

O que é medir?

“O **conhecimento** amplo e satisfatório sobre um processo ou fenômeno somente existirá quando for possível medi-lo e **expressá-lo por meio de números**” Lord Kelvin, (1883)



Palavras e impressões **não são suficientes**

Medir é uma forma clara e **objetiva** de **descrever** o mundo

Medir é o **procedimento experimental** pelo qual o valor momentâneo de uma grandeza física é determinado como um **múltiplo** de uma unidade, estabelecida por um padrão e **reconhecida** internacionalmente.



FIGURA 1.1 – Medição de um comprimento.

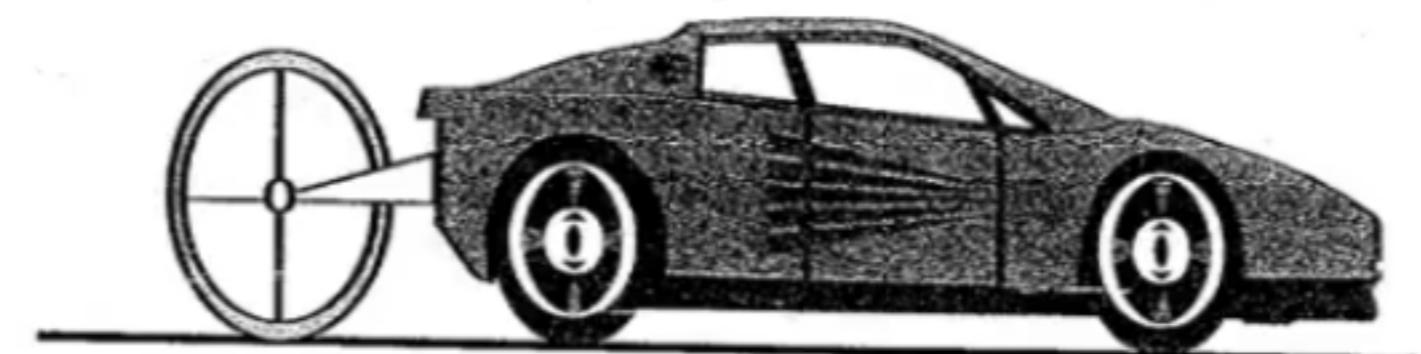


FIGURA 1.2 – Medição da velocidade de um automóvel.



YIPSY ROQUE BENITO

Grandezas físicas

Os experimentos exigem medidas

Qualquer número usado para descrever **quantitativamente** um fenômeno denomina-se **grandeza física**.



UNIDADE é o nome que atribuímos às medidas dessa grandeza

?

EXEMPLOS DE
GRANDEZAS FÍSICAS

Em resumo: Tudo aquilo que pode ser medido e associado a uma unidade



YIPSY ROQUE BENITO

Por que um sistema único?

- Relações internacionais facilitadas
- Produtos globalizados
- Equações da física são simplificadas



O **Sistema Internacional de Unidade (SI)** está definido por sete grandezas como unidades fundamentais. Essas grandezas com suas respectivas unidades são:

GRANDEZA FÍSICA	UNIDADE FÍSICA	SÍMBOLO
Comprimento	metro	m
Massa	quilograma	kg
Tempo	segundo	s
Corrente Elétrica	ampère	A
Temperatura	kelvin	K
Quantidade de Substância	mol	mol
Intensidade Luminosa	candela	cd

As demais unidades podem ser obtidas a partir das unidades fundamentais, como por exemplo:

GRANDEZA FÍSICA	UNIDADE FÍSICA	SÍMBOLO
Velocidade	metro/segundo	m/s
Aceleração	metro/segundo ao quadrado	m/s ²
Força	quilograma x metro/segundo ao quadrado	N (Newton)
Pressão	newton/metro ao quadrado	Pa (Pascal)
Campo Elétrico	newton/coulomb	N/C

! Nome e
representação
das unidades
(próximo slide)



YIPSY ROQUE BENITO

Grafia correta de unidades SI

O nome das unidades deve ser **sempre escrito em letra minúscula**.

Exemplos:

Correto: quilograma, newton, metro cúbico.

Exceção: quando o nome estiver no início da frase e em "grau Celsius"

Somente o nome da unidade (não o símbolo) aceita o plural.

Para a pronúncia correta do nome das unidades, deve-se utilizar o acento tônico sobre a unidade e não sobre o prefixo.

- Exemplos: micrometro, hectolitro, milissegundo, centigrama, nanometro.
- Exceções: quilômetro, hectômetro, decâmetro, decímetro, centímetro e milímetro

Ao escrever uma unidade composta, não se deve misturar o nome com o símbolo da unidade.



YIPSY ROQUE BENITO

Outros sistemas de medidas

Sistema CGS (centímetro, grama, segundo)

Sistema Inglês

1 jarda = 0,9144 m

1 pé = 1/3 jarda = 0,3048 m

1 polegada (in) = 2.54 cm

Tempo em segundos

Força em Libra-Força



muitas vezes se precisa converter uma unidade de medida em outra, dentro do mesmo sistema ou de outro sistema diferente



Grafia correta de unidades SI

O nome das unidades deve ser **sempre escrito em letra minúscula**.

Exemplos:

Correto: quilograma, newton, metro cúbico.

Exceção: quando o nome estiver no início da frase e em "grau Celsius"

Somente o nome da unidade (não o símbolo) aceita o plural.

Para a pronúncia correta do nome das unidades, deve-se utilizar o acento tônico sobre a unidade e não sobre o prefixo.

