UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

ESCUELA DE ESTUDIOS GENERALES

ÁREA DE INGENIERÍA

Álgebra y Geometría Analítica

Tema: rectas en el plano **Semestre: 2022**

GUÍA DE PRÁCTICA N 10

1. Probar que las rectas $L_1 \wedge L_2$ son iguales, donde:

$L_1 = \left\{(0,6) + t\left(1, -\frac{1}{7}\right) / t \in \mathbb{R}\right\}$, $L_2 = \left\{(2,7) + r\left(-14, 2\right) / r \in \mathbb{R}\right\}$

2. Sean $L : \frac{x}{-4} + \frac{y}{3} = 1 \wedge A = \left\{P(x,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} \,/\, P \text{ equidista de } L \wedge \text{de} \left(6, \frac{15}{2}\right)\right\}$

(a) ¿A es una recta? Justifique (b) Si A es una recta, halle su ecuación.

3. Sea $L : ax + by + c = 0,\ a^2 + b^2 > 0,\ P_0(x_0, y_0) \in L$; demostrar que $A = \left\{P(x,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} \,/\, P \text{ equidista de } L \wedge \text{de } P_0\right\}$ es una recta.

4. Sea $L : P = P_0 + t\bar{a},\ t \in \mathbb{R}, \bar{a} \neq (0,0),\ \wedge\ P_1 \in L \wedge P_2 \in L$; demostrar que $P_1 + P_2 \in L \leftrightarrow L$ pasa por el origen.

5. Sea la recta $L : \mathrm{P} = \mathrm{P}_0 + t\bar{a},\ t \in \mathbb{R}$; en cada caso, siguiente hallar el punto P_2 simétrico al punto P_1 respecto a L:

(a) $P_0 = (0,0),\ \bar{a} = (1,1),\ P_1 = (1,2)$ (b) $P_0 = (1,0),\ \bar{a} = (-1,1),\ P_1 = (3,3)$

(c) $P_0 = (0,1),\ \bar{a} = (1,1),\ P_1 = (-6,5)$ d) $P_0 = (x_0, y_0),\ \bar{a} = (a_1, a_2),\ P_1 \in L \wedge P_1 = (x_1, y_1)$

6. Desde el punto $P(4,5)$ se emite un rayo de luz que incide en el espejo representado por la recta $\overleftrightarrow{AB}$, donde $A(2,5)$ y $B(-2,1)$, reflejándose y pasando por $C(9,6)$. Halle la ecuación del: (a) Rayo reflejado

(b) Rayo de incidencia (c) El punto de incidencia

7. Sea la recta L que pasa por (0,10) y (–5,5); halle $\mathrm{Proy}_L(0,10)$.

8. Sean las rectas $L_1 : \frac{x}{-10} + \frac{y}{10} = 1 \wedge L_2 : y = 5$

(a) Hallar la ecuación de la recta bisectriz del ángulo agudo de $L_1 \wedge L_2$.

(b) Hallar la ecuación de la recta bisectriz del ángulo obtuso de $L_1 \wedge L_2$.

9. Sean $P(2,-3),\ Q(1,9)\ y\ R(c,d)$, donde c es un número entero mayor que 5, y área del triángulo de vértices P, Q y R es 50 m^2, y $\overleftrightarrow{RQ}$ es perpendicular a $\overleftrightarrow{RP}$.

(a) Hallar las ecuaciones de las tres rectas bisectrices de ΔPQR.

(b) Hallar las ecuaciones de las tres rectas medianas de ΔPQR.

(c) Hallar las ecuaciones de las tres rectas alturas de ΔPQR.

Los profesores del curso

10. Sean $A(a,0) \wedge B(0,b) \wedge P_1 \wedge P_2$ puntos de $\overleftrightarrow{AB}$, que dividen a $\overline{AB}$ en tres partes iguales $\wedge //\overline{AB}// = 50$ m, hallar $//\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OP_1} + \overline{OP_2}//$, (donde O es el origen de coordenadas).

11. Sean $A(-40,0) \wedge B(0,30) \wedge P_1 \wedge P_2 \wedge P_3$ puntos de $\overleftrightarrow{AB}$, que dividen a $\overline{AB}$ en cuatro partes iguales; hallar $//\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OP_1} + \overline{OP_2} + \overline{OP_3}//$, (donde O es el origen de coordenadas).

12. La recta *L* interseca los ejes coordenados positivos, formando un triángulo de área 600, y $(40,30) \in L$; halle la ecuación de *L*.

13. Hallar un punto de L: $P = (2,11) + t\,(2,4)$, que equidiste del eje x y de L_1: $Q = (1,7) + r\,(1,0)$.

14. Hallar la ecuación de la recta L que pasa por el punto medio de $\overline{OA}$, donde O (0,0) y A (2,4), e interseca a la recta L_1 que pasa por los puntos B (–3,–3) y C (3,3), formando un ángulo de 60° con *L*.

15. Sea L : $(2,2) + t\,(1,-2)$, y el punto P (4,1); hallar todas las rectas que pasan por *P*, e intersecan a *L* en los puntos de intersección M y N y disten $\sqrt{5}$ del punto (3,0).

16. Sean las rectas L_1 que pasa por (1,3) y (3,6), L_2 : P = (5,10) + t (–1,5), t $\in$; L_3 perpendicular a L_1 en (3,6); hallar:
(a) $L_1 \cap L_3$ (b) El ángulo agudo entre $L_1 \wedge L_2$.

17. Sean los vértices $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ y $C(x_3,y_3)$ de un triángulo; demostrar que la intersección de las medianas es $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$.

18. Las rectas $\overleftrightarrow{AC}$ y $\overleftrightarrow{BD}$, forman un ángulo θ, demostrar que el área del cuadrilátero convexo de vértices *A*, *B*, *C* y *D* es igual a: $\frac{\overline{AC}//\overline{BD}//sen\theta}{2}$.

19. Sean las rectas $L_1 : P = P_0 + t\,\bar{a} \wedge L_2 : Q = Q_0 + r\,\bar{b}$; demostrar que $L_3 : R = R_0 + s\,(\bar{a} + \bar{b})$ es la ecuación de la bisectriz del ángulo entre $L_1 \wedge L_2$, si $\{R_0\} = L_1 \cap L_2 \wedge //\bar{a}// = //\bar{b}//$.

20. La partícula P_1 se mueve en la trayectoria rectilínea $L_1 : P = (0,0) + (t-0)(100,30)$, y la partícula P_2, en la trayectoria rectilínea $L_2 : Q = (0,270) + (r-0)(50,-30)$
(a) ¿Dónde se intersecan las trayectorias?
(b) ¿Chocan las partículas?
(c) ¿En qué instante debe dejar la partícula P_1 el origen para que choque con P_2?