



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

(Universidad del Perú, Decana de América)

Facultad de Ingeniería de Sistemas e Informática

Escuela de Ingeniería de Software

SIGNATURA: Cálculo I

Semestre: 2022-I

GUÍA DE PRÁCTICA N° 12

Tema: Pilares del cálculo diferencial.

1. Analizar si $f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x$, satisface las hipótesis del teorema del valor medio en el intervalo $[1,3]$, y en caso afirmativo, determine el valor de c que satisface el teorema. **GRUPO 10**
2. Para la función $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$, estudiar las condiciones del teorema del valor medio en el intervalo $[-2, 2]$. **GRUPO 9**
3. Demostrar que si la derivada de una función es 0, en un intervalo $[a, b]$, entonces la función es constante en dicho intervalo. **GRUPO 8**
4. Estudiar si la función $f(x) = x - x^3$, satisface las condiciones del teorema de Rolle en los intervalos $[-1, 0]$ y $[0, 1]$; en caso afirmativo determinar los valores de c . **GRUPO 7**
5. Para la función $f(x) = 4x^3 + 12x^2 - x - 3$, determinar tres intervalos $[a, b]$ tales que cumplan las condiciones del teorema de Rolle. Luego, hallar un número c en cada intervalo abierto (a, b) tal que $f'(c) = 0$. **GRUPO 6**
6. Probar que $\sqrt[n]{1+x} < 1 + \frac{x}{n}$ para $x > 0$, y $n = 2, 3, \dots$ **GRUPO 5**
7. Sea $f(x)$ una función dos veces diferenciables sobre un intervalo abierto. Probar que si $f(a) = f(b) = f(c)$, donde $a < b < c$, son tres puntos del intervalo, entonces existe un número d , entre a y c , tal que $f''(d) = 0$. **GRUPO 4**
8. Probar que $\sin x \leq x$, para todo $x \geq 0$. **GRUPO 3**
9. Si $f(x) = x^{\frac{5}{3}} + x^{\frac{4}{3}}$, hallar todos los números c entre -8 y 8 , tales que **GRUPO 2**

$$f'(c) = \frac{f(8) - f(-8)}{8 - (-8)}$$

10. Hallar un punto de la parábola $y = x^2$, en el que la recta tangente sea paralela a la cuerda \overline{AB} , donde $A = (1,1)$ y $B = (3,9)$. **GRUPO 1**
11. La función $f(x) = \sqrt[3]{(x-8)^2} - 4$, toma el valor cero $f(0) = f(16) = 0$, en los puntos extremos del intervalo cerrado $[0,16]$. ¿Se cumple el teorema de Rolle para esta función en $[0,16]$? **GRUPO 10**
12. Probar que la función $f(x) = \tan x$, es creciente en el intervalo abierto $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$. Esto es, si $-\frac{\pi}{2} < x_1 < x_2 < \frac{\pi}{2}$, entonces $\tan x_1 < \tan x_2$. **GRUPO 9**
13. Probar que si $f'(x) \neq 0$, para todo $x \in [a, b]$, entonces $f(x) = 0$ tiene a lo más una raíz, es decir un valor $\alpha \in \mathbb{R}$, tal que $f(\alpha) = 0$. **GRUPO 8**
14. Demostrar que $x^3 + px + q = 0$, no puede tener más de una raíz real si $p > 0$. **GRUPO 7**
15. Sea $f(x)$ una función tal que $f'(x) = \frac{1}{x}$, para $x > 0$, y $f(1) = 0$. Probar que se cumple $f(xy) = f(x) + f(y)$. **GRUPO 6**
16. Hallar un valor c que cumpla las condiciones del teorema del valor medio generalizado para las funciones **GRUPO 5**
- $$f(x) = x^2 + 2x - 3, \quad g(x) = x^2 - 4x + 6$$
17. Demostrar por medio del teorema de Rolle que la ecuación
- $$4x^3 - 6x^2 + 4x - 1 = 0$$
- tiene al menos una raíz real en el intervalo abierto $(0,1)$. **GRUPO 4**
18. ¿Es aplicable el teorema de Rolle a la función $f(x) = |x - 1|$, en el intervalo $[0,2]$? **GRUPO 3**
19. Calcular un punto del intervalo $[1,3]$ en el que la tangente a la curva $y = x^3 - x + 2$ sea paralela a la recta determinada por los puntos $A(1,2)$ y $B(3,20)$. ¿Qué teorema garantiza la existencia de dicho punto? **GRUPO 2**
20. Demostrar que la ecuación $2x^3 - 6x + 1 = 0$, tiene una única solución real en el intervalo $(0,1)$. **GRUPO 1**

Las matemáticas expresan valores que reflejan el cosmos,
incluyendo el orden, equilibrio, armonía, lógica y belleza abstracta.
Deepak Chopra.