



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

(Universidad del Perú, Decana de América)

Facultad de Ingeniería de Sistemas e Informática

Escuela de Ingeniería de Software

SIGNATURA: Cálculo I

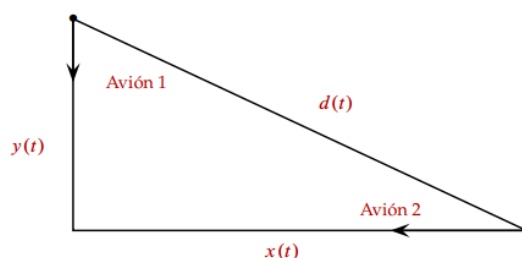
Semestre: 2022-I

GUÍA DE PRÁCTICA N° 14

Tema: Razón de Cambio, Diferenciales.

1. Hallar la razón promedio de cambio de la función $f(x) = x^2 - 4x$ cuando: **GRUPO 10**
 - a) x cambia de 4 a 4.1,
 - b) x cambia de 4 a 4.01,
 - c) x cambia de 4 a 4.001.
2. Cierta población de roedores asciende a $P = 100(1 + 0.3t + 0.004t^2)$ después de t meses. **GRUPO 9**
 - a) Cuánto tardará esta población en duplicar su tamaño inicial ($t = 0$)?
 - b)Cuál es la razón de crecimiento de la población cuando $P = 200$?
3. El peso de un cilindro variable es siempre el doble de su radio. Demuestre que la razón de cambio de su volumen con respecto a su radio es igual a su área total. **GRUPO 8**
4. Una nave espacial se aproxima al “aterrizaje” en un planeta distante; su altura “ y ” (en metros) en el momento t (segundos) está dado por la fórmula $y = 100 - 100t + 25t^2$. Cuándo y con qué velocidad golpeará el suelo ? **GRUPO 7**
5. Una partícula se mueve a lo largo de una línea recta de acuerdo con la ecuación de movimiento dado. Determinar los intervalos de tiempo cuando se mueva la partícula a la derecha y cuando lo haga a la izquierda. También determinar el instante cuando la partícula cambia de dirección. Mostrar el comportamiento del movimiento mediante una gráfica. **GRUPO 6**
 - a) $s = 2t^3 - 3t^2 - 12t + 8$,
 - b) $s = \frac{1+t}{4+t^2}$
 - c) $s = \frac{t}{1+t^2}$
6. En los siguientes ejercicios a) al e) suponga que la variable x e y son funciones del tiempo $t \geq 0$, digamos $x(t)$ y $y(t)$, y que estas guardan la relación proporcionada en el ejercicio. Si conoce la velocidad a la que cambia una de las variables, calcule el correspondiente cambio de la otra en el punto indicado. **GRUPO 5 (b,c,d)**
 - a) $y = 4x + 3$, $\frac{dx}{dt} = 4$, $\frac{dy}{dt} = ?$

- b) $3x + 8y - 2 = 0$, $\frac{dx}{dt} = 2$, $\frac{dy}{dt} = ?$
- c) $y = \sqrt{x^2 + 2}$, $\frac{dx}{dt} = -2$, $\frac{dy}{dt} = ?$, cuando $x = 2$,
- d) $y = xe^{-x}$, $\frac{dy}{dt} = 2$, $\frac{dx}{dt} = ?$, cuando $x = 2$,
- e) $x = y \ln(1 + y^2)$, $\frac{dx}{dt} = -2$, $\frac{dy}{dt} = ?$, cuando $y = 2$,
7. Un avión pasa a dos kilómetros por encima de una persona, la cual sigue su recorrido con la vista. El avión vuela con una velocidad de 400 km/h . Determine la rapidez a la que está creciendo la sombra que el hombre proyecta sobre el piso. **GRUPO 4**
8. Un recipiente tiene la forma de un cono circular recto invertido y la longitud de su altura es el doble de la de su diámetro. Al recipiente le está entrando agua a una rapidez constante, por lo que la profundidad del agua va en aumento. Cuando la profundidad es de 1 m , la superficie sube a razón de 1 cm por minuto. ¿A qué rapidez le está entrando agua al recipiente? **GRUPO 3**
9. Una cuerda está atada a un bote sobre la superficie del agua y un hombre, en el muelle, tira del bote a una razón de 48 pies/min . Si sus manos están a 16 pies sobre el nivel del agua, ¿qué tan rápido se aproxima el bote al muelle cuando la longitud de la cuerda es de 20 pies ? **GRUPO 2**
10. Un controlador aéreo sitúa 2 aviones a la misma altitud, convergiendo en su vuelo hacia un mismo punto de encuentro (ver figura). Uno de ellos (avión 1) está a 150 millas de ese punto y vuela a $450 \text{ millas por hora}$. El otro (avión 2) está a 200 millas del punto y vuela a $600 \text{ millas por hora}$. **GRUPO 1**



