

Formulaire pratique (dvl et autre)

Règle de l'Hôpital : pour éviter les formes indéterminées (FI) : $\infty - \infty$; $0 \cdot \infty$; $\frac{\infty}{\infty}$; $\frac{0}{0}$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Règles avec e^x

$$e^{(a+b)} = e^a \cdot e^b$$

Règles avec $\ln(x)$

- $x = e^{\ln(x)}$
- $\ln(axb) = \ln(a) + \ln(b)$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$
- $\ln(a^n) = n \ln(a)$

Règles de !

- $(n+1)! = (n+1)n!$
- $n! = n(n-1)!$

Formule de Taylor ← puissance de la dérivée : $f^{(1)} = f'$; $f^{(2)} = f''$ etc et $f^{(0)} = f$

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(a)(x-a)^k}{k!} + o((x-a)^n)$$

$k!$ ← k factoriel : $2! = 1 \times 2$; $3! = 1 \times 2 \times 3$ etc et $0! = 1$

(on peut récursive en développant la somme Σ)

$$f(x) = \frac{f^{(0)}(a)(x-a)^0}{0! (=1)} + \frac{f^{(1)}(a)(x-a)^1}{1! (=1)} + \dots$$

ce qui donne $f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \dots + o((x-a)^n)$

longue de la formule pour les fonctions de référence (au voisinage de 0 on prend $a=0$)

Formulaire DL

pd on a dans le formulaire $(1+x)^2 = 1 + 2x + \frac{2(2-1)}{2!}x^2 + \dots$

on peut trouver la formule pour $(1-x)^2$: on remplace juste les x par des $-x$:

$$\begin{aligned} (1-x)^2 &= 1 + 2(-x) + \frac{2(2-1)}{2!}(-x)^2 + \frac{2(2-1)(2-2)}{3!}(-x)^3 + \dots \\ &= 1 - 2x + \frac{2(2-1)}{2!}x^2 - \frac{2(2-1)(2-2)}{3!}x^3 + \dots \end{aligned}$$

Trucs pratiques à savoir

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3[a^2b + b^2a + a^2c + c^2a + b^2c + c^2b] + 6abc$$

$$3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

$$2! = 1 \times 2 = 2$$

$$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

$$1! = 1$$

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \rightarrow \cos^{(h)}(x) = \cos(x + h\frac{\pi}{2})$$

$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$$

cf exo 23

$$\Rightarrow \sin(a + \frac{\pi}{2}) = \cos(a)$$

$$\cos(a + \frac{\pi}{2}) = -\sin(a)$$