

MÈTODES NUMÈRICS II. Curs 2022-23. Semestre de tardor
Exercici pràctic 2

Enunciat

(1) Heu de fer un programa on s'implementi el mètode exposat a la pàgina 65 dels apunts del CV.

La funció $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ és de la forma

$$h(x, y) \equiv f(x, y) - f(x_0, y_0) = 0, \quad (1)$$

on (x_0, y_0) és un punt fixat de \mathbb{R}^2 .

La funció $f(x, y)$ és diferent per a cada alumne i depèn del seu *NIUB*. Sigui $NIUB = d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 d_6 d_7 d_8$ (cada d_i és un dígit). Es consideren els 4 punts del pla real:

$$P_0 = (d_1, d_2), P_1 = (d_3, d_4), P_2 = (d_5, d_6), P_3 = (d_7, d_8).$$

Aleshores, per a cada $X \in \mathbb{R}^2$ es defineix

$$f(X) = \prod_{i=0}^3 dist(X, P_i),$$

on $dist$ és la distància euclídea al pla:

$$dist(X, P) = ((x - p)^2 + (y - q)^2)^{1/2}, \quad \text{si } X = (x, y), P = (p, q).$$

(2) Es pot veure que el conjunt de solucions de (1) és una corba tancada. És evident que passa pel punt fixat (x_0, y_0) . El mètode predictor-corrector de la pàgina 65 permet anar trobant més punts d'aquesta corba.

De fet, heu de calcular punts de 16 corbes tancades diferents, considerant 16 punts inicials (x_0, y_0) diferents. Sigui $B = 0.25(P_0 + P_1 + P_2 + P_3)$ el centre dels 4 punts P_i 's. Llavors els 16 punts inicials són:

$$P_i + 0.20(P_i - B), \quad P_i + 0.10(P_i - B), \quad P_i - 0.05(P_i - B), \quad P_i - 0.15(P_i - B) \quad \forall i = 0, 1, 2, 3.$$

(3) Per a tenir completament definit el mètode, cal fixar alguns paràmetres:

- Un nombre màxim de punts calculats de cada corba (per exemple, $num = 30000$).
- Una distància entre dos punts consecutius d'una corba (per exemple $h = 0.005$).
- Una tolerància per a no permetre les divisions per 0 (per exemple $tol = 1e - 5$). Això apareix al gradient, en la predicció.
- Una precisió desitjada en la correcció (per exemple $pre = 1e - 8$).
- Una quantitat màxima d'iterats de Newton en la correcció (per exemple $iter = 5$).

Evidentment, en el mètode predictor-corrector poden sortir dificultats:

- o bé no es pot fer la predicció (perquè el vector gradient és massa pròxim al vector nul),
- o bé no convergeix la correcció (no s'aconsegueix la precisió desitjada amb el nombre màxim d'iteracions permeses).

En aquests casos, no s'ha de continuar calculant punts de la corba.

Instruccions

Termini d'entrega del fitxer amb el programa en llenguatge C: les 24h del 22 de desembre de 2022.