① $\begin{cases} ax + 4y = 1 \\ x + 2y = b \end{cases}$

$$-a\left(\begin{array}{cc|c} a & 4 & 1 \\ 1 & 2 & b \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 0 & -2a+4 & -ab+1 \\ & & \end{array}\right)$$

$(-2a+4)y = -ab+1$

$y = \dfrac{-ab+1}{-2a+4}$

A) $y = \dfrac{-a+2}{\dfrac{2}{-2a+4}} = \dfrac{-a+2}{-4a+8} = 0$

$-4a+8 \neq 0$

$-4a+8 \neq 0$

$-4a \neq -8$

ERRADA, pois $a \neq 2$.

B) $y = \dfrac{-2b+1}{-4+4} = \dfrac{-2b+1}{0}$

$-2b+1 = 0$

$-2b = -1$

$b = \dfrac{1}{2}$

CERTA, pois se $a = 2$ o denominador vai ser igual a 0, e se o numerador for igual a 0, a solução pode ser várias.

c) ERRADA, pois para apresentar uma solução única o a pode ser qualquel valor menos o 2.

D) $y = \dfrac{-2b+1}{-4+4} = \dfrac{-2b+1}{0} \longrightarrow -2b+1 \neq 0$

$-2b \neq -1$

$b \neq \dfrac{1}{2}$

ERRADA, pois b tem que ser diferente de $\dfrac{1}{2}$.

E) ERRADA, pois para ser indeterminado o a tem que ser igual a 2 e o b tem que ser igual a $\frac{1}{2}$.

② $\begin{cases} x + Ky = 1 \\ Kx + y = 1 - K \end{cases}$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & K & 1 \\ K & 1 & 1-K \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} & & \\ 0 & -K^2+1 & 1-2K \end{array}\right)$$

$$(-K^2+1)y = 1-2K$$

$$y = \frac{1-2K}{-K^2+1}$$

I) $\frac{1-2K}{-K^2+1} = 0$ $\quad 1-2K = 0 \quad -2K = -1 \quad K = \frac{1}{2}$ $\quad -K^2+1 = 0 \quad -K^2 = -1 \ (-1) \quad K^2 = 1 \quad K = \pm 1$

FALSA, pois um único valor não o deixa indeterminado.

II) $\frac{1-2K \neq 0}{-K^2+1 = 0}$ $\quad 1-2K \neq 0 \quad K \neq \frac{1}{2}$ $\quad -K^2+1 = 0 \quad K = \pm 1$

FALSA, pois pode não admitir solução quando $K = \pm 1$.

III) FALSA, pois pode ter uma única solução para qualquer $K \neq \pm 1$.

③ $\begin{cases} x + 2y + cz = 1 \\ y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -1 \end{cases}$

$3c+2=2+3c$

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & c & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 8-3c-2 = 6-3c$

$2+6=8$

$-c+2+8=10-c$

b) $D_x \begin{vmatrix} 1 & 2 & c & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 4c-10+c = -10+5c$ $\qquad x = \dfrac{-10+5c}{6-3c}$

$2-2+4c=4c$

$6c-1=6c-1$

$D_y \begin{vmatrix} 1 & 1 & c & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 7-6c+1 = 8-6c$ $\qquad y = \dfrac{8-6c}{6-3c}$

$4+3=7$

$3+4=7$

$D_z \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 11-7=4$ $\qquad z = \dfrac{4}{6-3c}$

$-1+12=11$

$\dfrac{4}{6-3c \neq 0}$ $\qquad 6-3c \neq 0$ $\qquad S = \{c \in \mathbb{R} - \{2\}\}$

$3c \neq 6$

$c \neq 2$

④ $\begin{cases} x-y=K \\ 12x-Ky+z=1 \\ 36x+Kz=2 \end{cases}$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & K \\ 12 & -K & 1 & 1 \\ 36 & 0 & K & 2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 12-K & 1 & -12K+1 \\ 0 & 36 & K & -36K+2 \end{array}\right) \Longrightarrow$

$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} & & & \\ & & & \\ 0 & -12K+K^2+36 & 0 & 12K^2-35K+2 \end{array}\right)$

FORONI

$(-12K + K^2 + 36)y = 12K^2 - 35K + 2$

$$y = \frac{12K^2 - 35K + 2}{K^2 - 12K + 36} \neq 0 \text{, então } K \neq 6.$$

$\Delta = 144 - 4.1.36$ $\qquad\qquad$ $K = \frac{12 \pm 0}{2} = 6$

$\Delta = 0$

Alternativa E

5 $\begin{cases} x - y + z = 6 \\ 2x + y - z = -3 \\ x + 2y - z = -5 \end{cases}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & -1 & -5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} & & & \\ 0 & 3 & -3 & -15 \\ 0 & 3 & -2 & -11 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} & & & \\ & & & \\ 0 & 0 & -1 & -4 \end{array}\right)$$

$x + 1 + 4 = 6$ $\qquad$ $3y - 12 = -15$ $\qquad$ $-z = -4$

$x = 6 - 5$ $\qquad$ $3y = -3$ $\qquad$ $z = 4$

$x = 1$ $\qquad$ $y = -1$

A) ERRADA, pois $x \cdot y \cdot z = 1 \cdot (-1) \cdot 4 = -4$

B) CERTA.

C) ERRADA, pois $x + y + z = 1 - 1 + 4 = 4$

D) ERRADA, pois cada incógnita tem uma única solução.

E) ERRADA, pois nenhuma das soluções é uma divisão por 0.

