

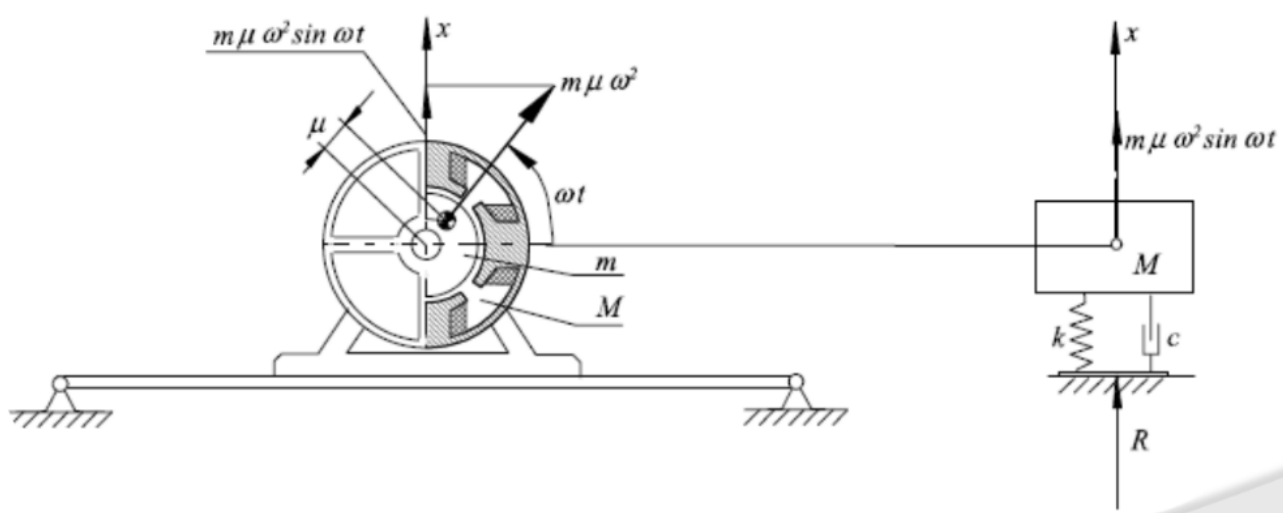
Trabalho 10

Dados:

$$\omega = \frac{6200 \times 2\pi}{60} = 649,2625 \text{ rad/s}; \quad m = 10 \text{ kg};$$

$$c = 440 \text{ N.s/m}; \quad k = 484 \text{ N/mm};$$

Esquema:



Desenvolvimento:

Partindo da magnitude da força transmitida:

$$F_t = c \frac{dx}{dt} + kx = k \left[2\beta \sqrt{\frac{m}{k}} \frac{dx}{dt} + x \right] \therefore (1.a)$$

$$\leadsto \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{1}{\omega_n} = \omega_n^{-1}$$

$$F_t = k \left[2\beta \omega_n^{-1} \frac{dx}{dt} + x \right] \quad (1.b)$$

Levando a equação do deslocamento em consideração:

$$x(t) = C_1 \sin(\omega t - \theta(\omega)) \quad (2)$$

Onde:

$$C_1 = \frac{m_0 \epsilon \omega^2}{m \sqrt{D(\omega)}}$$

Neste caso:

$$\dot{x}(t) = C_1 \cos(\omega t - \theta(\omega)) \omega \quad (3)$$

Substituindo eq. 2 e 3 em eq. 1. b:

$$F_t = k C_1 \left[2 \zeta \omega_n^{-1} \cos(\omega t - \theta(\omega)) \omega + \sin(\omega t - \theta(\omega)) \right]$$

Aplicando a seguinte identidade trigonométrica temos:

$$a \sin(\omega t) + b \cos(\omega t) = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\omega t + \psi)$$

$$\psi = \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

$$\leadsto F_t = k C_1 \underbrace{\sqrt{1 + (2 \zeta \omega_n^{-1} \omega)^2}}_{\text{Amplitude}} \sin(\omega t - \underbrace{\theta(\omega)}_{\text{Fase}} + \underbrace{\psi}_{\text{Defasagem}})$$

$$F_1 = k C_1 \sqrt{1 + (2 \zeta \Omega)^2} \quad \therefore$$

$$F_1 = k \frac{m_0 \epsilon \omega^2}{m \sqrt{D(\omega)}} \sqrt{1 + (2 \zeta \Omega)^2}$$

