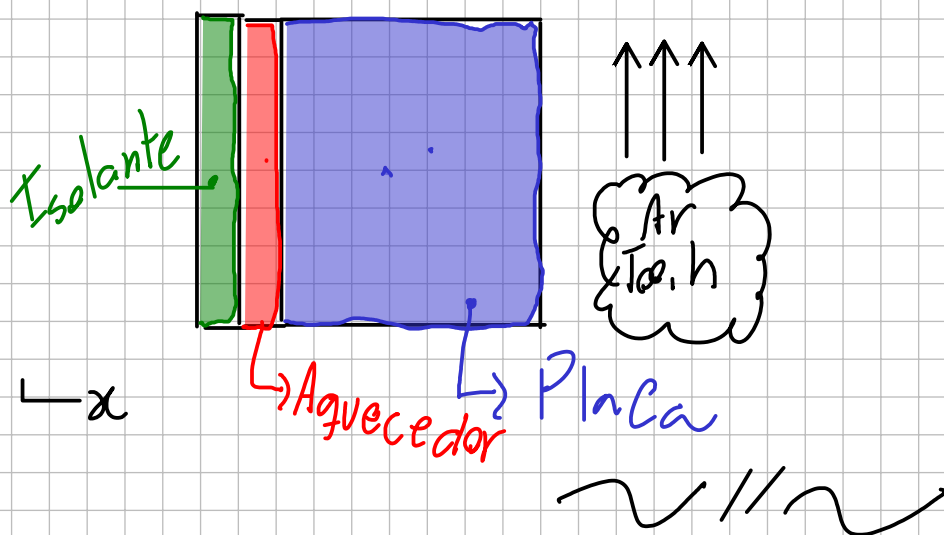


# 

5.1

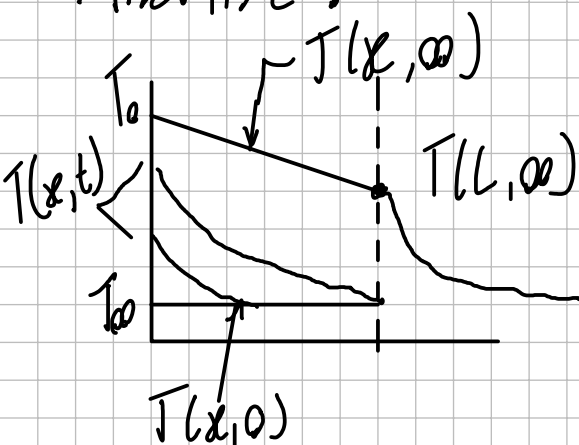
Esquema:



Considerações:

- Condução uni-dimensional;
- Propriedades constantes;
- Perda de calor por radiação desprezível;

Análise:



$$q_x'' = -k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = c$$

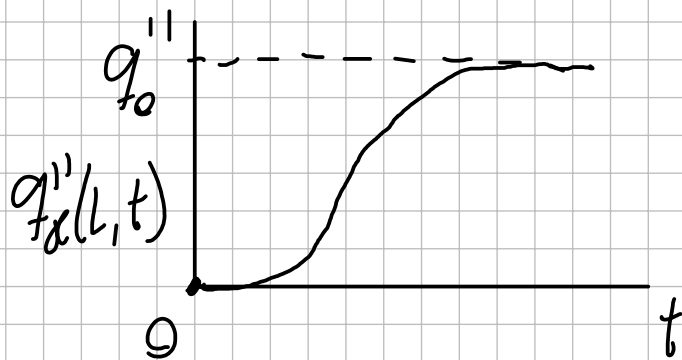
(a) Como  $q_x''$  é cte

$$-k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = c$$

Note que  $T_0 = T(0, \infty)$ , neste caso:

