



Faculdade de Engenharia Mecânica e Produção

Entropia

Thiago Esterci Fernandes



Conteúdo

1	Entropia	2
2	Desigualdade de Clausius	2
3	Entropia uma propriedade termodinâmica	4
4	Variação De Entropia Em Processos Reversíveis	6
5	Duas Relações Termodinâmicas Importantes	9
6	Variação De Entropia Do Sistema Durante Um Processo Irreversível	10
7	Variação de entropia de um sólido ou líquido	12
8	Variação De Entropia Para Um Gás Perfeito	13
9	Processo Isentrópico: Relações Importantes	14
10	Razão Entre Os Calores Específicos	15
11	Gás Perfeito: Processo Politrópico Reversível	16

1 Entropia

Até aqui o estudo da segunda lei da termodinâmica esteve afeto aos ciclos termodinâmicos. Mas estamos mais interessados na análise de processos. No estudo da primeira lei, estabelecemos, inicialmente, esta lei para ciclos e depois definimos a propriedade energia interna, que possibilitou usar quantitativamente primeira lei em processos. Analogamente, estabelecemos a segunda lei para um ciclo e agora verificaremos que a segunda lei conduz a uma outra propriedade, a entropia, que nos possibilita aplicar quantitativamente a segunda lei em processos. A termodinâmica pode ser definida como a ciência da energia e da entropia.

2 Desigualdade de Clausius

O primeiro passo do estudo que leva a formulação da propriedade termodinâmica entropia é o estabelecimento da desigualdade de Clausius:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad (1)$$

A desigualdade de Clausius é um corolário ou uma consequência da segunda lei da termodinâmica. O que é corolário: proposição resultante de uma verdade; consequência direta de uma proposição demonstrada. A sua validade será demonstrada para todos os ciclos possíveis. Isso inclui os motores térmicos e os refrigeradores reversíveis e irreversíveis. No caso dos ciclos reversíveis, é preciso considerar apenas um ciclo de Carnot porque qualquer ciclo reversível pode ser representado por uma série de ciclos de Carnot.

Consideremos, inicialmente, o ciclo reversível (Carnot) de um motor térmico que opera entre os reservatórios térmicos que apresentam temperaturas iguais a T_H e T_L .

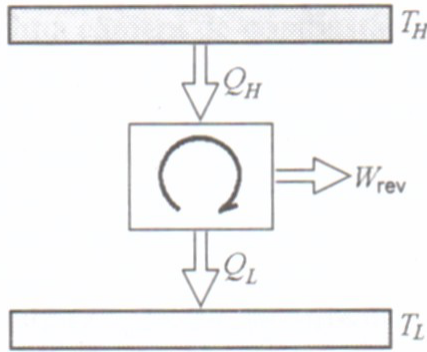


Figura 1: Esquema de uma máquina térmica

Para este ciclo, a integral cíclica do calor trocado é maior do que zero.

$$\oint \delta Q = Q_H - Q_L > 0 \quad (2)$$

Como T_H e T_L são constantes, utilizando a definição da escala de temperatura absoluta e do fato de que este é um ciclo reversível, concluimos que

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_h} - \frac{Q_L}{T_L} = 0 \quad (3)$$

Consideremos, agora, um ciclo motor térmico irreversível que opera entre as mesmas temperaturas T_H e T_L do motor reversível e recebendo a mesma quantidade de calor Q_H . Comparando o ciclo irreversível com o reversível, concluimos, pela segunda lei, que:

$$W_{irr} < W_{rev} \quad (4)$$

Como $Q_H - Q_L = W$ para os ciclos, reversíveis ou irreversíveis, concluimos que

$$Q_H - Q_{Lirr} < Q_H - Q_{Lrev} \quad (5)$$

e portanto

$$Q_{Lirr} > Q_{Lrev} \quad (6)$$

Consequentemente, para o motor cíclico irreversível,

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_h} - \frac{Q_L}{T_L} < 0 \quad \oint \delta Q = Q_H - Q_L > 0 \quad (7)$$

Demonstração similar pode ser feita para os ciclos de refrigeração. Assim podemos escrever, para todos os ciclos, a desigualdade de Clausius:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad (8)$$

A igualdade é válida para os ciclos reversíveis e a desigualdade para os ciclos irreversíveis. No exemplo a seguir o ciclo satisfaz a desigualdade de Clausius? Se satisfaz, o ciclo não viola a segunda lei da termodinâmica.