- Exemplos: micrometro, hectolitro, milissegundo, centigrama, nanometro.
- Exceções: quilômetro, hectômetro, decâmetro, decímetro, centímetro e milímetro

Ao escrever uma unidade composta, não se deve misturar o nome  símbolo da unidade.



Prefixos Oficiais do SI

10^n	Prefixo	Símbolo	Escala curta	Escala longa	Equivalente decimal
10^{24}	yotta (iota ²)	Y	Septilhão	Quadrilhão	1 000 000 000 000 000 000 000 000
10^{21}	zetta (zeta ²)	Z	Sextilhão	Milhar de trilião	1 000 000 000 000 000 000 000 000
10^{18}	exa	E	Quintilhão	Trilião	1 000 000 000 000 000 000 000 000
10^{15}	peta	P	Quadrilhão	Milhar de bilião	1 000 000 000 000 000 000 000 000
10^{12}	tera	T	Trilhão	Bilhão	1 000 000 000 000 000 000 000 000
10^9	giga	G	Bilhão	Milhar de milhão	1 000 000 000
10^6	mega	M		Milhão	1 000 000
10^3	quilo	k		Milhar	1 000
10^2	hecto	h		Centena	100
10^1	deca	da		Dezena	10
10^0	nenhum	nenhum		Unidade	1
10^{-1}	deci	d		Décimo	0,1
10^{-2}	centi	c		Centésimo	0,01
10^{-3}	milli	m		Milésimo	0,001
10^{-6}	micro	μ (mu) ¹		Milionésimo	0,000 001
10^{-9}	nano	n	Bilionésimo	Milésimo de milionésimo	0,000 000 001
10^{-12}	pico	p	Trilionésimo	Bilionésimo	0,000 000 000 001
10^{-15}	femto (fento ²)	f	Quadrilionésimo	Milésimo de bilionésimo	0,000 000 000 000 001
10^{-18}	atto (ato ²)	a	Quintilionésimo	Trilionésimo	0,000 000 000 000 000 001
10^{-21}	zepto	z	Sextilionésimo	Milésimo de trilionésimo	0,000 000 000 000 000 000 001
10^{-24}	yocto (iocto ²)	y	Septilionésimo	Quadrilionésimo	0,000 000 000 000 000 000 000 001



Padrões de medida

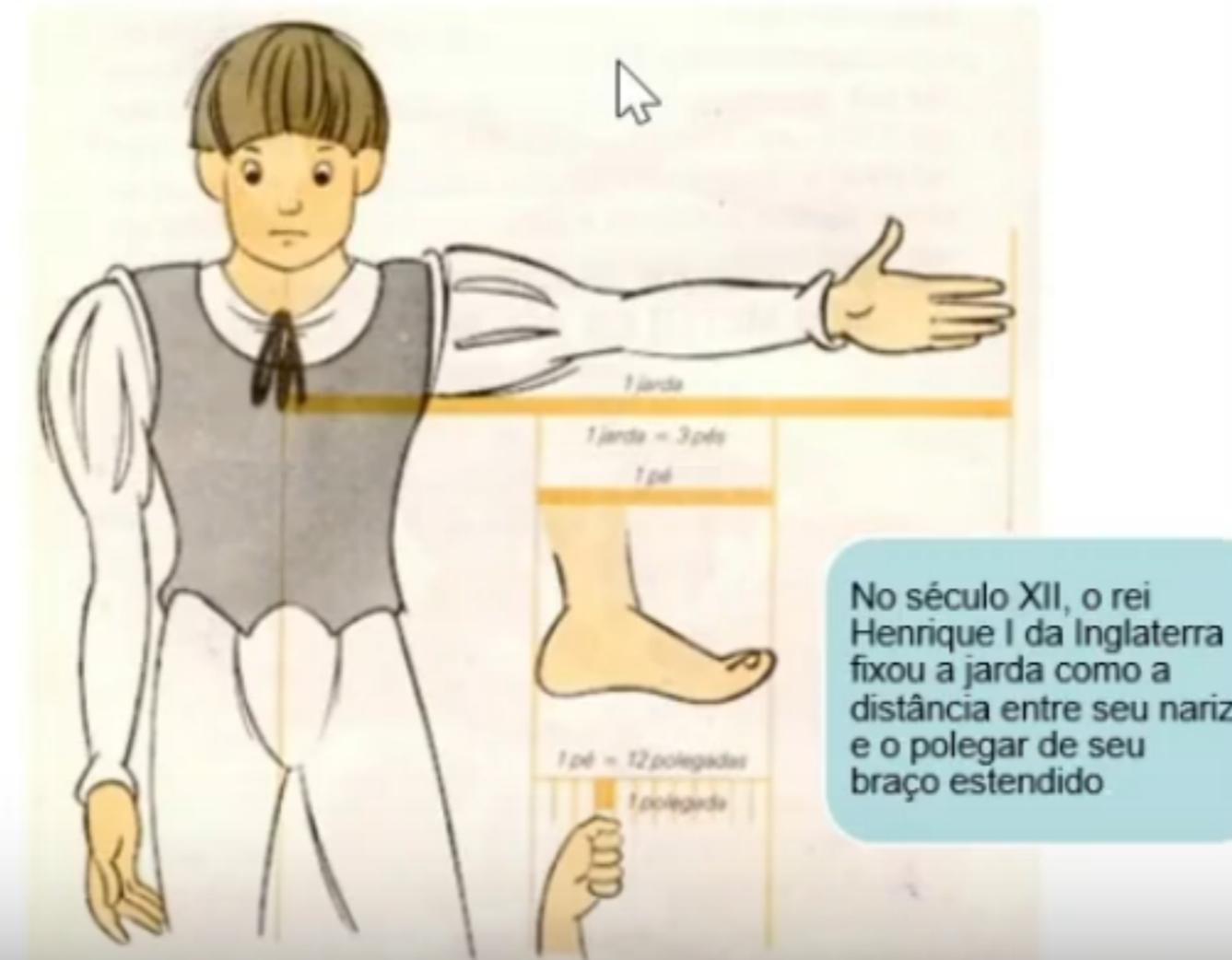
Antes da instituição do SI, as unidades de medida eram definidas de maneira arbitrária, variando de um país para outro, dificultando as transações comerciais e o intercâmbio científico entre eles.