$$q_0'' = \frac{-k T_0 - T(L, \infty)}{L} = h [T(L, \infty) - T_0]$$

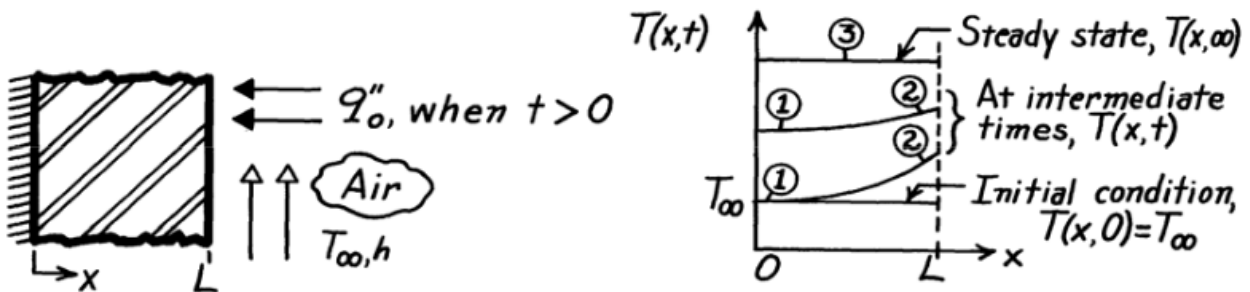
b) O fluxo térmico na superfície  $x=L$  é dado por  $q_x''(L, t) = -k \frac{dT}{dx} \big|_{x=L}$ .  
A partir da dist. de temp. podemos construir o gráfico de fluxo térmico:



## 5.2

Esquema:

SCHEMATIC:



Considerações:

- Condução 1D.
- Propriedades constantes

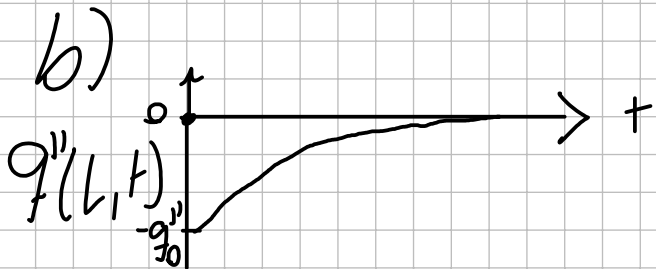
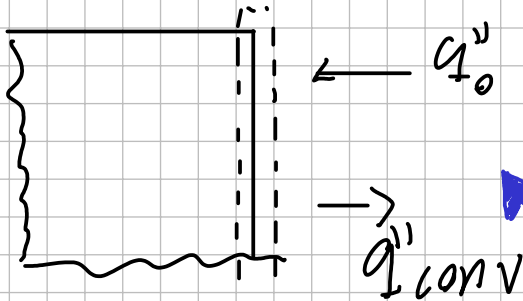
- Sem geração interna de energia;
- Superfície  $x=0$  perfeitamente isolada;
- Radiação desprezível;

Análise:

(1) Por causa do isolante  $-k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = 0$ ,

(2) O gradiente é maior para momentos iniciais;

$$(3) q_0'' = q_{conv}'' = h[T(L, \infty) - T_\infty]$$



Condições de contorno:

$$T(x, 0) = T_\infty \quad \text{temp. unif. inicial}$$

$$-k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = 0 \quad \text{Isolado em } x=0$$

$$-k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=L} = h[T(L, t) - T_\infty] - q_0'' \quad \text{Balanco de energia na superfície}$$

5.3

Dados iniciais:

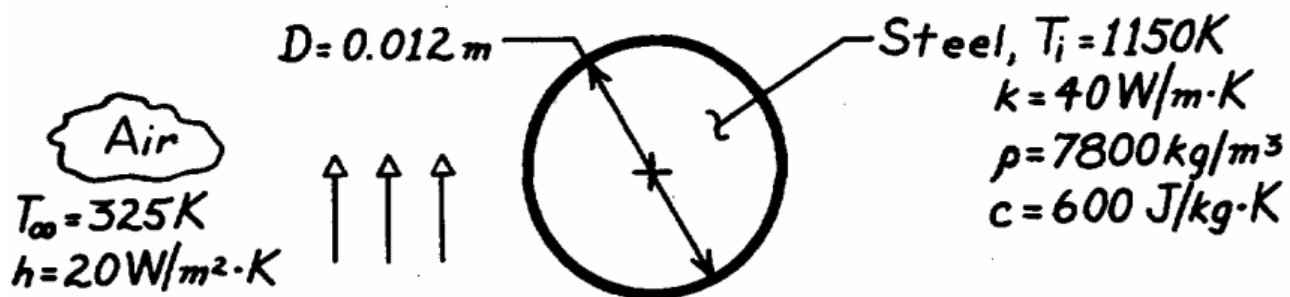
$D = 12 \text{ mm}$ ;  $T_{\text{ag}} = 1150 \text{ K}$ ;  $T_{\text{res}} = 400 \text{ K}$ ;  $T_{\infty} = 325 \text{ K}$ ;  
 $h = 20 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$ ;  $k = 40 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ ;  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ ;  
 $c = 600 \text{ J/kg K}$