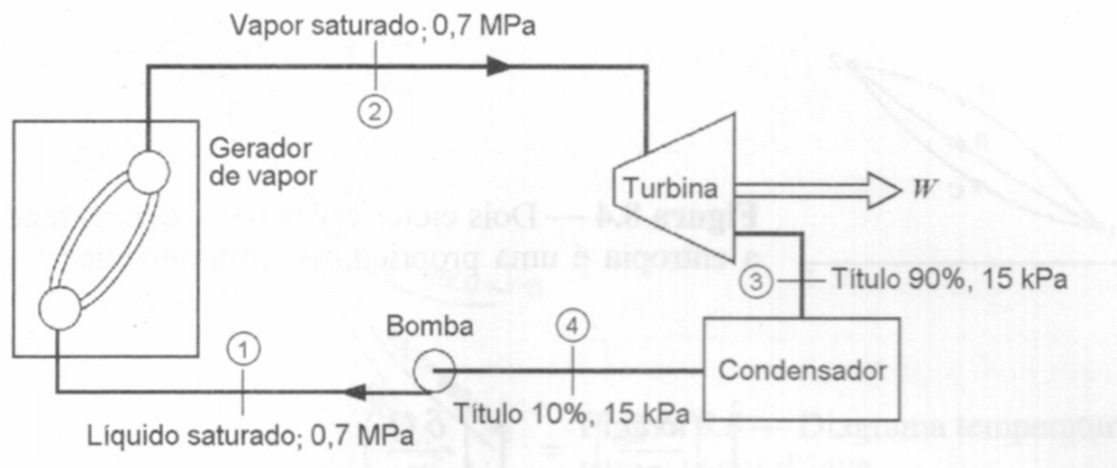


Figura 2: Planta de turbina a vapor

Calor é transferido em dois locais, na caldeira e no condensador.

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{caldeira} + \int \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{condensador} \quad (9)$$

Como a temperatura permanece constante, tanto na caldeira como no condensador:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T_1} \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \frac{1}{T_3} \int_3^4 \frac{\delta Q}{T} = \frac{{}_1Q_2}{T_1} + \frac{{}_3Q_4}{T_3} \quad (10)$$

Considerando um quilograma de fluido de trabalho, temos

$${}_1q_2 = h_2 - h_1 = 2066,3 \text{ kJ/kg}; T_1 = 164,97^\circ\text{C} \quad (11)$$

$${}_3q_4 = h_4 - h_3 = 463,4 - 2361,8 = -1898,4 \text{ kJ/kg}; T_3 = 53,97^\circ\text{C} \quad (12)$$

Portanto

$$\oint \frac{Q}{T} = \frac{2066,3}{164,97 + 273,15} - \frac{1898,4}{53,97 + 273,15} = -1,087 \text{ kJ/kgK} \quad (13)$$

Ciclo satisfaz a desigualdade de Clausius e não viola a segunda lei da termodinâmica.

3 Entropia uma propriedade termodinâmica

A segunda lei da termodinâmica conduz a propriedade termodinâmica denominada entropia. Um sistema percorre um processo reversível do estado 1 ao estado 2, representado pelo caminho A. O ciclo é completado através de um processo reversível, representado pelo caminho B.

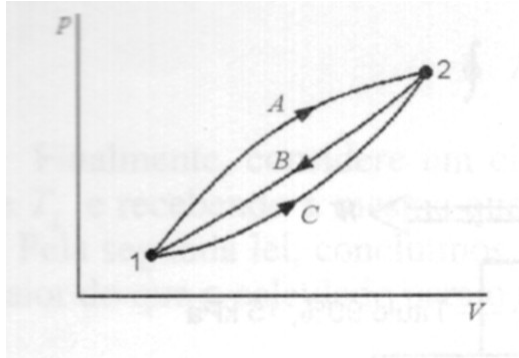


Figura 3: Diagrama P x V

Como esse ciclo é reversível, podemos escrever

$$\int \frac{\delta Q}{T} = 0 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_A + \int_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_B \quad (14)$$

Outro ciclo reversível tem o processo inicial alterado para o representado pelo caminho C e completado através do mesmo processo reversível representado pelo caminho B.