Nesse caso temos:

$$\gamma = \frac{F_t}{F_a} = \frac{k \frac{\cancel{m_0} \epsilon \omega^2}{m \sqrt{D(\omega)}} \sqrt{1 + (2\zeta \Omega)^2}}{\cancel{m_0} \epsilon \omega^2} \therefore$$

$$\gamma = \frac{k \sqrt{1 + (2\zeta \Omega)^2}}{m \sqrt{D(\omega)}} \therefore$$

onde:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = 220$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}} = 0,1$$

$$D(\omega) = (\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta \omega \omega_n)^2$$

$$\gamma = \frac{k \sqrt{1 + (2\zeta \Omega)^2}}{m \sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta \omega \omega_n)^2}} \quad (4)$$

$$\boxed{\gamma = 0,1502 = 15,02 \% \quad \rightarrow \text{Letra A}}$$

A eq. 4 pode ser reescrita como:

$$\gamma(\Omega) = \frac{\sqrt{1 + (2\zeta \Omega)^2}}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (2\zeta \Omega)^2}} \quad (5)$$

Além disso, temos que a fase é dada por:

$$\theta(\Omega) = \tan^{-1} \frac{2\zeta \Omega}{1 - \Omega^2} \quad (6)$$

Utilizando eq. 5 e 6, é possível realizar as seguintes análises gráficas:

Gráfico da fração de magnitude γ
em função de ω

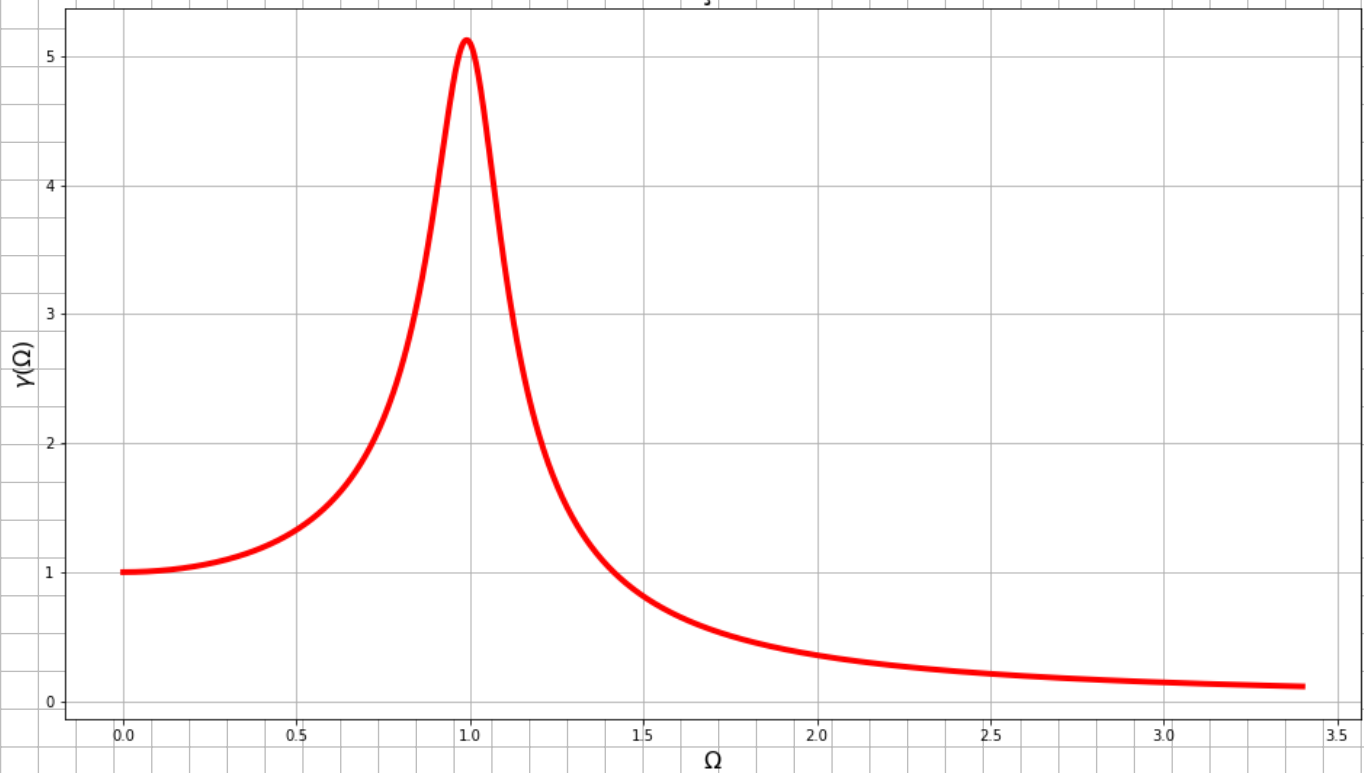


Gráfico da fase Θ
em função de ω