6 $\begin{cases} x + y + z = K \\ Kx + y + z = 1 \\ x + y = z = K \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \vdots & k \\ k & 1 & 1 & \vdots & 1 \\ 1 & 1 & -1 & \vdots & k \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & -k+1 & -k+1 & \vdots & -k^2+1 \\ 0 & 0 & -2 & \vdots & 0 \end{pmatrix}$$

$y(-k+1) = -k^2+1$ $\quad -2z = 0$

$y = \dfrac{-k^2+1}{-k+1}$ $\quad z = 0$

A) $\dfrac{-k^2+1 \neq 0}{-k+1 = 0}$ $\quad -k^2+1 \neq 0$ $\quad -k+1 = 0$

$-k^2 \neq -1$ $\quad -k = -1$

$k \neq \pm 1$ $\quad k = 1$

ERRADA

B) $\dfrac{-k^2+1}{-k+1 \neq 0}$ $\quad -k+1 \neq 0$

$-k \neq -1$

$k \neq 1$

ERRADA, pois k pode ser quaquer número menos o 1.

c) $-2z = 0$ $\quad y = \dfrac{-3^2+1}{-3+1}$ $\quad x + 4 + 0 = 3$

$z = 0$ $\quad x = -1$

$y = \dfrac{-8}{-2} = 4$

ERRADA

D) $\dfrac{-k^2+1}{-k+1 = 0} = 0$ $\quad -k^2+1 = 0$ $\quad -k+1 = 0$

$k = \pm 1$ $\quad k = 1$

CERTA, se $k = 1$.

E) ERRADA, pois não tem um número que faça a solução ficar nula.

FORONI

⑦ $\begin{cases} x+y+z=1 \\ mx-2y+4z=5 \\ m^2x+4y+16z=25 \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \vdots & 1 \\ m & -2 & 4 & \vdots & 5 \\ m^2 & 4 & 16 & \vdots & 25 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} & & & \vdots & \\ 2+m & 0 & 6 & \vdots & 7 \\ -4+m^2 & 0 & 12 & \vdots & 21 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} & & & \vdots & \\ & & & & \\ -8-2m+m^2 & 0 & 0 & \vdots & 7 \end{pmatrix}$$

$(-8-2m+m^2)x=7$

$x=\dfrac{7}{m^2-2m-8=0}$

$\Delta=4-4.1.-8$

$\Delta=36$

$m=\dfrac{2\pm 6}{2}$ → $m'=4$, $m''=-2$

$4-2=2$

Alternativa B

Tarefa Básica

① $\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+7y \\ 7x+y \end{bmatrix}$

$\begin{cases} x+7y=Kx \\ 7x+y=Ky \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 7 & \vdots & K \\ 7 & 1 & \vdots & K \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} & & \vdots & \\ 0 & -48 & \vdots & -6K \end{pmatrix}$$

$-48y=-6K$

$y=\dfrac{-6K}{-48}$

$\dfrac{-6K}{-48}=\dfrac{K}{8}$

Um valor possível de K é 8. Alternativa E

② $\begin{cases} 3x+4y-z=0 \\ 2x-y+3z=0 \\ x+y=0 \end{cases}$

$1+9=10$

$$\left|\begin{matrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{matrix}\right|\begin{matrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{matrix}\left.\vphantom{\begin{matrix}1\\1\\1\end{matrix}}\right| = 10 - 10 = 0$$

$12-2=10$

$$\left.\begin{matrix} x = \frac{0}{0} \\ y = \frac{0}{0} \\ z = \frac{0}{0} \end{matrix}\right\} S.P.I$$

Por ser indeterminado, ele admite infinitas soluções.

Alternativa D

3) $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ Kx + 3y + 4z = 0 \\ x + Ky + 3z = 0 \end{cases}$

$3 + 4K + 3K = 7K + 3$

$$\left|\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ K & 3 & 4 \\ 1 & K & 3 \end{matrix}\right|\begin{matrix} 1 & 1 \\ K & 3 \\ 1 & K \end{matrix}\left.\vphantom{\begin{matrix}1\\1\\1\end{matrix}}\right| = K^2 + 13 - 7K - 3 = K^2 - 7K + 10$$

$K^2 - 7K + 10 = 0$

$9 + 4 + K^2 = K^2 + 13$

$\Delta = 49 - 4.1.10$

$\Delta = 9$

$K = \frac{7 \pm 3}{2} \to K' = 5$, $K'' = 2$

$5 + 2 = 7$

Alternativa D.

4) $\begin{cases} x + Kz = 0 \\ Kx + y = 0 \\ x + Ky = 0 \end{cases}$

Alternativa A

$$\left|\begin{matrix} 1 & 0 & K \\ K & 1 & 0 \\ 1 & K & 0 \end{matrix}\right|\begin{matrix} 1 & 0 \\ K & 1 \\ 1 & K \end{matrix}\left.\vphantom{\begin{matrix}1\\1\\1\end{matrix}}\right| = K^3 - K$$

K^3

$K^3 - K \neq 0$

$K(K^2 - 1) \neq 0$

$K \neq 0$

$K^2 - 1 \neq 0$

$K^2 \neq 1$

$K \neq \pm 1$

$S = \{K \in \mathbb{R} \mid K \neq 0, K \neq 1, K \neq -1\}$

⑤ $\begin{cases} -x+2y-3=0 \\ 3x-y+3=0 \\ 2x-4y+6=0 \end{cases}$

A primeira e a terceira linha são proporcionais, logo o determinante é nulo. Então podemos afirmar que é determinado. Alternativa B