2$

Determinamos la magnitud del fasor.

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$C = \sqrt{(-6)^2 + (-3.2)^2}$$

$$C = 6.8$$

Como el fasor se encuentra en el tercer cuadrante entonces.

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-3.2}{-6}\right) \rightarrow \theta = 28.07^\circ$$

θ es el ángulo con respecto al eje real positivo. La forma polar de $-6 - j3.2$ es

$$6.8 \angle 28.07^\circ$$

2. Transforme a su forma rectangular

En su forma rectangular un fasor se representa como:

$$C \angle \theta$$

donde,

C: es la magnitud

θ : es el ángulo

a. $36 \angle -10^\circ$

La parte real del fasor representada por

$$A = C \cos(\theta) \rightarrow A = 36 \cos(-10)$$

$$A = 35.45$$

La parte imaginaria j de este fasor es

$$B = jC \sin(\theta) \rightarrow B = j36 \sin(-10)$$

$$B = -j6.25$$

entonces la forma rectangular de $36 \angle -10^\circ$ es

$$C \angle \theta = A + jB$$

$$\therefore 35.45 - j6.25$$

b. $28.7 \angle 135^\circ$

La parte real del fasor representada por

$$A = C \cos(\theta) \rightarrow A = 28.7 \cos(135)$$

$$A = -20.3$$

La parte imaginaria j de este fasor es

$$B = jC \sin(\theta) \rightarrow B = j28.7 \sin(135)$$

$$B = j20.3$$

entonces la forma rectangular de $28.7 \angle 135^\circ$ es

$$C \angle \theta = A + jB$$

$$\therefore -20.3 + j20.3$$

c. $11.2 \angle 28^\circ$

La parte real del fasor representada por

$$A = C\cos(\theta) \rightarrow A = 11.2\cos(28)$$

$$A = 9.9$$

La parte imaginaria j de este fasor es

$$B = jC\sin(\theta) \rightarrow B = j11.2\sin(28)$$

$$B = j5.26$$

entonces la forma rectangular de **11.2 \angle 28°** es

$$C \angle \theta = A + jB$$

$$\therefore 9.9 + j5.26$$

d. 45 \angle - 117.9°

La parte real del fasor representada por

$$A = C\cos(\theta) \rightarrow A = 45\cos(-117.9)$$

$$A = -21.05$$

La parte imaginaria j de este fasor es

$$B = jC\sin(\theta) \rightarrow B = j45\sin(-117.9)$$

$$B = -j39.77$$

entonces la forma rectangular de **45 \angle - 117.9°** es

$$C \angle \theta = A + jB$$

$$\therefore -21.05 - j39.77$$

3. Realice las siguientes operaciones paso a paso, y represente el resultado tanto en su forma rectangular como en su forma polar.

a. $10 + j3 - (7 + j2)(3 \angle - 115^\circ)$

Transformamos $(7 + j2)$ a su forma polar

$$C = \sqrt{7^2 + 2^2} \rightarrow C = 7.28$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{7}\right) \rightarrow \theta = 15.95^\circ$$

$$7.28 \angle 15.95^\circ$$

Realizamos la operación $(7.28 \angle 15.95^\circ)(3 \angle -115^\circ)$

$$(7.28 \angle 15.95^\circ)(3 \angle -115^\circ) = (7.28 \cdot 3) \angle (15.95 + (-115))$$

$$21.84 \angle -99.05^\circ$$

el resultado lo pasamos a su forma rectangular

$$A = 21.84 \cos(-99.05) \rightarrow A = -3.43$$

$$B = j21.85 \sin(-99.05) \rightarrow B = -j21.57$$

$$-3.43 - j21.57$$

Realizamos la operación $10 + j3 - (-3.43 - j21.57)$

$$10 + j3 - (-3.43 - j21.57) = [10 - (-3.43)] + j[3 - (-21.57)]$$

$$\text{Forma rectangular: } 13.43 + j24.57$$

Transformamos de rectangular a polar

$$C = \sqrt{13.43^2 + 24.57^2} = 28$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{24.57}{13.43}\right) = 61.34^\circ$$

$$\text{Forma polar: } 28 \angle 61.34^\circ$$

b. $6.8 \angle 125.3^\circ + \frac{4.5 \angle -11.5^\circ}{7.6 - j1.2}$

Transformamos $7.6 - j1.2$ a su forma polar

$$C = \sqrt{7.6^2 + (-1.2)^2} \rightarrow C = 7.7$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1.2}{7.6}\right) \rightarrow \theta = -8.97^\circ$$

$$7.7 \angle -8.97^\circ$$

Realizamos la operación $\frac{4.5 \angle -11.5^\circ}{7.7 \angle -8.97^\circ}$

$$\frac{4.5 \angle -11.5^\circ}{7.7 \angle -8.97^\circ} = \left(\frac{4.5}{7.7}\right) \angle [(-11.5) - (-8.97)]$$

