UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

ESCUELA DE ESTUDIOS GENERALES

ÁREA DE INGENIERÍA

Álgebra y Geometría Analítica

Tema: Traslación y rotación de ejes- Circunferencia **Semestre: 2022-1**

GUÍA DE PRÁCTICA Nº 11

TRASLACIÓN Y ROTACIÓN DE EJES

I) Mediante una traslación de ejes simplificar las ecuaciones dadas.

1) $X^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$
2) $3x^2 + 2y^2 + 12x - 4y + 8 = 0$
3) $4x^2 - y^2 - 8x - 10y - 25 = 0$

II) En cada uno de los siguientes ejercicios, por una traslación de ejes, transfórmese la ecuación dada en otra que carezca de términos de primer grado.

1) $2x^2 + y^2 + 16x - 4y + 32 = 0$
2) $3x^2 + 2y^2 + 18x - 8y + 29 = 0$
3) $3x^2 - 2y^2 - 42x - 4y + 133 = 0$

III) Simplifique la ecuación dada por una traslación de los ejes coordenados

1) $X^2 + 8x - 3y + 10 = 0$
2) $16x^2 + 16y^2 + 8x - 48y + 5 = 0$
3) $72x^2 + 36y^2 - 48x + 36y - 55 = 0$
4) $Y^2 - 6x^2 - 24x - 2y - 32 = 0$
5) $30xy + 24x - 25y - 80 = 0$

IV) Simplifique la ecuación dada por trasformación de coordenadas

1) $X^2 - 10xy + y^2 - 10x + 2y + 13 = 0$
2) $52x^2 - 72xy + 73y^2 - 104x + 72y - 48 = 0$
3) $26x^2 + 24xy + 9y^2 + 60x - 80y + 100 = 0$
4) $3x + 2y - 5 = 0$
5) $2x^2 + 2xy + 2y^2 - 2x - 10y + 11 = 0$
6) Por una transformación de coordenadas, demuestre que la ecuación general de una recta,

---

$Ax + By + C = 0$ puede transformarse en $y'' = 0$, que es la ecuación del eje X”

7) Por transformación de coordenadas, demuestre que la ecuación general de una recta, $Ax + By + C = 0$, puede transformarse en $x'' = 0$, que es la ecuación del eje Y”

Los profesores del curso

8) Hallar las coordenadas del nuevo origen si los ejes coordenados se trasladan de manera que la ecuación $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ se trasforma en otra ecuación que carezca de términos de primer grado
9) Hallar las nuevas ordenadas del punto (-1, 3) cuando los ejes coordenados son trasladados primero al nuevo origen (4, 5) y después se les gira un ángulo de 60°
10) Hallar las nuevas coordenadas del punto (2,2) cuando los ejes coordenados son girados primero mediante un ángulo de 45° y después son trasladados al nuevo origen O'(3,4)
11) Dada la cónica expresada mediante la ecuación
$3x^2 - 2xy + 3y^2 - 2x - 10y + 11 = 0$ a) Haga primero una rotación de ejes y después una traslación para expresarla en forma canónica; b) Haga primero una traslación de ejes eliminando los términos lineales y luego haga una rotación para expresarla en forma canónica. ¿ Se obtiene el mismo resultado?
12) Por traslación de los ejes coordenados al nuevo origen O' (1,1) y luego rotación de los ejes en un ángulo de 45° la ecuación de cierto lugar geométrico se transformó en $X''^2 - 2y''^2 = 2$. Hallar la ecuación del lugar geométrico con respecto al sistema de coordenadas original
13) Un punto se mueve de tal manera que su distancia al punto (-2,2) es siempre igual a su distancia a la recta $x - y + 1 = 0$. Determine su ecuación y luego mediante transformación de coordenadas redúzcala a su forma canónica.
14) Un punto se mueve de tal manera que su distancia a los dos puntos (2,2) y (-4,-4) es siempre igual a 10. Determinar el lugar geométrico de dichos puntos y mediante una rotación y traslación de ejes simplificar su ecuación.
15) Un punto se mueve de tal manera que su distancia a los dos puntos (0,0) y (2,4) es siempre igual a 6. Determinar el lugar geométrico de dichos puntos y mediante una transformación de ejes simplificar su ecuación.
16) Un punto se mueve de tal manera que la diferencia de sus distancias a los puntos (1,4) y (-2,1) es siempre contante e igual a 3. Determinar su ecuación y mediante transformación de coordenadas simplificarlar.