As unidades de comprimento, por exemplo, eram quase sempre derivadas das partes do corpo do rei de cada país: a jarda, o pé, a polegada e outras.

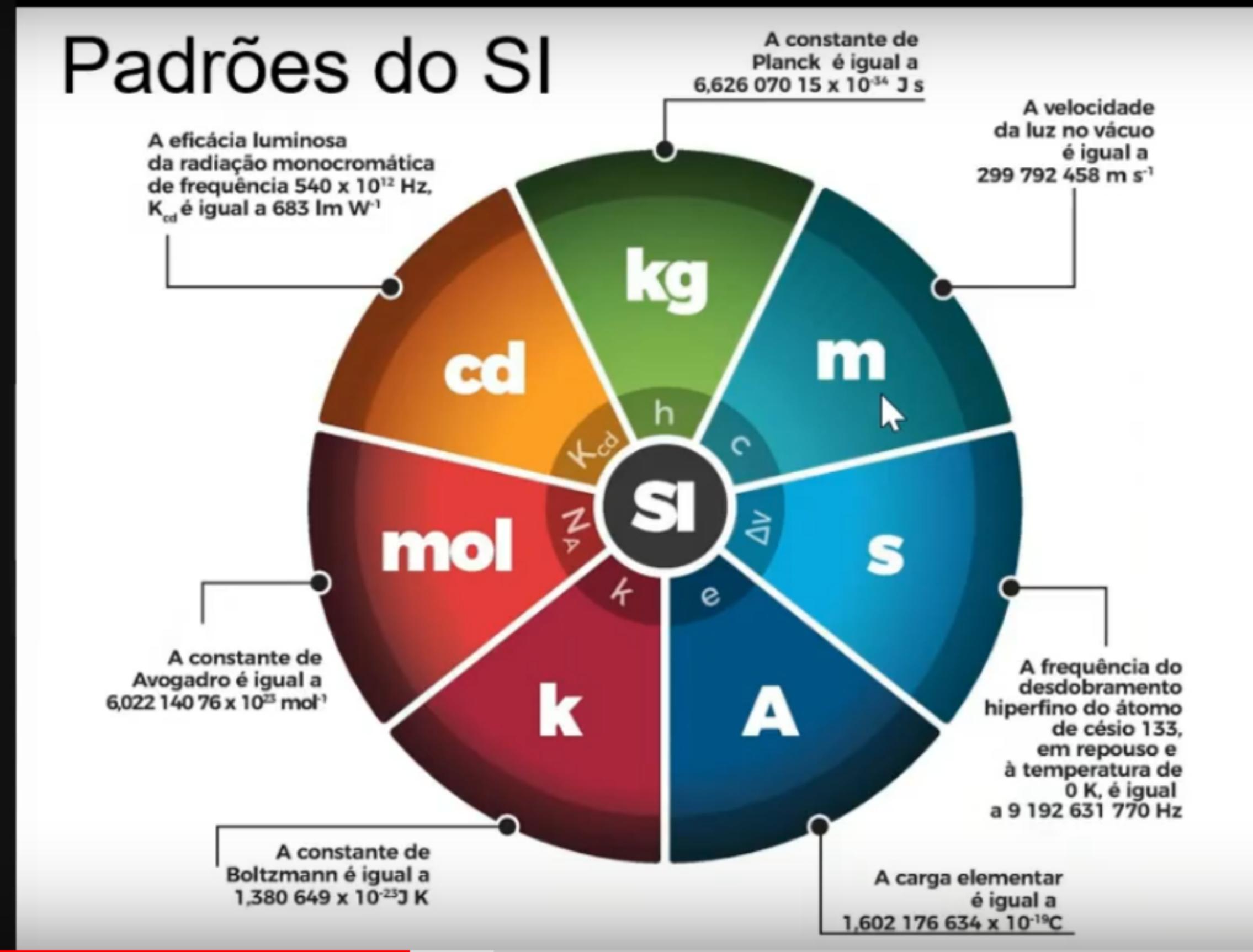
Foi necessário definir novos padrões de medida.

Medimos cada grandeza física em unidades apropriadas por **comparação** com um **PADRÃO**.

Um padrão ideal tem duas características principais: é **acessível** e **invariável**.



YIPSY ROQUE BENITO



Outros sistemas de medidas

Sistema CGS (centímetro, grama, segundo)

Sistema Inglês

1 jarda = 0,9144 m

1 pé = 1/3 jarda = 0,3048 m

1 polegada (in) = 2.54 cm

Tempo em segundos

Força em Libra-Força



muitas vezes se precisa converter uma unidade de medida em outra, dentro do mesmo sistema ou de outro sistema diferente



Coerência e conversão de unidades

Toda equação deve ter coerência dimensional e de unidades.

Exemplo:

$$d = vt$$

Se d está expresso em metros...