Para esse ciclo:

$$\int \frac{\delta Q}{T} = 0 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_C + \int_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_B \quad (15)$$

Subtraindo a segunda equação da primeira, temos

$$\int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_A = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_C \quad (16)$$

Como $\int \delta Q/T$ é constante para todos os caminhos reversíveis entre os estados 1 e 2, conclui-se que essa quantidade é independente do caminho e é uma função apenas dos estados inicial e final; portanto, ela é uma propriedade. Esta propriedade é denominada entropia e é designada por S. Concluimos que a propriedade termodinâmica entropia pode ser definida por:

$$dS \equiv \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} \quad (17)$$

A entropia é uma propriedade extensiva, e a entropia por unidade de massa é indicada por s. E importante observar que a entropia é definida em função de um processo reversível.

A variação de entropia de um sistema numa mudança de estado, pode ser obtida pela integração:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right) \quad (18)$$

Para efetuar essa integração, a relação entre T e Q deve ser conhecida

Entropia é substantivo feminino

1. fís: num sistema termodinâmico bem definido e reversível, função de estado cuja variação infinitesimal é igual à razão entre o calor infinitesimal trocado com meio externo e a temperatura absoluta do sistema [símb.: S].
2. fís: num sistema físico, a medida da energia não disponível para a realização de trabalho.

Em termodinâmica, entropia é a medida de desordem das partículas em um sistema físico.

Boltzmann diz que a entropia mede o grau de desordem, mas existem certos fenômenos simples que parecem desafiar essa lei.

“paradoxo do ovo cozido”: ao ferver um ovo, o acréscimo de temperatura aumenta a entropia, no entanto o ovo fica duro, o que parece corresponder a um estado mais ordenado.

Observação: como a entropia é uma propriedade, a variação de entropia de uma substância, ao ir de um estado a outro, é a mesma para todos os processos, tanto reversíveis como irreversíveis, entre estes dois estados.

A equação permite obter a variação de entropia somente através de um caminho reversível. Entretanto, uma vez determinado, esse será o valor da variação de entropia para todos os processos entre esses dois estados.

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} \quad (19)$$

Comentário relativo ao papel de T como fator integrante: Q é uma função de linha, e portanto $\delta Q/T$ é constante para todos os caminhos reversíveis entre os Q é uma diferencial inexata. Como $(\delta Q/T)_{rev}$ é uma propriedade termodinâmica, ela é uma diferencial exata. Do ponto de vista matemático, uma diferencial inexata pode ser transformada numa exata pela introdução de um fator integrante. Portanto, num processo reversível, $1/T$ funciona como o fator integrante na transformação da diferencial inexata $\delta Q/T$ é constante para todos os caminhos reversíveis entre os Q para diferencial exata $\delta Q/T$

4 Variação De Entropia Em Processos Reversíveis

Motor térmico que opera segundo o ciclo de Carnot:

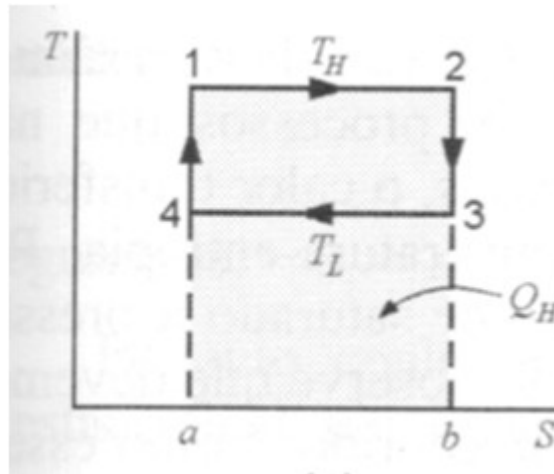


Figura 4: Diagrama TxS

Primeiro processo – transferência de calor isotérmica do reservatório a alta temperatura para o fluido de trabalho.