Achar:

• Tempo p/ resfriar

Esquema:

SCHEMATIC:



Considerações:

- Radiação desprezível;
- Prop. Cte;

Análise:

Aplicando Eq. 5.10 a uma esfera  
 $L_c = r_o / 3$ ;

$$Bi = \frac{h L_c}{k} = 0,001$$

$$\frac{4}{3} \left( \frac{D}{2} \right)^3 = \frac{D^3}{8}$$

Como  $B_1 < 0,1$ , podemos aplicar o método da cap. global. Das Eq. 5.4 e 5.5 temos:

$$t = \frac{\rho V c_p}{h A_s} \ln \frac{\theta_i}{\theta_o} = \frac{\rho \left( \frac{\pi D^3}{6} \right) c_p}{h \pi D^2} \ln \frac{\theta_i}{\theta_o} \therefore$$

$$t = 1722 \text{ s} = 0.312 \text{ h}$$

5.16

Dados iniciais:

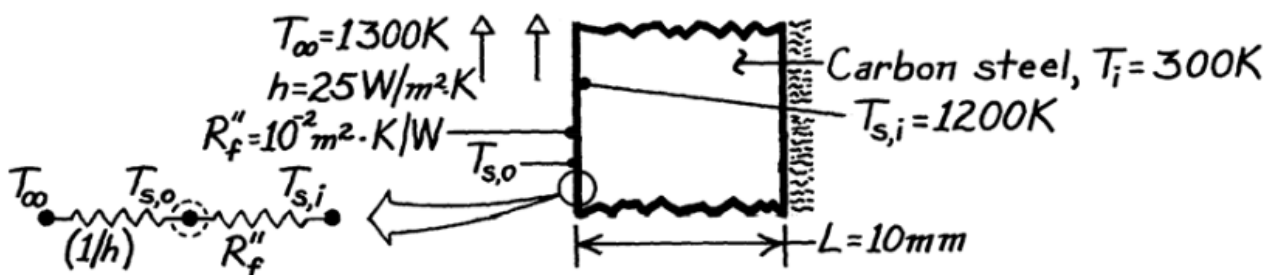
$k = 60 \text{ W/m}^2\text{K}$ ;  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ ;  $c = 430 \text{ J/kg K}$ ;  
 $L = 10 \text{ mm}$ ;  $R_{t_{fc}}'' = 0,01 \text{ m}^2\text{K/W}$ ;  $T_{\infty} = 1300 \text{ K}$ ;  
 $T_i = 300 \text{ K}$ ;  $T_{s,i} = 1200 \text{ K}$ ;

Achar:

Tempo p/ atingir temp;

Esquema:

SCHEMATIC:



## Considerações:

- Prop. Cte
- Capacitância global desprezível
- Radiação desprezível

## Análise:

O coef. global de trans. cal. é dado por:

$$U = \frac{1}{R_{tot}''} = \left( \frac{1}{h} + R_{t,c}'' \right)^{-1} = 20 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

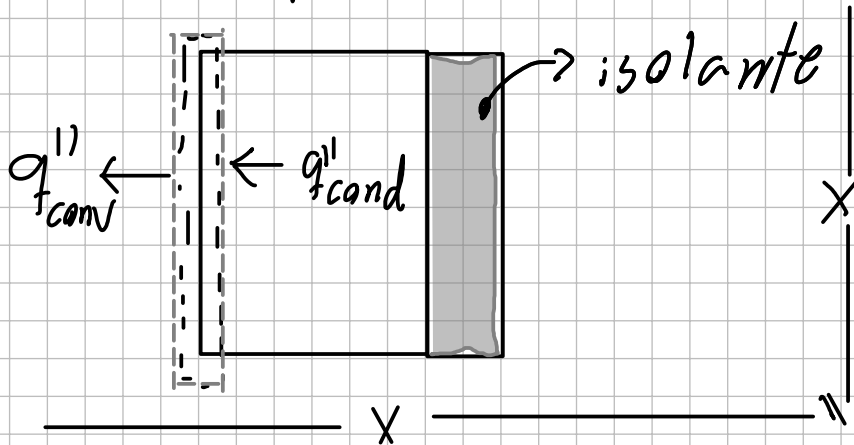
## Então:

$$Bi = \frac{U l}{k} = 0,003 < 0,1$$

Método da Cap. glob:

$$a) t = \frac{\rho L c}{U} \ln \frac{\theta_i}{\theta} = 3886 \text{ s}$$

b) Realizando um balanço de energias na sup. externa  $s_o$ :


$$h(T_{\infty} - T_{s,o}) = \frac{(T_{s,o} - T_{s,i})}{R_{t,c}''}$$
$$T_{s,o} = \frac{h T_{\infty} + T_{s,i} / R_{t,c}''}{h + \frac{1}{R_{t,c}''}}$$