... então vt deve ser expresso em metros também.

$$10 \text{ m} = \left(2 \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \right) (5 \cancel{\text{s}})$$

Nos cálculos, as unidades são tratadas do mesmo modo que os símbolos algébricos

Dica: Ao colocar os valores numéricos das grandezas físicas em uma equação, inclua sempre as unidades correspondentes!



Errar é inevitável

- Sistema de medição perfeito
- Ambiente controlado e perfeitamente estável
- Operador perfeito
- Que a grandeza sob medição tivesse um valor único perfeitamente definido e estável

Erro de medição SEMPRE estará presente

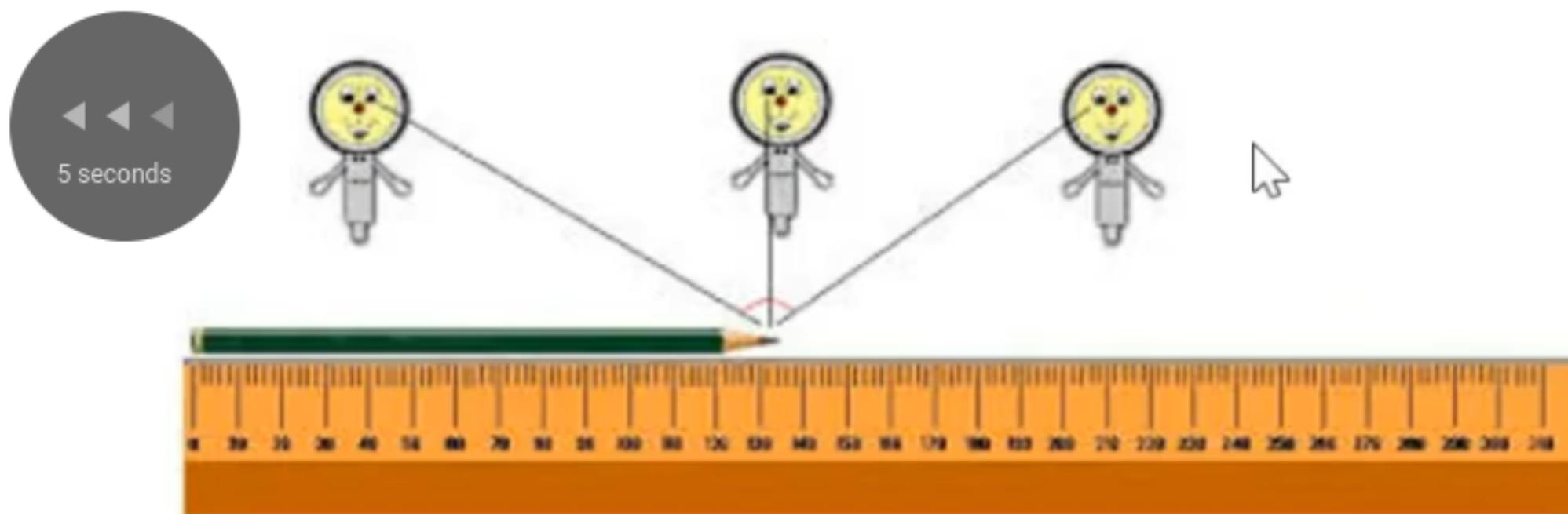


Essas condições não dão na prática, muito menos simultaneamente



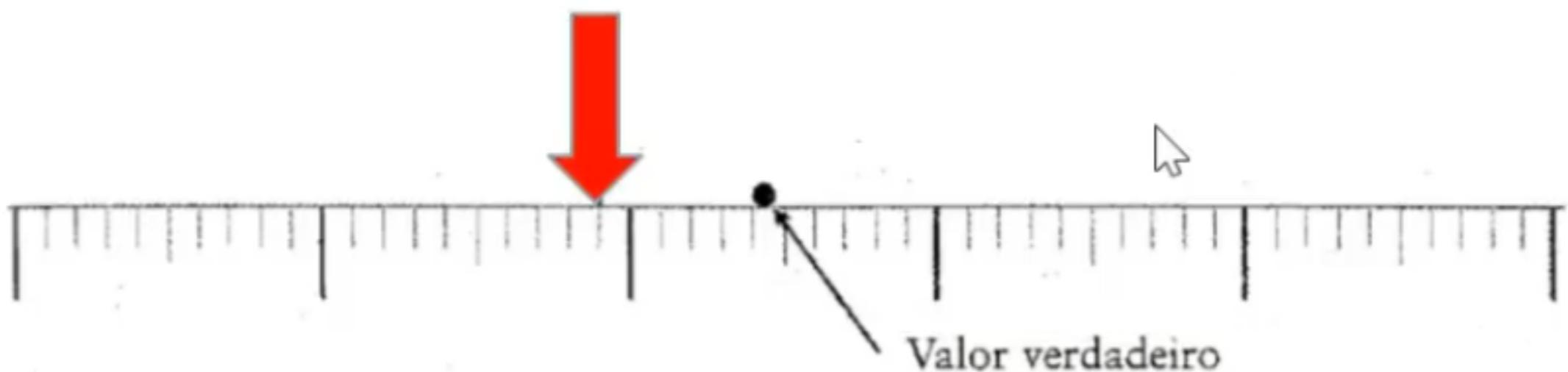
Erros de medição

Nenhuma medida, por melhor que seja, é desprovida de erro (infelizmente).



