

# Fonctions de référence trigonométriques

Fonction	Représentat° graphique	Fonction + Fonct° inverse / réciproque	Limites
<p>C'est une biject° de <math>[0; \pi]</math> vers <math>[-1; 1]</math></p> <p><u>cos(x)</u></p> <p>paire: <math>\cos(x) = \cos(-x)</math> → symétrique // (oy)</p> <p><math>\arccos(x): [-1; 1] \rightarrow [0; \pi]</math></p>			<p><math>\lim_{x \rightarrow 0} \cos(x) = 1</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow \pi} \cos(x) = -1</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -1} \arccos(x) = \pi</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1} \arccos(x) = 0</math></p>
<p>C'est une biject° croissante de <math>[-\pi/2; \pi/2]</math> vers <math>[-1; 1]</math></p> <p><u>sin(x)</u></p> <p>impair: <math>\sin(-x) = -\sin(x)</math> symétrique / Origine</p> <p><math>\arcsin(x): [-1; 1] \rightarrow [-\pi/2; \pi/2]</math></p>			<p><math>\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \sin(x) = -1</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow \pi/2} \sin(x) = 1</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1} \arcsin(x) = \pi/2</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -1} \arcsin(x) = -\pi/2</math></p>
<p>C'est une biject° croissante de <math>]-\pi/2; \pi/2[</math> vers <math>\mathbb{R}</math></p> <p><u>tan(x)</u></p> <p>impair → arctan aussi</p> <p><math>\arctan(x): \mathbb{R} \rightarrow ]-\pi/2; \pi/2[</math></p>			<p><math>\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \tan(x) = -\infty</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow \pi/2} \tan(x) = +\infty</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan(x) = -\pi/2</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan(x) = \pi/2</math></p>

Dérivées  $(f^{-1}(y_0))' = \frac{1}{f'(x_0)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(y_0))}$

\*  $(\cos(x))' = -\sin(x)$

\*  $(\sin(x))' = \cos(x)$

\*  $(\tan(x))' = 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$

\*  $(\arccos(y))' = -\frac{1}{\sqrt{1-y^2}} = -(\arcsin(y))'$

\*  $(\arcsin(y))' = \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$

\*  $(\arctan(y))' = \frac{1}{1+y^2}$

$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \Rightarrow \cosh^2(x) + (\sinh(x))^2 = 1$

Formules d'Euler:  $e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x)$

\*  $\cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$

\*  $\sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$

et  $\cos(2x) = \frac{e^{2ix} + e^{-2ix}}{2}$  par exemple

## Linéarisation

\*  $\cos(2a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a)$

\*  $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$

↳  $\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a)$

\*  $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$

\*  $\tan(a+b) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)}$

\*  $\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$

\*  $\cos^2(a) = \frac{1 + \cos(2a)}{2}$

\*  $\sin^2(a) = \frac{1 - \cos(2a)}{2}$

passage  
trigonométrie



# Fonctions de référence : hyperboliques

Fonction	Représentation graphique	Fonction + Fonct <sup>o</sup> inverse / Réciproque	Limites
<p>C'est une biject<sup>o</sup> croissante de <math>\mathbb{R}^+</math> vers <math>[1; +\infty[</math></p> <p><b>ch(x)</b></p> <p>paire</p> <p><math>\text{argch}(x) : [1; +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}</math></p>			<p><math>\lim_{x \rightarrow 0} \text{ch}(x) = 1</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \text{ch}(x) = +\infty</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1} \text{argch}(x) = 0</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \text{argch}(x) = +\infty</math></p>
<p>C'est une biject<sup>o</sup> croissante de <math>\mathbb{R}</math> vers <math>\mathbb{R}</math></p> <p><b>sh(x)</b></p> <p>impair</p> <p><math>\text{argsh}(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math></p>			<p><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \text{sh}(x) = -\infty</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \text{sh}(x) = +\infty</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \text{argsh}(x) = -\infty</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \text{argsh}(x) = +\infty</math></p>
<p>C'est une biject<sup>o</sup> croissante de <math>\mathbb{R}</math> vers <math>] -1; 1[</math></p> <p><b>th(x)</b></p> <p>impair</p> <p><math>\text{argth}(x) : ] -1; 1[ \rightarrow \mathbb{R}</math></p>			<p><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \text{th}(x) = -1</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \text{th}(x) = 1</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -1} \text{argth}(x) = -\infty</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1} \text{argth}(x) = +\infty</math></p>

Dérivées  $(g^{-1}(y_0))' = \frac{1}{g'(x_0)} = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))}$

$\star (\text{ch}(x))' = \text{sh}(x)$

$\star (\text{sh}(x))' = \text{ch}(x)$

$\star (\text{th}(x))' = 1 - \text{th}^2(x) = \frac{1}{\text{ch}^2(x)}$

$\star (\text{argch}(y))' = \frac{1}{\sqrt{y^2 - 1}}$

$\star (\text{argsh}(y))' = \frac{1}{\sqrt{y^2 + 1}}$

$\star (\text{argth}(y))' = \frac{1}{1 - y^2}$

Hyperbo :  $\cos = \text{ch} \circ \sin = \text{ish}$

$\text{ch}^2(x) - \text{sh}^2(x) = 1$   
 $\text{ch}(x) + \text{sh}(x) = e^x$

## Formules d'Euler

$\star \text{ch}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

$\star \text{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

$\Rightarrow \text{th}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} = \frac{\text{sh}(x)}{\text{ch}(x)}$

## Linéarisation

$\star \text{ch}(a+b) = \text{ch}(a)\text{ch}(b) + \text{sh}(a)\text{sh}(b)$

## Expression logarithmique

$\star \text{argch}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$

$\star \text{argsh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

$\star \text{argth}(x) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$