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} \quad (20)$$

Processo isotérmico:

$$S_2 - S_1 = \frac{1}{T_H} \int_1^2 \delta Q = \frac{Q_2}{T_H} \quad (21)$$

Processo representado pela área abaixo da linha 1-2, área 1-2-b-a-1, que representa o calor transferido ao fluido de trabalho durante o processo.

O segundo processo de um ciclo de Carnot é adiabático reversível. Da definição de entropia:

$$dS \equiv \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} \quad (22)$$

A entropia permanece constante num processo adiabático reversível. Um processo entropia constante é chamado de processo isentrópico. A linha 2-3 representa esse processo que termina no estado 3 (onde a temperatura do fluido de trabalho atinge o valor T_L).

O terceiro processo é isotérmico reversível, no qual o calor é transferido do fluido de trabalho reservatório térmico a baixa temperatura. Para esse processo:

$$S_4 - S_3 = \int_3^4 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} = \frac{1}{T_L} \int_3^4 \delta Q = \frac{Q_4}{T_L} \quad (23)$$

Durante esse processo, o calor transferido é negativo (em relação ao fluido de trabalho) e a entropia do fluido decresce. A área abaixo da linha 3-4, área 3-4-a-b-3, representa o calor transferido do fluido de trabalho ao reservatório a baixa temperatura.

O processo final, 4-1, é um processo adiabático reversível (e portanto isentrópico). A diminuição de entropia no processo 3-4 é exatamente igual ao aumento de entropia no processo 1-2. Como o trabalho líquido do ciclo é igual à transferência líquida de calor, a área 1-2-3-4-1 representa o trabalho líquido do ciclo. O rendimento térmico do ciclo pode ser expresso em função de áreas:

$$\nu_{termico} = \frac{W_{liq}}{Q_H} = \frac{area\ 1-2-3-4-1}{area\ 1-2-b-a-1} \quad (24)$$

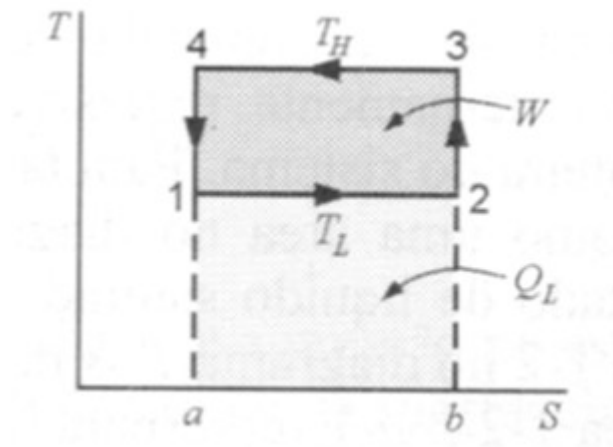


Figura 5: Diagrama TxS

Visualizações gráficas:

- O aumento de T_H , enquanto T_L permanece constante, aumenta o rendimento térmico e aumenta o trabalho líquido.
- A diminuição de T_L , enquanto T_H permanece constante, aumenta o rendimento térmico e aumenta o trabalho líquido.
- O rendimento térmico se aproxima de 100 %, quando a temperatura absoluta, na qual o calor é rejeitado, tende a zero.

Se o ciclo for invertido, teremos um refrigerador ou uma bomba de calor. A entropia do fluido de trabalho aumenta à temperatura T_L , pois o calor é transferido ao fluido de trabalho. A entropia decresce à temperatura T_H devido à transferência de calor do fluido de trabalho. Qual

o comportamento dos coeficientes de desempenho do refrigerador e da bomba de calor com a variação das temperaturas?

Processos que são internamente reversíveis, isto é, processos que não envolvem irreversibilidades dentro da fronteira do sistema. Para tais processos, o calor transferido para ou do sistema pode ser indicado como uma área no diagrama temperatura-entropia. Mudança de estado de líquido saturado para vapor saturado a pressão constante – processo 1-2 no diagrama T-s (operar com temperaturas absolutas). A área 1-2-b-a-1 representa o calor transferido.