Erro de medição

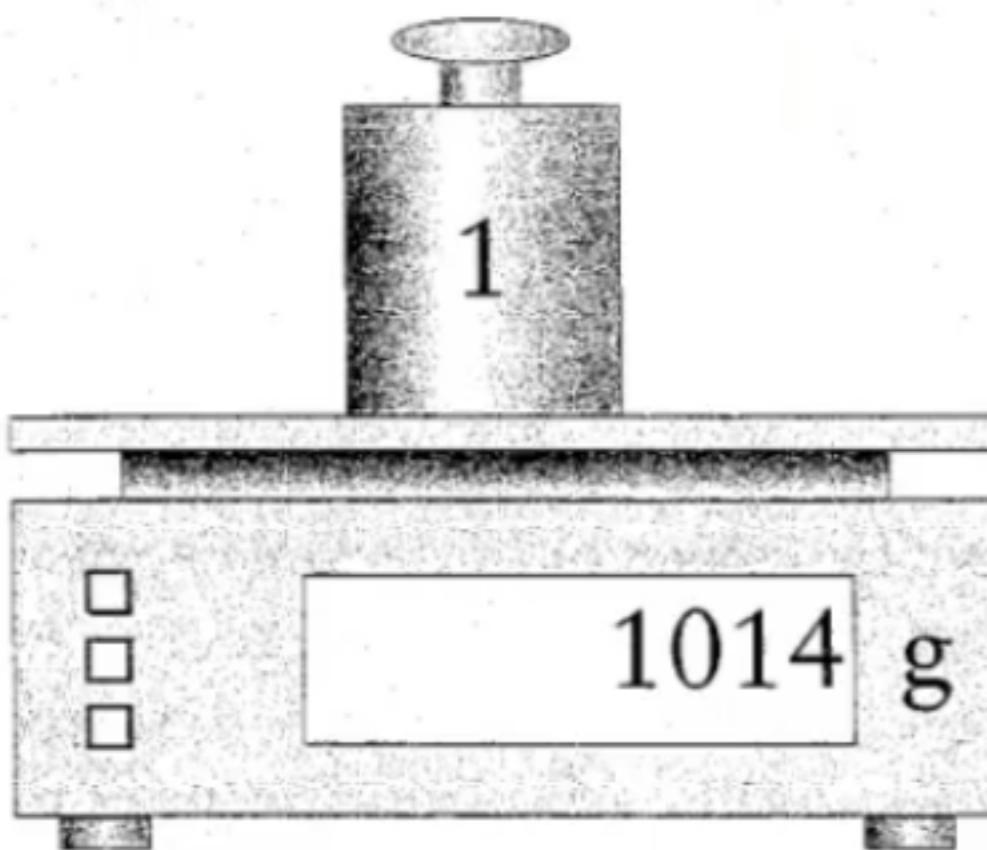
Diferença entre o valor indicado pelo sistema de medição e o valor verdadeiro



Componentes do Erro

- Erro sistemático: parcela previsível do erro
- Erro aleatório: Parcela imprevisível do erro. Repetições que levam a resultados diferentes

$(1,000000 \pm 0,000001)$ kg



Nº	Indicação
1	1014
2	1015
3	1017
4	1012
5	1015
6	1018
7	1014
8	1015
9	1016
10	1013
11	1016
12	1015

22



Precisão e Exatidão (Acurácia)

Medidas exatas são aquelas cujo **valor médio** se aproxima do **valor correto ou real**. O erro tende a zero.

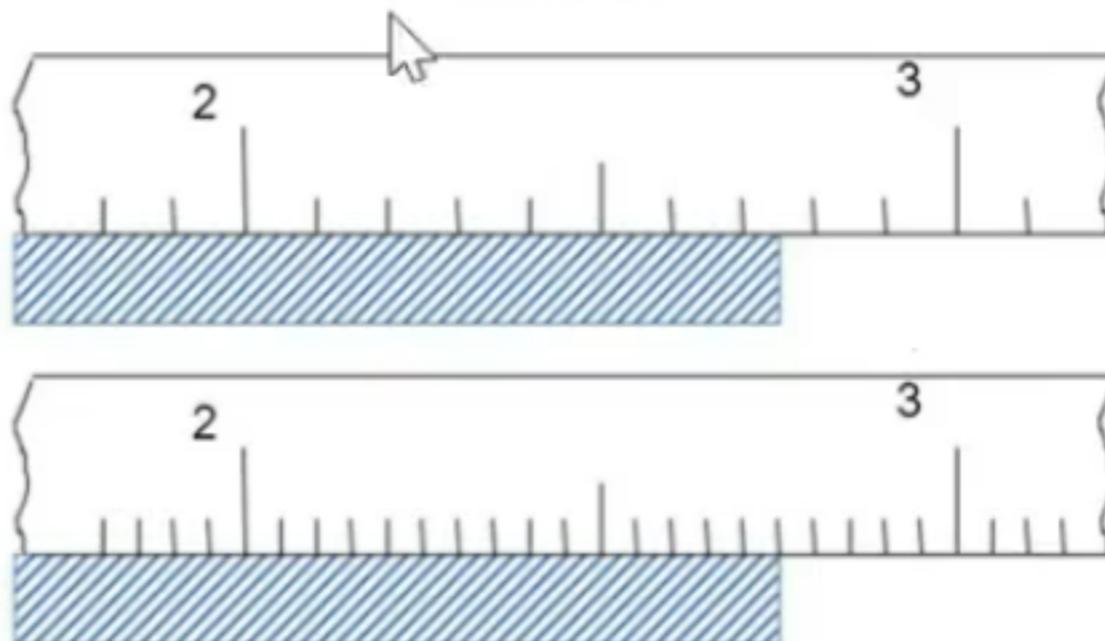
Medidas **precisas** são aquelas que apresentam uma **pequena dispersão**. A precisão é a **reprodutibilidade** das medições múltiplas e é normalmente descrita pelo desvio padrão, erro padrão, ou intervalo de confiança.