$$0.58 \angle -2.53^\circ$$

Transformamos $0.58 \angle -2.53^\circ$ a su forma rectangular

$$A = 0.58 \cos(-2.53) \rightarrow A = 0.58$$

$$B = j0.58 \sin(-2.53) \rightarrow B = -j0.027$$

$$0.58 - j0.027$$

Transformamos $6.8 \angle 125.3^\circ$ a su forma rectangular

$$A = 6.8 \cos(125.3) \rightarrow A = -3.93$$

$$B = j6.8 \sin(125.3) \rightarrow B = j5.55$$

$$-3.93 + j5.55$$

Realizamos la operación $(-3.93 + j5.55) + (0.58 - j0.027)$

$$(-3.93 + j5.55) + (0.58 - j0.027) = (-3.93 + 0.58) + j(5.55 - (-0.027))$$

$$\text{Forma rectangular: } -3.35 + j5.58$$

Transformamos de rectangular a polar

$$C = \sqrt{(-3.35)^2 + 5.58^2} = 6.51$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{5.58}{-3.35}\right) = -59.02^\circ$$

$$\text{Forma polar: } 6.51 \angle -59.02^\circ$$

c. $\frac{34+j28.5}{4 \angle -20.8^\circ} = 51.2 \angle 215^\circ$

Transformamos $34 + j28.5$ a su forma polar

$$C = \sqrt{34^2 + 28.5^2} \rightarrow C = 44.36$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{28.5}{34}\right) \rightarrow \theta = 39.97^\circ$$

$$44.36 \angle 39.97^\circ$$

Realizamos la operación $\frac{44.36 \angle 39.97^\circ}{4 \angle -20.8^\circ}$

$$\frac{44.36 \angle 39.97^\circ}{4 \angle -20.8^\circ} = \left(\frac{22.36}{4}\right) \angle [39.97 - (-20.8)]$$
$$5.6 \angle 60.77^\circ$$

Transformamos $5.6 \angle 60.77^\circ$ a su forma rectangular

$$A = 5.6 \cos(60.77) \rightarrow A = 2.73$$

$$B = j5.6 \sin(60.77) \rightarrow B = j4.9$$

$$2.73 + j4.9$$

Transformamos $51.2 \angle 215^\circ$ a su forma rectangular

$$A = 51.2 \cos(215) \rightarrow A = -41.94$$

$$B = j51.2 \sin(215) \rightarrow B = -j29.37$$

$$-41.94 - j29.37$$

Realizamos la operación $(2.73 + j4.9) - (-41.94 - j29.37)$

$$(2.73 + j4.9) - (-41.94 - j29.37) = [2.73 - (-41.94)] + j[4.9 - (-29.37)]$$

$$\text{Forma rectangular: } 44.67 + j34.27$$

Transformamos de rectangular a polar

$$C = \sqrt{44.67^2 + 34.27^2} = 56.3$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{34.27}{44.67}\right) = 37.5^\circ$$

$$\text{Forma polar: } 56.3 \angle 37.5^\circ$$

4. Resuelva las operaciones anteriores por medio de la calculadora y compare resultados.

a. $(10 + j3) - (-3.43 - j21.57)$

Calculadora:

$$z_1 = \boxed{10} + \boxed{3} \cdot i$$

$$z_2 = \boxed{-3.43} + \boxed{-21.57} \cdot i$$

Sumar

Restar

Multiplicar

Dividir

La resta de los complejos es

$$\begin{aligned} & (10 + 3i) - (-3.43 - 21.57i) = \\ & = (10 - (-3.43)) + (3 - (-21.57))i = \\ & = 13.43 + 24.57i \end{aligned}$$

b. $(-3.93 + j5.55) + (0.58 - j0.027)$

Calculadora:

$$z_1 = \boxed{-3.93} + \boxed{5.55} \cdot i$$

$$z_2 = \boxed{0.58} + \boxed{-0.027} \cdot i$$

Sumar

Restar

Multiplicar

Dividir

La suma de los complejos es

$$\begin{aligned} & (-3.93 + 5.55i) + (0.58 - 0.027i) = \\ & = (-3.93 + 0.58) + (5.55 - 0.027)i = \\ & = -3.35 + 5.523i \end{aligned}$$

c. $(2.73 + j4.9) - (-41.94 - j29.37)$

Calculadora:

$$z_1 = \boxed{2.73} + \boxed{4.9} \cdot i$$

$$z_2 = \boxed{-41.94} + \boxed{-29.37} \cdot i$$

Sumar

Restar

Multiplicar

Dividir

La resta de los complejos es

$$\begin{aligned} & (2.73 + 4.9i) - (-41.94 - 29.37i) = \\ & = (2.73 - (-41.94)) + (4.9 - (-29.37))i = \\ & = 44.67 + 34.27i \end{aligned}$$

Comparando los resultados obtenemos que todos coinciden por lo que se concluye que las operaciones están bien realizadas.