$t = 1220 \text{ K}$  ~~1,1~~ ~~5~~

5.18

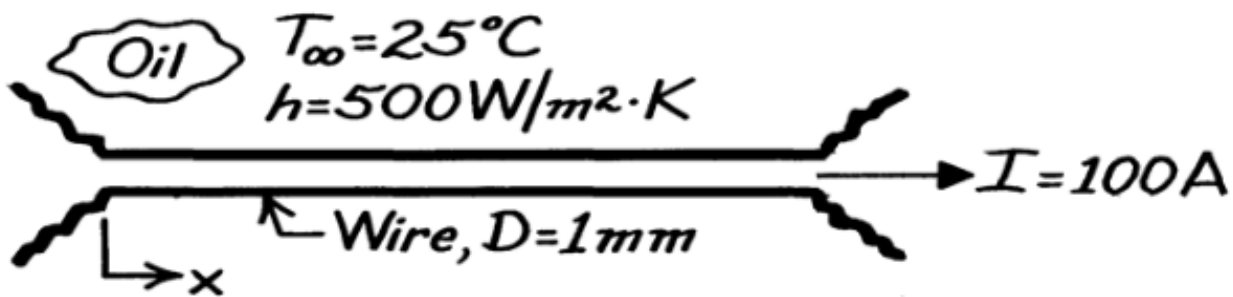
Dados:

$D = 1 \text{ mm}; T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}; R_e' = 0,01 \Omega/\text{m}; I = 100 \text{ A};$   
 $h = 500 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}); \rho = 8000 \text{ kg}/\text{m}^3; c = 500 \text{ J}/\text{kg K};$   
 $K = 20 \text{ W}/\text{m}^2 \text{ K};$

Achar:

- Temp. do fio para regime estacionário;
- Tempo p/ atingir  $1^{\circ}\text{C}$  a menos da Temp. em regime esta.;

Esquema:



Considerações:

- Propriedades  $\overline{cte}$ ;
- Temp. do fio uniforme em relação à  $x$ ;

Análise:

$$B_i = \frac{h(r_o/2)}{k} = 0,006 < 0,1$$

O método da capacitância global pode ser utilizado. Considerando reg. est.

$$q'_{ent} - q'_{sai} + q'_g = 0 \quad \therefore \quad q'_{sai} = q'_g \quad \therefore \quad \frac{\pi D h (T - T_\infty)}{2 \pi D L} = I^2 R_e$$

$$T = T_\infty + \frac{I^2 R_e}{\pi D h} = 88,7^\circ \text{C}$$

Sem radiação, a resposta transiente é governada pela eq a seguir:

$$\frac{d\theta}{dt} = b - a\theta = \frac{I^2 R_e}{\rho c_p (\pi D^2/4)} - \frac{4h}{\rho c_p D} \theta$$

Considerando  $T_i = 25^\circ \text{C}$  em  $t=0$ :

$$\frac{\theta - (I^2 R_e / \pi D h)}{\theta_i - (I^2 R_e / \pi D h)} = \exp\left(-\frac{4h}{\rho c_p D} t\right)$$

