

Análisis y diseño de algoritmos

Examen Parcial

Universidad Nacional Mayor de San Marcos

2023-I

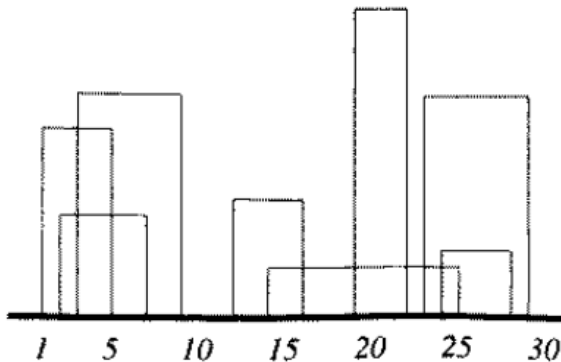
Todas las soluciones a problemas algorítmicos deben estar en código o pseudocódigo. Si el análisis resulta en una recurrencia, la recurrencia debe ser resuelta. No se permite el uso del método maestro para la solución de recurrencias.

1. Resolver la siguiente recurrencia $T(n) = T(n-1) + T(n-2) + O(n)$. 3 pts
2. Se tiene un tablero de ajedrez de tamaño 201×201 , con las filas y columnas enumeradas desde -100 hasta 100 y un rey que se encuentra en la posición $(0,0)$. El rey hace una jugada por segundo, teniendo 5 posibilidades: quedarse en el mismo lugar, ir arriba, ir abajo, ir a la izquierda o ir a la derecha. Note que a diferencia de un ajedrez normal, el rey **no** puede moverse en ninguna diagonal y se le es permitido quedarse en el mismo lugar. Adicionalmente, el rey tiene la restricción que no puede hacer la misma jugada en dos turnos consecutivos. Por ejemplo, si el rey se movió a a derecha, no puede moverse a la derecha otra vez por dos jugadas consecutiva. Diseñe un algoritmo que calcule el tiempo mínimo en segundos que necesita para alcanzar la posición (a,b) . Hacer el análisis de complejidad del algoritmo. 4pts
3. Resolver la siguiente recurrencia $T(n) = 5T(n/2) + (n \lg n)^2$. 3 pts
4. El perfil de un edificio esta representado por tres números: su posición inicial en el eje X , su altura y su posición final en el eje Y . El perfil de una ciudad esta definido por el borde superior de todos los edificios, tal que los más altos son aquellos que quedan expuestos y queda representado por pares de números x, h ; tal que en cierto punto x el perfil tiene una altura h . Diseñe un algoritmo que, dado un conjunto de edificios, encuentre el perfil la ciudad, según las definiciones dadas. Debe incluir el análisis de complejidad. 4 pts

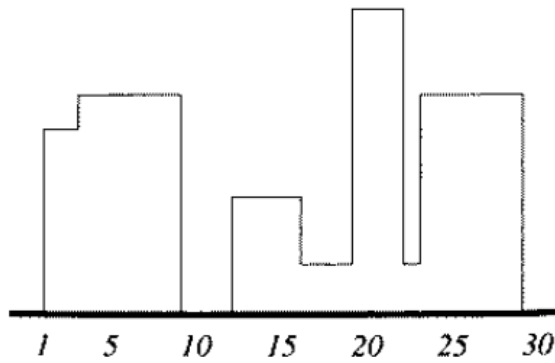
Por ejemplo, para un conjunto de edificios:

$(1, 11, 5), (2, 6, 7), (3, 13, 9), (12, 7, 16), (14, 3, 25), (19, 18, 22), (23, 13, 29), (24, 4, 28)$ el perfil de la ciudad formado es $(1, 11, 3, 13, 9, 0, 12, 7, 16, 3, 19, 18, 22, 3, 23, 13, 29, 0)$.

Graficamente, el conjunto de edificios se vería:



Y el perfil de la ciudad se vería :



5. Considere que para el algoritmo de división y conquista para hallar la envolvente convexa de un conjunto de puntos, la ordenación se hace en cada llamada recursiva y no una única vez al inicio. Haga el pseudocódigo, análisis de complejidad del algoritmo y resuelva la recurrencia resultante. 3 pts
6. Considere un computador que realiza operaciones de multiplicación en tiempo proporcional al tamaño (en bits) de los operandos. Es decir, para multiplicar dos números de k bits de longitud, el tiempo de la operación será $O(k)$. Diseñe un algoritmo de multiplicación de matrices cuadradas para este tipo de computador. Debe incluir el análisis de complejidad. 3 pts