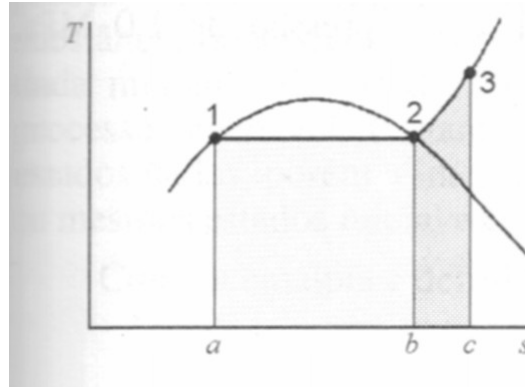


Figura 6: Diagrama TxS

Na transferência de calor ao vapor saturado, à pressão constante, o vapor é superaquecido longo da linha 2-3. Para o processo: A área abaixo da linha 2-3, a área 2-3-c-b-2, representa a integral de $T ds$ entre os estados 2 e 3. Portanto, esta representa o calor transferido durante o processo de transferência de calor reversível mencionado.

$${}_2q_3 = \frac{1}{m} \int_2^3 \delta Q = \int_2^3 T ds \quad (25)$$

Uma conclusão importante é que, para processos internamente reversíveis, a área abaixo da linha que representa o processo no diagrama temperatura-entropia é igual a quantidade de calor transferida. Isso não é verdade para processos irreversíveis.

Um cilindro provido de êmbolo que contém vapor saturado de R-134a a -5°C . O vapor é comprimido, segundo um processo adiabático reversível, até a pressão de 1,0 MPa. Determine o trabalho específico neste processo.

Primeira lei:

$${}_1q_2 = u_2 - u_1 + {}_1w_2 = 0 \rightarrow {}_1w_2 = u_2 - u_1 \quad (26)$$

Segunda lei:

$$s_2 = s_1 \quad (27)$$

5 Duas Relações Termodinâmicas Importantes

Primeira lei da termodinâmica:

$$\delta Q = dU + \delta W \quad (28)$$

Processo reversível:

$$\delta Q = Tds \quad (29)$$

Trabalho dado por:

$$\delta W = pdV \quad (30)$$

Resulta:

$$\|Tds = dU + pdV\| \quad (31)$$

Equação que só envolve propriedades termodinâmicas. Equação pode ser usada em um ponto. A integração da equação só pode ser realizada ao longo de um processo reversível.

Entalpia:

$$H = U + pV \quad (32)$$

Derivando:

$$dH = dU + pdV + Vdp \quad (33)$$

Substituindo:

$$\|Tds = dH - Vdp\| \rightarrow \textit{Equaes de Gibbs} \quad (34)$$

Por unidade de massa:

$$\|Tds = du - pdv\| \quad (35)$$

$$\|Tds = dh - vdp\| \quad (36)$$

6 Variação De Entropia Do Sistema Durante Um Processo Irreversível

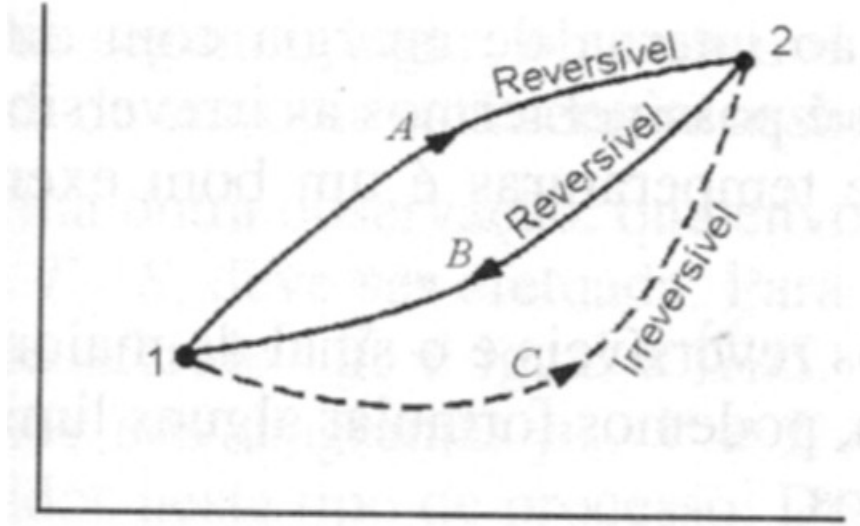


Figura 7: Diagrama TxS

O ciclo dos processos reversíveis A e B é um ciclo reversível:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_A + \int_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_B = 0 \quad (37)$$