$$t = 8,31 \text{ s}$$

5.35

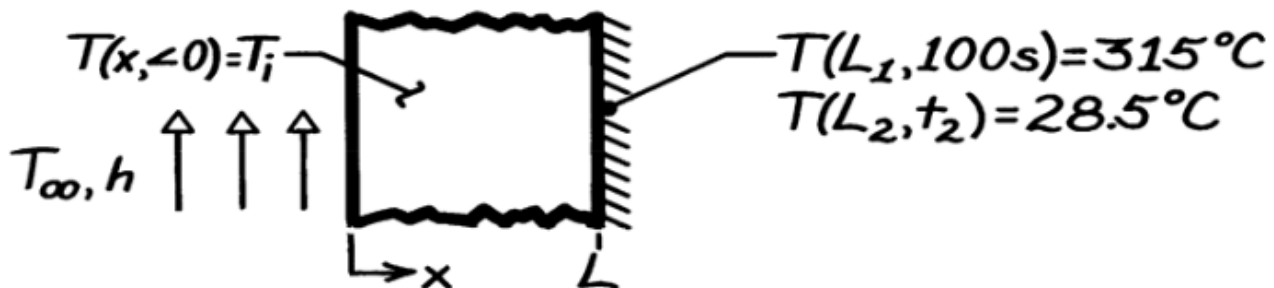
Dados:

$$t_1 = 100 \text{ s}; \quad T(L_1, t_1) = 315^\circ \text{C}; \quad T(L_2, t_2) = 28,5^\circ \text{C}$$



Caso	$L$ (m)	$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s)	$k$ (W/(m·K))	$T_i$ (°C)	$T_\infty$ (°C)	$h$ (W/(m <sup>2</sup> ·K))
1	0,10	$15 \times 10^{-6}$	50	300	400	200
2	0,40	$25 \times 10^{-6}$	100	30	20	100

Eqv em a:



Considerações:

- Condutção uni. dim.;
- Prop. cte;

Análise:

Usando a dependência funcional adimensional da distribuição de temp. transientes temos:

$$\theta^* = \frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = f(x^*, Bi, Fo)$$

Orde:

$$x^* = x/L; Bi = hL/k; Fo = \alpha t/L^2;$$

Caso  $x^*$ ,  $Bi$  e  $Fo$  forem iguais p/ os dois casos temos que  $\theta_1^* = \theta_2^*$ :

$$\left. \begin{array}{l} Bi_{1,1} = 0.40 \\ Bi_{1,2} = 0.40 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x_1^* = 1 \\ x_2^* = 1 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \theta_1^* = \frac{315 - 400}{300 - 400} = 0.85 \\ \theta_2^* = \frac{28.5 - 20}{30 - 20} = 0.85 \end{array} \right\}$$

Neste caso temos que:

$$F_{0,1} = F_{0,2} \therefore 1.563 \times 10^{-4} t_2 = 0.130$$

$$t_2 = 960 \text{ s}$$

5.40

Dados:

$$l = 200 \text{ mm}; \quad K = 45 \text{ W/m K}; \quad \rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$T_i = 300^\circ\text{C}; \quad T_\infty = 700^\circ\text{C}; \quad h = 500 \text{ W/m}^2\text{K};$$

Achar:

• Tempo para atingir  $t_{\min} = 530^\circ\text{C}$

Esquema:

5.40

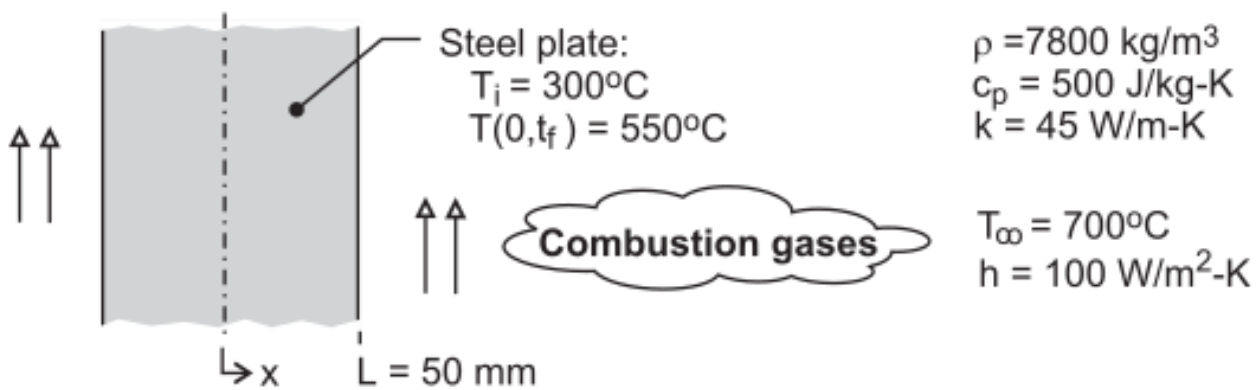
Dados:

$L = 100 \text{ mm}$ ;  $k = 45 \text{ W/m K}$ ;  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$   
 $T_i = 300^\circ\text{C}$ ;  $T_\infty = 700^\circ\text{C}$ ;  $h = 500 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

