

Contraste de varianzas

Tarea 4

Recuerda el ejemplo visto en la C06.3: Un proceso industrial fabrica elementos cuyas características de calidad se miden por un vector de tres variables, $X = (X_1, X_2, X_3)$. Cuando el proceso está en estado de control, los valores medios de las variables deben ser $(12, 4, 2)$. Para comprobar si el proceso funciona adecuadamente, se toma una muestra de 20 elementos y se miden las tres características. La media muestral es $\bar{x} = (11,5, 4,3, 1,2)$ y matriz de covarianzas muestrales

$$S = \begin{pmatrix} 10 & 4 & -5 \\ 4 & 12 & -3 \\ -5 & -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Se quiere contrastar si podemos admitir que la matriz de covarianzas de las medidas de calidad es de la forma $\sigma^2 I$, donde σ^2 se refiere a la varianza e I se refiere a la matriz identidad. Se trata de aplicar el último de los 3 contrastes que vimos en C06.4.

1. ¿Qué tamaño muestral n tenemos? ¿Cuál es la dimensión p ?
2. ¿Cuál es la Hipótesis Nula y la Alternativa?
3. ¿Cómo se puede estimar σ^2 ? En este caso ¿cuál es el valor de dicha estimación? (es decir, cuánto vale $\hat{\sigma}^2$).
4. ¿Cuál es el determinante de S ? (es decir, hallar $|S|$).
5. En este contraste, ¿cuál es el valor de λ ? Recuerda que λ sigue una distribución chi cuadrada con ciertos grados de libertad. En este caso, ¿cuántos grados de libertad son?
6. Si queremos tener una confianza del 95 %, ¿cuál es el valor de α ? ¿Cuánto da el cálculo del valor del umbral?

7. Según la comparación, ¿se podría rechazar o no la hipótesis nula de que las variables tengan la misma varianza y estén incorreladas?