O ciclo do processo irreversível C e do processo reversível B é irreversível. Da desigualdade de Clausius:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_C + \int_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_B < 0 \quad (38)$$

Subtraindo e rearranjando:

$$\int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_A > \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_C \quad (39)$$

A entropia é uma propriedade:

$$\int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_A = \int_1^2 dS_A = \int_1^2 dS_C \quad (40)$$

Portanto:

$$\int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_C < \int_1^2 dS_C \quad (41)$$

Como C é arbitrário, pode-se generalizar.

Uma das equações mais importantes da termodinâmica –

$$\left\| dS \geq \frac{\delta Q}{T} \right\| \quad (42)$$

$$\left\| S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \right\| \quad (43)$$

Igualdade, processo reversível; Desigualdade, processo irreversível.

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T} \quad dS = \frac{\delta Q}{T} + \delta S_{ger} \quad (44)$$

ou

$$S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad \delta S_{ger} \geq 0 \quad (45)$$

$\delta Q/T$ é constante para todos os caminhos reversíveis entre os S_{ger} – geração de entropia no processo devido à irreversibilidades internas (atrito, expansão não assistida, etc.) e externas (transcal com diferença de temperatura finita, por ex.)

$$dS = \frac{\delta Q}{T} + \delta S_{ger} \rightarrow \delta Q_{irr} = TdS - T\delta S_{ger} \quad (46)$$

Primeira lei $\rightarrow \delta Q_{irr} = dU + \delta W_{irr}$

Relação entre propriedades $\rightarrow TdS = dU + pdV$

Conclui-se

$$\delta W = pdV - T\delta S_{ger} \quad (47)$$

O trabalho realizado no processo irreversível é menor que o trabalho realizado no processo reversível e a diferença é proporcional a $\delta Q/T$ é constante para todos os caminhos reversíveis entre os S_{ger} . $\delta Q/T$ é constante para todos os caminhos reversíveis entre os S_{ger} é chamado “trabalho perdido” – na verdade uma oportunidade perdida de realização de trabalho.

$$dS = \frac{\delta Q}{T} + \delta S_{ger} \quad (48)$$

integrando

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 dS = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + {}_1S_{2,ger} \quad (49)$$

Expressão para a variação de entropia para um processo irreversível que envolve uma igualdade e não uma desigualdade.

Conclusões importantes:

1. Existem dois modos de aumentar a entropia de um sistema — pela transferência de calor ao sistema ou fazendo-o percorrer um processo irreversível.

2. Como a geração de entropia não pode ser negativa, há somente um único modo pelo qual a entropia de um sistema pode ser diminuída: transferindo-se calor do sistema.
3. Em um processo adiabático o aumento de entropia está associado com as irreversibilidades.
4. Representação de processos irreversíveis nos diagramas p-V e T-S: as áreas abaixo das curvas não representam, respectivamente, o trabalho e o calor envolvidos nos processos. Como não se conhece os estados intermediários, usa-se linhas pontilhadas na representação.