Apesar:

o tempo  $p / T_{\min} = 550^\circ\text{C}$

Esquema:



Considerações:

- Cond. Uni. dim.
- Aquecimento simétrico nos dois lados;
- Prop. etc
- Radiação despre.
- $Bi > 0,2$

## Análise:

A menor temperatura ocorrerá no plano médio:

$$B_i = \frac{h L_c}{K} \rightarrow L_c = L/2 = 0,556 > 0,1$$

$$Fo = \frac{-\ln(\theta_0^*/C_1)}{Bi} = 2,266 > 0,2$$

Onde: Veio de eq. 5.44

$$\theta_0^* = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \frac{550 - 700}{300 - 700} = 0,375$$

Neste caso:

$$t = \frac{Fo L_c^2}{\alpha} \rightarrow L_c = L/2 = 4915$$

Onde

$$\alpha = \frac{K}{\rho C_p}$$

548

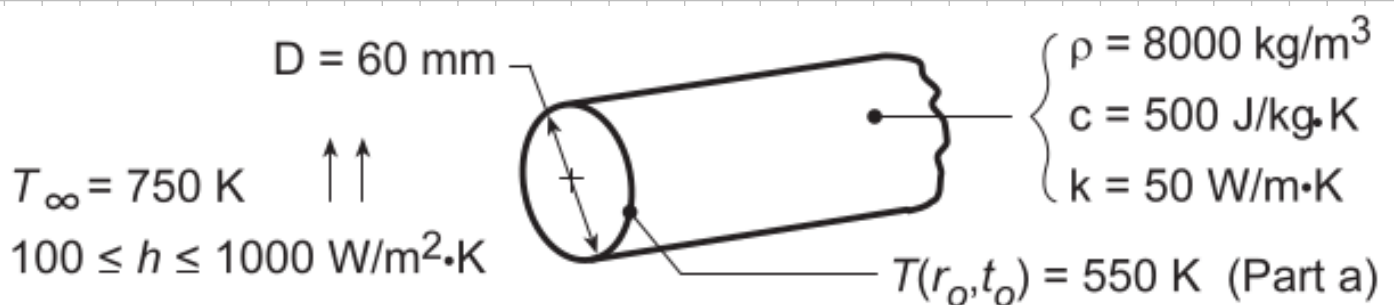
Dados:

$D = 60 \text{ mm}$ ;  $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$ ;  $c = 600 \text{ J/kg K}$ ;  
 $k = 50 \text{ W/(m K)}$ ;  $T_\infty = 750 \text{ K}$ ;  $h = 1 \text{ kW/m}^2\text{K}$

Achar:

- Temp eixo central quando  $T_s = 550 \text{ K}$

Esquema:



Considerações:

- Condução unidim. radial;
- Prop. Cte;
- Temp. únifo. no instante inicial;
- $Bi > 0,2$ ;

Análise:

$$Bi = \frac{h r_o}{k} = 0,60 > 0,1$$

$\rightarrow r_o = \frac{D}{2}$

Como o bastão estava em temp. Unif. e  $Fo \gg 0,2$  temos que da Eq 5.52(b):

$$\theta^*(r^*, Fo) = \theta_0^*(Fo) J_0(b_1 r^*) \quad (1)$$

onde  $\theta^* = \frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty}$

e  $r^* = \frac{r}{r_0} \leadsto r / r^* = 1 \leadsto r = r_0$

Para  $r^* = 1$ , temos que o exles  
so de temperaturas é segundo  
Eq. 34:

$$\theta^*(1, Fo) = \frac{T(r_0, t_0) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \quad (2)$$

Portanto:

$$\theta_0^*(Fo) = \frac{T(r_0, t_0) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \quad (3)$$

Substituindo 2 e 3 em 1:

$$\frac{T(r_0, t_0) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \frac{T(r_0, t_0) - T_\infty}{T_i - T_\infty} J_0(b_1 r^*)$$

$$T(0, t_0) = T_{\infty} + \frac{1}{J_0(b_1)} [T(r_0, t_0) - T_{\infty}]$$

(4)

