UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

(Universidad del Perú, Decana de América)

Facultad de Ingeniería de Sistemas e Informática

Escuela de Ingeniería de Software

SIGNATURA: Cálculo I **Semestre:** 2022-I

GUÍA DE PRÁCTICA N° 11

Tema: Derivada implícita y de orden superior.

1. Dada la curva definida por $y^3 + 3y^2 = x^4 - 3x^2$. **GRUPO 1**

a) Obtener la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto $P(-2,1)$.

b) Determinar las abscisas de los puntos sobre la curva con rectas tangentes horizontales.

2. Dada la curva definida por $2(x^2 + y^2)^2 = 25(x^2 - y^2)$. **GRUPO 2**

a) Determinar $\frac{dy}{dx}$

a) Obtener la ecuación de la recta normal a la curva en el punto $P(3,1)$.

3. Determinar los puntos de la curva $y - 2xy - 5 = 0$ donde su recta tangente sea paralela a la recta de ecuación $2x - 5y - 5 = 0$. **GRUPO 3**

4. Determine las ecuaciones de la rectas tangente y normal a la curva **GRUPO 4**

$$5x^2y + 8x^4y^2 - 3(y^5 + x^3)^2 = 1$$

en el punto $(1, 1)$.

5. La curva $(x^2 + y^2)^2 = 4xy$ es llamada la Lemniscata de Bernoulli. Determinar la ecuación de la recta normal a la Lemniscata de Bernoulli en el punto $P(1,1)$.**GRUPO 5**

6. Demostrar que las rectas normales a la elipse $x^2 - xy + y^2 = 3$ en los puntos $P(1,-1)$ y $Q(-1,1)$ son paralelas. **GRUPO 6**

7. Encontrar la ecuación de la recta normal a la curva definida implícitamente por $3x^2 + 5y^2 - 3x^2y^2 = 11,$ en el punto $P(1,2)$. **GRUPO 7**

8. Determine las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva definida por

$$\frac{3x^5}{2y^2 + 1} + \sqrt{x^2 + xy^5} = 4$$

en el punto $(1,0)$. **GRUPO 8**

9. Encontrar la ecuación de la recta normal a la curva $2x^2 - 3y^3 + \frac{2y}{xy-1} = -5$, en el punto $Q = (0, 1)$. **GRUPO 9**

10. En cada caso determinar una ecuación para la recta tangente y la recta normal a la gráfica de la ecuación dada en el punto P. **GRUPO 10**

a) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 24 = 0,\ P(1,3)$

b) $y^2 = 4ax,\ P(a, 2a),\ a > 0$

11. Dadas las ecuaciones paramétricas de la cicloide: **GRUPO 1**

$$x(t) = 2(t - \operatorname{sen} t), \qquad y(t) = 2(1 - \cos t)$$

Calcular la derivada $\frac{dy}{dx}$, y evaluarla para $t = \frac{\pi}{4}$.

12. Determine los puntos de la curva con ecuaciones $x = \frac{t^2}{t^2+1}, y = \frac{t}{t^2-1}$, en los que la pendiente de la recta tangente a la curva es cero. **GRUPO 2**

13. Si $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}}$, entonces determine $\frac{d^2y}{dx^2}$, si $x = e^t, y = 1 + t^2,\ t \in \mathbb{R}$. **GRUPO 3**

14. Demostrar que las rectas tangentes en el origen a las curvas con ecuaciones

$$4y^3 - x^2y - x + 5y = 0$$
$$x^4 - 4y^3 + 5x + y = 0$$

son perpendiculares entre sí. **GRUPO 4**

15. Si $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}}$, entonces determine $\frac{d^2y}{dx^2}$, si $x = a(t - \operatorname{sen} t), y = a(1 - \cos t)$.

GRUPO 5

16. Si $\frac{d^ny}{dx^n} = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}\right) = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}\right)}{\frac{dx}{dt}}$, entonces determine $\frac{d^3y}{dx^3}$, si $x = 5\cos t\,, y = 3\operatorname{sen} t\,,$ $t \in [0, 2\pi]$. **GRUPO 6**

17. Hallar las ecuaciones de la recta tangente y recta normal en el punto (2,1) de la curva paramétrica **GRUPO 7**

$$x(t) = \frac{1+t}{t^3}, \qquad y(t) = \frac{3}{2t^2} + \frac{1}{2t} - 1$$

18. Sean f y g dos funciones diferenciables en el punto en común $P = (x_0, y_0)$. Al ángulo θ entre las rectas tangentes a las curvas f y g , se le llama ángulo entre curvas, y se calcula a través de la fórmula **GRUPO 8**

$$\tan\theta = \frac{g'(x_0) - f'(x_0)}{1 + f'(x_0)g'(x_0)}$$

Determinar el ángulo que forman las curvas determinadas de forma implícita $C_1: x^2 + y^2 = 8ax,\ \ C_2: (2a - x)y^2 = x^3$, en el punto común $\left(\frac{8a}{5}, \frac{16a}{5}\right)$.

19. Determinar el ángulo que forman al cortarse las curvas **GRUPO 9**

$$y = \frac{x^2}{2}, \qquad x^2 + y^2 = 3$$

20. Dos curvas son llamadas ortogonales entre sí, siempre que el ángulo que formen al cortarse sea un ángulo recto. Demostrar que la elipse $x(t) = \sqrt{3}\cos t\,,\ y(t) = \sqrt{6}\,\mathrm{sen}\, t$, y la parábola $x(t) = \frac{t^2}{4},\ y(t) = t$, son curvas ortogonales. **GRUPO 10**

21. Calcule los siguientes límites:

$a)\ \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x - x}{x - \mathrm{sen}\, x}$ **GRUPO 1**

$b)\ \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x - \mathrm{sen}\, x}{\tan^3 x}$ **GRUPO 2**

$c)\ \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\ln(\mathrm{sen}\, x)}{(\pi - 2x)^2}$ **GRUPO 3**

$d)\ \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a^{x\cdot \ln b} - b^{x\cdot \ln a}}{x^2}$ **GRUPO 4**

$e)\ \lim\limits_{x\to \frac{1}{2}^-} \dfrac{\ln(1 - 2x)}{\tan(\pi x)}$ **GRUPO 5**

$f)\ \lim\limits_{x\to 0^+} [2x \cdot \ln(x)]$ **GRUPO 6**

$g)\ \lim\limits_{x\to 0^+} \left(\dfrac{1}{x}\right)^{\tan x}$ **GRUPO 7**

Si la gente no cree que las matemáticas son simples, es solo porque no se dan cuenta de lo complicado que es la vida.

John Louis von Neumann