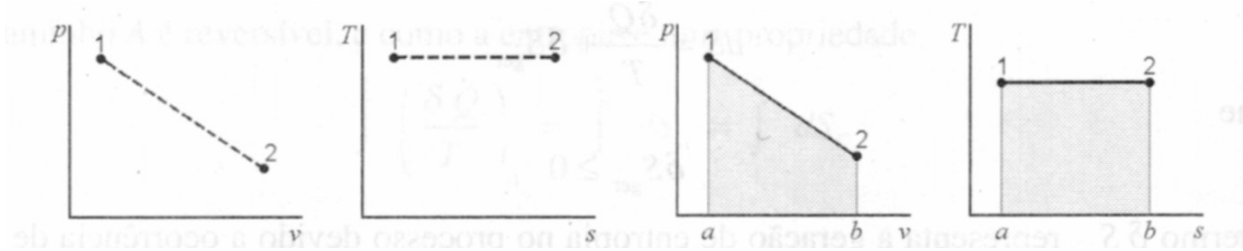


Figura 8: Um processo sobre a perspectiva de vários diagramas

7 Variação de entropia de um sólido ou líquido

$$Tds = dh - vdp = du + pdv \text{ com } v \cong 0 \quad (50)$$

$$ds \approx \frac{dh}{T} \approx \frac{du}{T} \quad (51)$$

$$dh \approx du \approx cdT \quad (52)$$

$$ds \approx c \frac{dT}{T} \quad (53)$$

$$c - \text{constante} \rightarrow \left\| s_2 - s_1 = c \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) \right\| \quad (54)$$

Um quilograma da água líquida é aquecido de 20 a 90 °C. Calcule a variação de entropia admitindo calor específico constante e compare o resultado com dados tabelados.

$$s_2 - s_1 = c \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = 4,184 \ln \left(\frac{363,2}{293,2} \right) = 0,8958 kJ/kgK \quad (55)$$

Tabelas:

$$s_2 - s_1 = 0,8959 kJ/kgK \quad (56)$$

8 Variação De Entropia Para Um Gás Perfeito

$$Tds = du + pdv$$

$$du = c_{v0} dT \quad e \quad \frac{p}{T} = \frac{R}{v}$$

$$\therefore ds = c_{v0} \frac{dT}{T} + \frac{Rdv}{v} \quad \therefore \quad s_2 - s_1 = \int_1^2 c_{v0} \frac{dT}{T} + R \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$$

$$Tds = dh - vdp$$

$$dh = c_{p0} dT \quad e \quad \frac{v}{T} = \frac{R}{p}$$

$$\therefore ds = c_{p0} \frac{dT}{T} - \frac{Rdp}{p} \quad \therefore \quad s_2 - s_1 = \int_1^2 c_{p0} \frac{dT}{T} - R \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

$$R = c_{p0} - c_{v0} = cte$$

$$c_{v0} = cte \quad e \quad c_{p0} = cte$$

$$s_2 - s_1 = c_{v0} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + R \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$$

$$s_2 - s_1 = c_{p0} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

Outras possibilidades:

$$c_{p0} = f(T)$$

e

$$s_2 - s_1 = (s_{T_2}^0 - s_{T_1}^0) - R \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \rightarrow s_{T_2}^0 \text{ e } s_{T_1}^0$$

estes são cálculos da termodinâmica estatística e são tabelados.

A precisão dos cálculos aumenta de acordo com o modelo adotado.

9 Processo Isentrópico: Relações Importantes

Em um processo isentrópico (adiabático reversível) temos:

$$Tds = dh - vdp = 0$$

$$dh = c_{p0}dT = vdp = RT \frac{dp}{p} \Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{c_{p0}}{R} \frac{dT}{T}$$

Integrando de um estado de referencia T_0 e P_0 :

$$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = \frac{1}{R} \int_{T_0}^T c_{p0} \frac{dT}{T}$$

$$\ln p_r \equiv \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = \frac{1}{R} \int_{T_0}^T c_{p0} \frac{dT}{T} = \phi(T) = \frac{s_T^0}{R}$$

Relação entre os estados 1 e 2 de um processo isentrópico:

$$\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \ln\left(\frac{p_2}{p_0} \frac{p_0}{p_1}\right) = \ln\left(\frac{p_2}{p_0}\right) - \ln\left(\frac{p_1}{p_0}\right) = \phi(T_2) - \phi(T_1)$$
$$p_2 = p_1 e^{(\phi(T_2) - \phi(T_1))} \quad \text{ou} \quad \phi(T_2) = \phi(T_1) + \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