Da Tabela 5.1 temos  $b_1 = 1.0185 \text{ rad}$  e  $J_0 = 0.7568$ . Neste caso, a Temp. inicial em  $t_0$  é definida por:

$$T(0, t_0) = 486 \text{ K}$$

Porém, como  $T(r, t_0) = \bar{T}(t)$ , temos que:

$$T(r, t_0) = 486 \text{ K}$$

letra a/

5.57

Dados:

$$C = 3000 \text{ J/kgK}; \rho = 7800 \text{ kg/m}^3$$

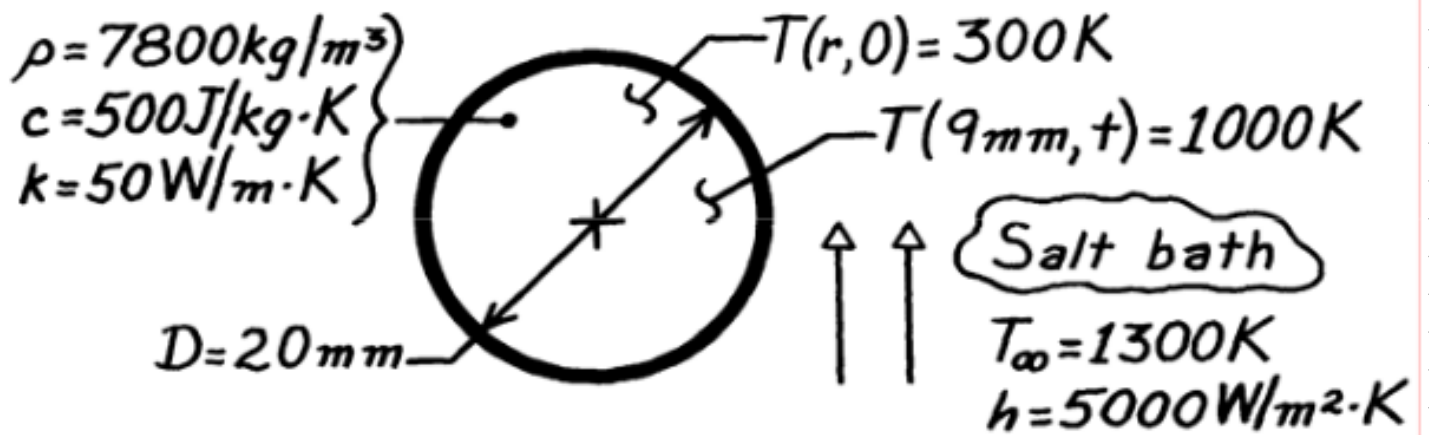
$$K = 50 \text{ W/mK}; T_{\infty} = 1300 \text{ K}; h = 3000 \text{ W/m}^2\text{K};$$

$$T_f = 1000 \text{ K}; D = 20 \text{ mm}; T(r, t_0) = 500 \text{ K};$$

Achar:

• tempo para  $r > (r_0 - 1)$

## Esquema:



## Considerações:

- Condução uni. dim. radial;
- Prop. cte;
- $Bi \geq 0,2$

## Análise:

Como qualquer ponto que atinja  $1000 \text{ K}$  será temperado, o problema é definir o tempo para o qual  $r = 9 \text{ mm}$  atingirá  $1000 \text{ K}$ . Portanto, primeiro calculamos o número de Biot:

$$Bi := \frac{h r_o}{k} = 1,00 \geq 0,1 \quad (1)$$

Usando a solução aprox. p/ esfera temos a partir da eq. 5.53(a) temos

$$\theta^* = (1 \exp(-b_1^2 Fo)) \frac{1}{b_1 r^*} \sin(b_1 r^*) \therefore$$



$$\frac{b_1 r^* \Theta^*}{C_1 \sin(b_1 r^*)} = e^{-b_1^2 F_0} \quad \dots$$

$$F_0 = -\frac{1}{b_1^2} \ln \left[ \frac{b_1 r^* \Theta^*}{C_1 \sin(b_1 r^*)} \right] \quad (2)$$

Da Tabela 5.1, p/  $Bi = 1$ , temos  $b_1 = 1,5708 \text{ rad}$  e  $C_1 = 1$  temos:

$$r^* = \frac{r}{r_0} = \frac{9}{10} = 0.9 \quad (3)$$

$$F_0 = 0.441 \quad (4)$$

A partir da definição de Fourier:

$$t = F_0 \frac{r_0^2}{\alpha} = 3.4 \text{ s} \quad (5)$$

onde

$$\alpha = \frac{k}{\rho c}$$