Resumindo
Exatidão depende da calibração
e ajuste do equipamento, para
evitar os erros sistemáticos
Precisão depende do nível de
interferência e de ruído que
afetam a medida.

23



Exemplo de aspectos relacionados à medida



- Como a precisão do instrumento influencia a medida realizada?
 - Qual das duas réguas acima apresenta a maior precisão?
 - Por quê?

Resolução: menor diferença de indicações que pode ser percebida

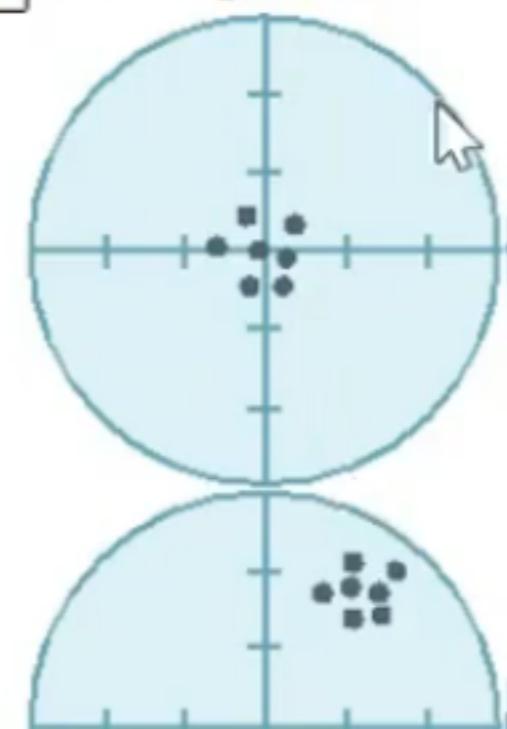


YIPSY ROQUE BENITO

Medidas com

boa acurácia
ou exatidão

boa precisão



pobre precisão

pobre acurácia
ou exatidão

*Accuracy is telling the truth . . . Precision is
telling the same story over and over again.*

Yiding Wang



Incerteza

As medidas experimentais não são absolutas. Sempre existe uma “incerteza” no resultado obtido.

A **incerteza** de uma medida está relacionada ao **erro da medida**. Ela indica a maior diferença entre o valor real e o valor medido.

A incerteza e o erro dependem, dentre outros fatores, da técnica usada na medição e das características do instrumento.



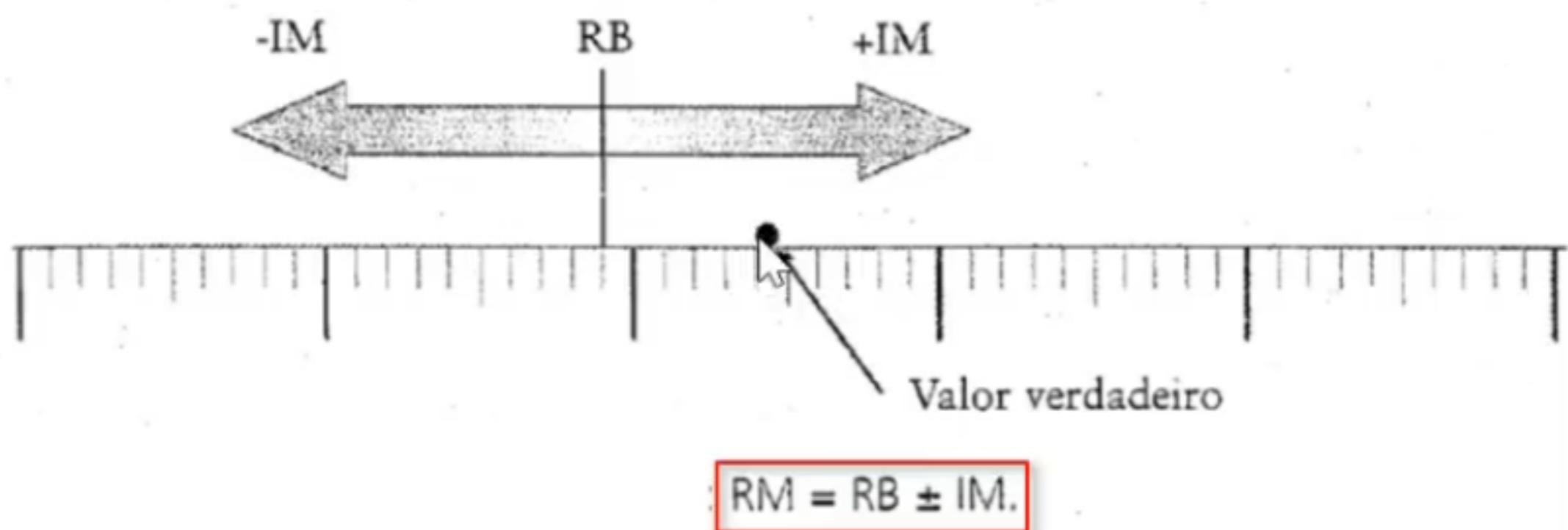
Mas, o que é “incerteza”

Incerteza é um parâmetro que **caracteriza a dispersão** de valores que podem ser atribuídos ao mesurando

Erro \neq Incerteza



Resultado da medição



Representação da incerteza

Como expressar a “faixa de confiabilidade”?