10 Razão Entre Os Calores Específicos

A razão entre os calores específicos é definida como a razão entre o calor específico a pressão constante e o calor específico a volume constante:

$$k(\text{ou } \gamma) = \frac{c_{p0}}{c_{v0}}$$

como:

$$R = c_{p0} - c_{v0} = \text{cte}$$

$$\text{Se } c_{p0} = f(T) \text{ e } c_{v0} = f(T) \Rightarrow k = f(T)$$

$$\text{ou } c_{p0} = \text{cte} \text{ e } c_{v0} = \text{cte} \Rightarrow k = \text{cte}$$

Ainda:

$$c_{v0} = \frac{R}{k-1} \text{ e } c_{p0} = \frac{kR}{k-1}$$

Relações úteis para os processos adiabáticos reversíveis

$$k(\text{ou } \gamma) = \frac{c_{p0}}{c_{v0}}$$

$$Tds = du + pdv = c_{v0}dT + pdv = 0$$

Equação de estado:

Válida para processos isentrópicos ou para gases perfeitos com calores específicos constantes.

$$dT = \frac{1}{R}(pdv + vdp) \therefore \frac{C_{v0}}{R}(pdv + vdp) + pdv = 0$$

$$\frac{1}{k-1}(pdv + vdp) + pdv = 0$$

$$vdp + kpdv = 0$$

$$\frac{dp}{p} + k \frac{dv}{v} = 0$$

$$\text{Se } k = \text{cte}$$

$$\ln p + k \ln v = \ln pv^k = \text{cte} \Rightarrow pv^k = \text{cte}$$

Relações úteis para os processos adiabáticos reversíveis

$$pv^k = p_1 v_1^k = p_2 v_2^k = \text{cte}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^k = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^k$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}$$

11 Gás Perfeito: Processo Politrópico Reversível

Gás perfeito, processo reversível com transferência de calor, frequentemente a curva $\log P \times \log V$ é uma linha reta. Portanto $pV^n = \text{cte}$. Esse processo é chamado politrópico e n é o coeficiente da politrópica. Exemplo: expansão dos gases de combustão em um cilindro refrigerado a água.

$$pv^n = p_1 v_1^n = p_2 v_2^n = cte$$

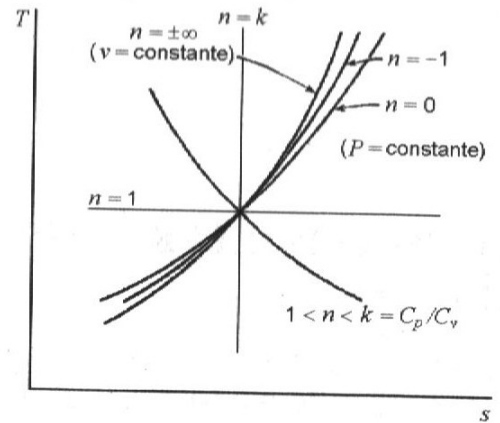
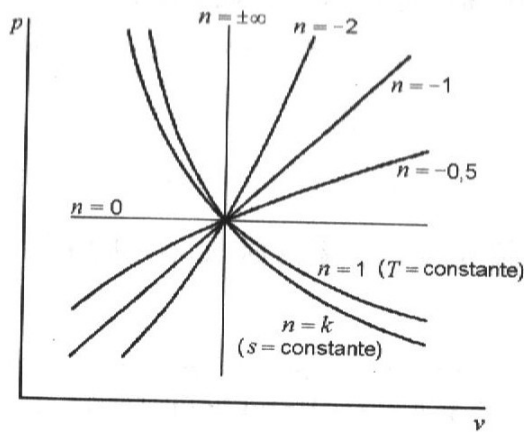
$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^n = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^n$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1}$$

$${}_1W_2 = \int_1^2 p dV \quad e \quad pV^n = cte$$

$${}_1W_2 = \int_1^2 p dV = cte \int_1^2 \frac{dV}{V^n}$$

$${}_1W_2 = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1 - n} = \frac{mR}{1 - n} (T_2 - T_1)$$



- $n = 0$ processo isobárico ($p=\text{const}$)
- $n = 1$ processo isotérmico ($T=\text{const}$)
- $n = k$ processo isoentrópico ($S=\text{const}$)
- $n = \infty$ processo isocórico ($V=\text{const}$)