- a) ¿A qué velocidad decrece la distancia entre los aviones?
- b) ¿De cuánto tiempo dispone el controlador para situarlos en trayectorias diferentes?

11. En los ejercicios a), b) y c), hallar $\Delta y \equiv dy$ para los valores dados: **GRUPO 10**

a) $f(x) = x^2 - 2x - 3$, $x = -1$, $\Delta x = -0.02$.

b) $f(x) = \sqrt{x}$, $x = 1$, $\Delta x = -0.01$

c) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $x = 2$, $\Delta x = 0.01$

12. En los ejercicios del a) al g) use diferenciales para calcular aproximadamente el valor de la expresión dada. **GRUPO 9 (escoger solo 3)**

a) $\sqrt{9.14}$, b) $\ln(1.1)$, c) $e^{0.012}$, d) $\sqrt[3]{27.3}$, e) $(1.02)^3$

f) $\sqrt{2 + \sqrt[3]{7.89}}$ g) $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + (0.04)\right)$

13. Un círculo, cuyo radio inicial era de 10 cm, aumentó su área en 1.4 cm^2 . Use diferenciales para calcular aproximadamente el aumento que tuvo el radio del círculo.

GRUPO 8

14. Un cono circular recto, cuyo radio de la base es 5 cm, aumentó su altura pasando de 7cm a 7.1cm. Use diferenciales para calcular aproximadamente el aumento en el volumen del cono. **GRUPO 7**

15. Dados $\sin 60^\circ = 0.86603$, $\cos 60^\circ = 0.5$, $\tan 45^\circ = 1$, $1^\circ = 0.01745$ radianes, calcular, usando diferenciales el valor de cada una de las siguientes funciones:

GRUPO 6 (escoger solo 3)

a) $\sin 62^\circ$ b) $\cos 61^\circ$, c) $\sin 59^\circ$, d) $\tan 44^\circ$,

g) $\cos 151^\circ$ g) $\sin^2(29^\circ)$

16. Si $f'(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$ e $y = f\left(\frac{x}{x-3}\right)$, hallar dy . **GRUPO 5**

17. Calcular dy si **GRUPO 4 (a,b,c)**

a) $y = x^2\sqrt{2x+3}$ b) $y = \frac{3x}{x^2+2}$, c) $y = \frac{2+\cos x}{2-\sin x}$, d) $y = 4x^3 + 5x^2 + 1$

18. Un tanque cilíndrico abierto tiene una capa de $1/8$ pulg. de espesor. Si el radio interior es de 6 pulg. y la altura es de 10 pulg. encontrar usando diferenciales, la cantidad aproximada de pintura que se necesita.

GRUPO 3

19. Demostrar la fórmula de aproximación: $\sqrt{x^2} + x \equiv a + \frac{x}{2a}$, $a > 0$ donde $|x| \leq a$.
Aplicando esta fórmula, calcular aproximadamente **GRUPO 2(escoger solo 2)**

a) $\sqrt{5}$

b) $\sqrt{34}$

c) $\sqrt{120}$

20. Demostrar la fórmula de aproximación: $\sqrt[n]{a^n + x} \equiv a + \frac{x}{na^{n-1}}$, $a > 0$ donde $|x| \leq a$.
Aplicando esta fórmula, calcular aproximadamente **GRUPO 1 (escoger solo 2)**

a) $\sqrt[3]{9}$

b) $\sqrt[4]{80}$

c) $\sqrt[7]{100}$

d) $\sqrt[10]{1000}$

El estudio de las matemáticas, como el Nilo, comienza con minuciosidad, pero termina con magnificencia.

Charles Caleb Colton