A **exatidão** de um valor medido indica o grau de aproximação esperado entre o **valor real** e o **valor medido**. A incerteza é uma estimativa do valor do **erro**.

$$\text{resultado} = \text{valor medido} \pm \text{incerteza da medida}$$

Exemplo: (valor real entre
 $56,47 \pm 0,02$ 56,45 e 56,49)

! A exatidão de um resultado não pode ser superior à exatidão do menos exato dos dados envolvidos.

Graficamente



Representação da incerteza

Outras maneiras de expressar a incerteza:

- Notação resumida: $1,6454 \text{ (21)} = 1,6454 \pm 0,0021$ (indicando a incerteza nos dígitos finais)
- Fracionária ou percentual: $47,2 \pm 10\% = 47,6 \pm 4,7$
- Implícita: $2,91 = 2,91 \pm 0,01$ (incerteza no último algarismo significativo)

Em geral, a incerteza é expressa somente com **um ou dois algarismos significativos**



O que são algarismos significativos



Algarismos significativos

São algarismos que têm significado. São algarismos que contribuem para a precisão de um número.

Regras:

- Todos os algarismos diferentes de zero são significativos
- Algarismos nulos (zeros) entre dois algarismos não-nulos são significativos
- Zeros à direita de outro algarismo significativo são significativos
- Zeros à esquerda da vírgula não são significativos

número	quantidade de algarismos significativos
0,5	1
0,05	1
0,050	2
1,08	3
120,00	5
$1,3708 \times 10^{-3}$	5



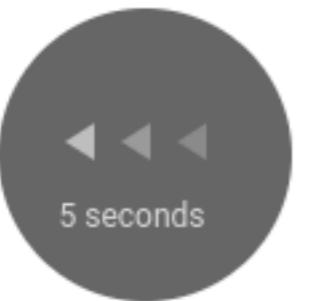
Operações matemáticas com algarismos significativos (A.S.)

Operações de multiplicação ou divisão: Número de A.S. do resultado é igual ao **menor número** de A.S. entre os fatores

Exemplos:

$$(0,745 \times 2,2) / 3,885 = 0,42 \leftarrow \text{dois A.S.}$$

$$(1,32578 \times 10^7) \times (4,11 \times 10^{-3}) = 5,45 \times 10^4 \leftarrow \text{três A.S.}$$



Operações de soma ou subtração: Número de A.S. do resultado é determinado pela casa decimal com maior incerteza entre os termos da operação.

Exemplo: $123,62 + 8,9 = 132,5$

Uma casa decimal



Arredondamento

Quando a resposta se reduz ao número de algarismos apropriado, deve-se **arredondar** e não truncar a resposta.

Ao efetuar cálculos ou conversões é fundamental ter em conta que o número de algarismos significativos de um resultado não pode ser alterado por nem por manipulações matemáticas nem por mudanças de unidades.



Resultados de medições diretas e indiretas

- Medição direta: Resultado é obtido diretamente dos dados experimentais, ou seja, o valor da grandeza procurado é dado pela **comparação direta** com instrumentos de medidas graduados.
- Medição indireta: Resultado é obtido através de medições diretas de outras grandezas, ligadas por uma **dependência matemática** conhecida com a grandeza procurada.

Ambas apresentam fontes
de incerteza



YIPSY ROQUE BENITO

Contabilização das fontes de incertezas

Balanço de incertezas

Processo de medição: Medição da massa de parafusos de uma máquina Unidade: g

Fontes de incerteza:		Efeitos sistemáticos	Efeitos aleatórios		
Símbolo	Descrição	Correção	<i>a</i>	Distri- buição	<i>u</i>
Re	Repetitividade natural	-		Normal	0,242 49
R	Resolução do dispositivo mostrador	-	0,01	Retangular	0,00577 ∞
CCal	Correção detectada na calibração	-0,15	0,04	Normal	0,0200 ∞
DTer	Deriva temporal	-	0,05	Retangular	0,0033 ∞
DTer	Deriva térmica	-0,04	0,08	Retangular	0,0461 ∞
<i>C_c</i>	Correção combinada	-0,19			
<i>u_c</i>	Incerteza combinada			Normal	0,023 50
<i>U_c</i>	Incerteza expandida			Normal	0,498



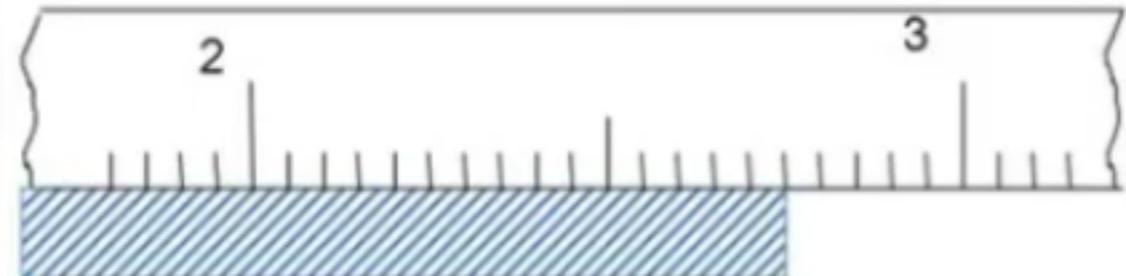
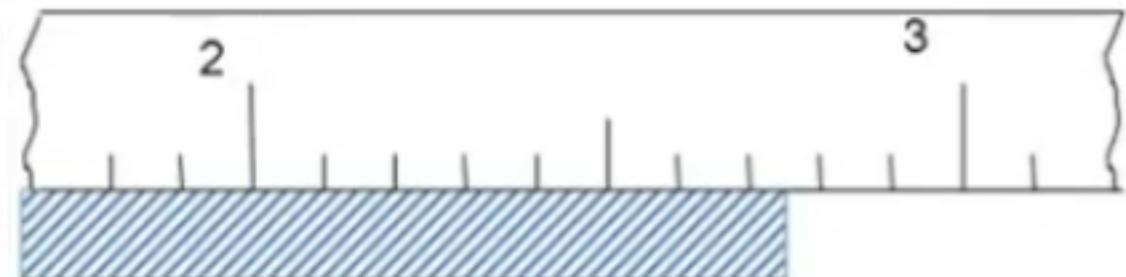
YIPSY ROQUE BENITO

