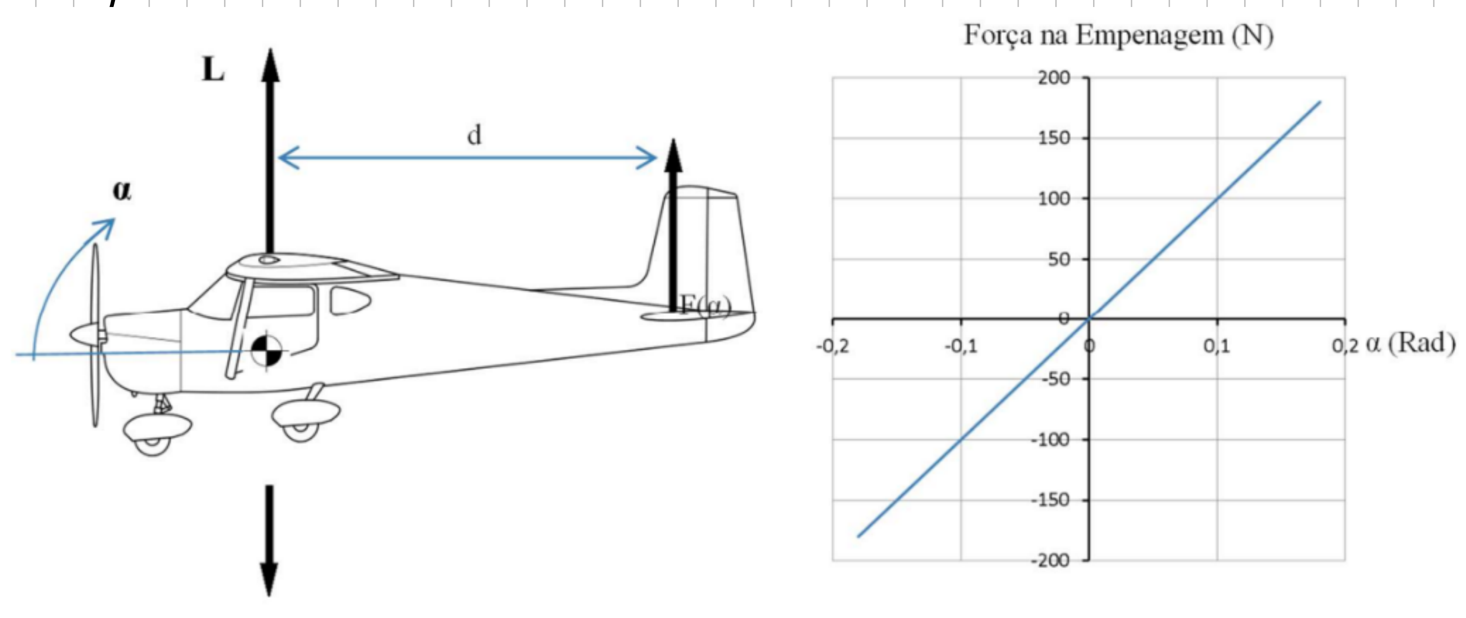
Trabalho 6

Dados:

$\alpha_0 = 0{,}2$ rad/s; $C_t = 1785$ Nms/rad; $J_0 = 1300$ kg m²;
$d = 5$ m

Esquema:



Análise:

Modelando a força $F(\alpha)$ como o comportamento de uma mola, temos que:

$$F(\alpha)\,d = K\alpha \therefore K = \frac{F(\alpha)\,d}{\alpha}$$

$$= \frac{100}{0{,}1} \times 5 = \underline{5 \times 10^3 \text{ Nm/rad}}$$

Neste caso, podemos utilizar a eq. para a vibração livre com amortecimento viscoso

$$J_0 \ddot{\alpha} + C_t \dot{\alpha} + K\alpha = 0 \;\therefore$$

$$\ddot{\alpha} + 2\zeta W_n \dot{\alpha} + W_n^2 \alpha = 0$$

Onde:

$$W_n = \sqrt{\frac{K}{J_0}} = \sqrt{\frac{5 \times 10^3}{1300}} = 1,96 \text{ rad/s}$$

$$\zeta = \frac{C_t}{2 J_0 W_n} = \frac{1785}{2 \times 1300 \times 1,96} = 0,35$$

Vale ressaltar que este fator de amortecimento configura um sistema sub-amortecido. Neste caso, a função $\alpha(t)$ é dada por:

$$\alpha(t) = A\, e^{-\zeta W_n t} \operatorname{sen}(W_d t + \phi_d)$$

onde:

$$A = \sqrt{\cancel{\alpha_0}^{2} + \left(\frac{\dot{\alpha}_0 + \cancel{\zeta W_n \alpha_0}}{W_d}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\dot{\alpha}_0}{W_d}\right)^2} = \frac{\dot{\alpha}_0}{W_d}$$

$$\phi_d = tg^{-1}\left(\frac{\cancel{\alpha_0 W_d}}{\dot{\alpha}_0 + \zeta W_n \alpha_0}\right) = tg^{-1}(0) = 0$$

e

$$W_d = W_n \sqrt{1 - \zeta^2} = 1,96\sqrt{1 - 0,35^2} = 1,02 \text{ rad/s}$$

Portanto:

$$\alpha(t) = A\, e^{-\zeta \omega_n t} \, sen(\omega_d t + \phi_d) \therefore$$

$$\alpha(t) = \frac{\dot{\alpha}_0}{1{,}02} \, e^{-\zeta \omega_n t} \, sen(1{,}02\, t)$$

Para α_{max} temos que $sen(1{,}02\,t) = 1$, neste caso:

$$1{,}02\,t = \frac{\pi}{2} \therefore t_{max} = \frac{\pi}{2{,}04} = 1{,}54\,s$$

Então, o ângulo máximo é:

$$\alpha_{max} = \frac{\dot{\alpha}_0}{1{,}02} \, e^{-\zeta \omega_n \times 1{,}54} \, sen(1{,}02 \times 1{,}54) \therefore$$

$$\alpha_{max} = 0{,}0682 \text{ rad}$$

Análise Gráfica:

Considerando o decaimento logaritmico dado por:

$$\delta = \frac{2\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{1}{p} \ln\left(\frac{\alpha_0}{\alpha p}\right) = \frac{1}{p} \ln(0,1)$$

$$p = \ln(0,1) \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{2\pi \zeta} = 1 \text{ ciclo}$$