Convecção Natural

Pricipais objetivos

- Coef. de conv.
  - ↳ Nusselt
- Nº Prandilt
- taxa de transf.
- Distribuição de temp.

A trans. cal. acontece pela diferença de densidades.

↳ Podemos classificar por:

→ Interno e Externo
→ Pluma ou Jato

* Fluido quiescente ⇝ Velocidade ≃ 0

Na camada limite livre, a maior velocidade ocorre no meio e não na sua extremidade. Nesse caso, no limite dessa camada é zero.

Equações da conv. Natural

$\delta m\, a_x = F_x \rightsquigarrow \delta m = \rho(dx\,dy\;1) \therefore$

$a_x = u\dfrac{\partial u}{\partial x} + v\dfrac{\partial u}{\partial y} \therefore$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{dP_\infty}{dx} - g + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\cancel{u\frac{\partial u}{\partial x}} + \cancel{v\frac{\partial u}{\partial y}} = -\frac{1}{\rho}\frac{dP_\infty}{dx} - g + \cancel{\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}}$$

$v = 0$ Fora da camada limite

$\dfrac{dP_\infty}{dx} = -\rho_\infty g \therefore$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g(\Delta\rho/\rho) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Sendo:

$\Delta\rho = \rho_\infty - \rho$

$\beta = -\dfrac{1}{\rho}\left(\dfrac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P \therefore$

$$\beta \approx -\frac{1}{\rho}\frac{\Delta\rho}{\Delta T} = -\frac{1}{\rho}\frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \rightsquigarrow$$ conser. de movimento

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Considerando um fluido ideal:

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{\rho}\frac{P}{RT^2} = \frac{1}{T}$$

Definições de param. adimensi.

Posições adimensionais:

$$x^* = \frac{x}{L} \qquad y^* = \frac{y}{L}$$

Velocidades adimensionais:

$$u^* = \frac{u}{u_0} \qquad v^* = \frac{v}{u_0}$$

Temperatura adimensional:

$$T^* = \frac{T - T_\infty}{T_\infty - T_s}$$

Conservação da quant. de movi.

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{g \beta (T_s - T_\infty) L}{u_0^2} T^* + \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$$

Conservação de energia:

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$$

Portanto:

- $u_0^2 = g \beta (T_s - T_\infty) L$
- $Gr_L = \frac{g \beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu^2}$

→ Número de Grashof

→ Avalia o escoamento, como Reynolds

Para $Gr/Re^2 = 1$
- Temos conv. nat. e forç.

Para $Gr/Re^2 \ll 1$
- Temos conv. forç.

Para $Gr/Re^2 \gg 1$
- Temos conv. nat.

Solução por similaridade

$$\eta = \frac{y}{x}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}$$

Basicamente gráficos

Efeitos da turbulência

$$Ra_x = Gr_x \, Pr_x = \frac{g\,\beta\,(T_s - T_\infty)\,x^3}{\nu\,\alpha}$$

Rayleigh crítico: $Ra_x = 1 \times 10^9$

Correlações empíricas

$$Nu_L = \frac{h\,L_c}{k} = \underbrace{C\,(Gr_L\,Pr)^n = C}_{\text{Constante que se relaciona com o problema}}\,Ra_L^n$$

$$Nu_x = \frac{h\,x}{k} = -\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}\frac{dT^*}{d\eta}\bigg|_{\eta=0} = \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} f(Pr) \therefore$$

$$\rightsquigarrow f(Pr) = \frac{0{,}75\,Pr^{1/2}}{(0{,}609 + 1{,}221\,Pr^{1/2} + 1{,}238\,Pr)^{1/4}}$$

Então:

$$\overline{Nu_L} = \frac{4}{3}\,Nu_L$$ → para toda a sup. da placa vertical

Conv. forçada + Natv.

$$Gr_L / Re_L^2 = 1$$

$$\rightsquigarrow Nu^n = Nu_F^n \pm Nu_N^n$$