Muitas vezes, no domínio da **metrologia legal**, que um equipamento é ensaiado através de uma comparação com um padrão de medição e **as incertezas associadas com o padrão e com o procedimento de comparação são desprezíveis relativamente à exatidão requerida do ensaio**.

Em tais casos, como os componentes da incerteza são pequenos o bastante para serem ignorados, a medição pode ser vista **como determinação do erro do equipamento sob ensaio**.



YIPSY ROQUE BENITO

**Resolução adotada**

$$R = VD$$

Condição

Quando o mensurando apresentar flutuações superiores ao próprio VD, ou quando tratar-se de uma escala grosseira e de má qualidade

$$R = VD/2$$

Quando tratar-se de um sistema de medição de qualidade regular ou inferior e/ou o mensurando apresentar flutuações significativas e/ou quando o erro da indicação não for crítico

$$R = VD/5$$

Quando tratar-se de sistema de medição e um dispositivo mostrador de boa qualidade (traços e ponteiros finos, etc.) e a medição em questão tiver de ser feita criteriosamente

$$R = VD/10$$

Quando o sistema de medição e o dispositivo mostrador forem de ótima qualidade; o mensurando, estável; a medição, altamente crítica quanto a erros de indicação; e a medição em questão tiver de ser feita criteriosamente

Resolução

Resolução: menor diferença de indicações que pode ser percebida



YIPSY ROQUE BENITO

Nas medições indiretas, o valor do mensurando é determinado a partir de operações matemáticas efetuadas envolvendo duas ou mais medidas associadas a diferentes grandezas de entrada.

Se houver **variação de todas as grandezas** das quais o resultado de uma medição depende, sua incerteza poderá ser calculada por **meios estatísticos**.

Na prática não é possível, devido a tempo e recursos limitados. A é usando um modelo matemático da medição e a lei de propagação da incerteza.

Assim, está implícita a suposição de que uma medição pode ser modelada matematicamente até o grau imposto pela **exatidão requerida na medição**.



Equação geral

$$u^2(G) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)^2 u^2(X_i) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial X_i} \frac{\partial f}{\partial X_j} u(X_i) \cdot u(X_j) \cdot r(X_i, X_j)$$

$u(G)$ quadrado da incerteza combinada da grandeza a ser determinada por medição indireta

f função matemática contínua e derivável que relaciona G com as grandezas de entrada

$\frac{\partial f}{\partial X_i}$ derivada parcial da função f em relação à grandeza de entrada X_i . Também denominado de coeficiente de sensibilidade associado à grandeza de entrada X_i



$u(X_i)$ incerteza-padrão da i -ésima grandeza de entrada que está sendo combinada

$r(X_i, X_j)$ estimativa do coeficiente de correlação entre as medições das grandezas de entrada X_i e X_j



TABELA 7.1 – Incertezas em medições indiretas não-correlacionadas

Operação matemática	Expressão para o cálculo da incerteza padrão combinada
Soma/ subtração	$u^2(X_1 \pm X_2 \pm \dots \pm X_n) = u^2(X_1) + u^2(X_2) + \dots + u^2(X_n)$
Multiplicação/ divisão	$u_R^2(X_1 \cdot X_2 \dots X_n) = u_R^2(X_1) + u_R^2(X_2) + \dots + u_R^2(X_n)$
Caso geral	$u^2(G) = \left(\frac{\partial f}{\partial X_1} u(X_1) \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2} u(X_2) \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial X_n} u(X_n) \right)^2$



TABELA 7.2 – Incertezas em medições indiretas correlacionadas

Operação matemática	ρ	Expressão para o cálculo da incerteza-padrão combinada
Soma	1	$u(X_1 + X_2) = u(X_1) + u(X_2)$
Soma	-1	$u(X_1 + X_2) = u(X_1) - u(X_2) $
Subtração	1	$u(X_1 - X_2) = u(X_1) - u(X_2) $
Subtração	-1	$u(X_1 - X_2) = u(X_1) + u(X_2)$
Multiplicação	1	$u_R(X_1 \cdot X_2) = u_R(X_1) + u_R(X_2)$
Multiplicação	-1	$u_R(X_1 \cdot X_2) = u_R(X_1) - u_R(X_2) $
Divisão	1	$u_R(X_1 / X_2) = u_R(X_1) - u_R(X_2) $
Divisão	-1	$u_R(X_1 / X_2) = u_R(X_1) + u_R(X_2)$
Caso geral (máxima incerteza possível)		$u(G) = \left \frac{\partial f}{\partial X_1} \right u(X_1) + \left \frac{\partial f}{\partial X_2} \right u(X_2) + \dots + \left \frac{\partial f}{\partial X_n} \right u(X_n)$



YIPSY ROQUE BENITO