Circunferencia

1) Determinar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos

a) $(4,3), (10,-5), (3,2)$; b) $(1,1), (5,-1), (2,0)$; c) $(2,-7), (9,0), (-8,-7)$;

d) $(7,9), (-7,7), (-5,-7)$

2) Determinar la ecuación de cada una de las circunferencias inscritas en el triángulo formado por los puntos dados en a), b), c), d) del ejercicio anterior. -

3) Dada la circunferencia de ecuación: $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 11 = 0$ y los puntos $A\ (7,-7)$ y $B\ (-1,-9)$ Determinar cuáles de los puntos dados está en el interior de la circunferencia.

4)Determinar la ecuación de la circunferencia de radio $r = 2$ y cuyo centro es el punto de intersección de las rectas: $5x - 3y = 7$; $2x - 57 + 1 = 0$

---

5) El punto medio de una cuerda de la circunferencia $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 50$ es $M\ (2,3)$ hallar la ecuación de la cuerda

6)El centro de una circunferencia está sobre la recta $x - y + 13 = 0$ y pasa por los puntos $(-3, 3)$ y $(2, 4)$. Determinar su ecuación.

7) Una circunferencia es tangente a la recta $x + 2y - 20 = 0$ en el punto (6,7); sabiendo que pasa por el punto $(0,1)$, determinar su ecuación

8) Una circunferencia es tangente a las rectas $8x + 15y + 7 = 0$ y $3x - 4y - 18 = 0$. Si su centro está sobre la recta $6x + 7y - 16 = 0$ determinar su ecuación

9)Hallar la ecuación de la circunferencia de radio r= 4 y que es tangente a la circunferencia

$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 36 = 0$ en el punto (4,6)

10) Hallar la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 12 = 0$ trazada desde el punto $(-8,7)$

11) Dibuje un par de elementos de la familia de circunferencias concéntricas de centro $C\ (3, -1)$ y especifique el valor del parámetro en cada caso.

12) Describa la familia de circunferencias de radio arbitrario y cuyo centro está sobre el eje X.

13) Describa la familia de circunferencias de radio r=1 y cuyo centro está sobre la recta $x + y = 0$

1 4) Describir la familia de circunferencias que pasan por los puntos $(-1,1)$ y $(3, 5)$ y tienen radio arbitrario. Determine el lugar geométrico de sus centros.

1 5) Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por la intersección de las circunferencias

$C1: x2 + y2 - 8x - 4y + 11 = 0$ y $C2: x^2 + y^2 - 4x + 4y - 8 = 0$ y tiene centro en la recta $2x + y - 14 = 0$

16) Hallar la ecuación de la circunferencia que tiene su centro sobre la recta $2x - y + 1 = 0$ y pasa por la intersección de las circunferencias

$C1: x^2 + y^2 - 8x - 6y + 17 = 0$ y $C2: x^2 + y^2 - 18x - 4y + 67 = 0$

17) Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por la intersección de las circunferencias

$C1: x^2 + y^2 + 4x - 8y + 7 = 0$ y $C2: x^2 + y^2 - 16x - 4y + 3 = 0$ y por punto (12,8)

18) Demostrar que las circunferencias

$4x^2 + 4y^2 - 16x - 80y + 247 = 0$ y $x^2 + y^2 + 6x + 4y - \frac{117}{4} = 0$ son tangentes

19)Hallar la ecuación de la circunferencia que es tangente a las circunferencias

$x^2 + y^2 - 3x - 6y + 10 = 0$ y $x^2 + y^2 = 5$ en su punto común y que pasa por el punto (7,2)

20)Hallar la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$, cuya pendiente sea $m = 4/3$

21 Hallar la ecuación de la recta tangente a la circunferencia que sea paralela a la recta

$$4x + 3y - 7 = 0$$

22)Determinar la ecuación de la recta normal a a la circunferencia

$x^2 + y^2 + 4x - 8y - 5 = 0$ en el punto $P\ (1, 8)$ y verificar que pasa por el centro de la circunferencia.

23) Determinar las longitudes de la tangente, subtangente, normal y subnormal de las circunferencias dadas, en el punto dado.

a) $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 12 = 0$, $P(-4, 6)$

b) $x^2 + y^2 - 10x + 2y - 39 = 0$; $P\ (-2, 3)$

c) $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$; $P\ (1,7)$

24) Demostrar que las circunferencias $x^2 + y^2 - 8x - 4y - 16 = 0$, $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ se intersectan ortogonalmente.

25) Si desde un punto exterior a una circunferencia se trazan sus tangentes, el segmento que une los puntos de contacto de la circunferencia se llama *cuerda de contacto.*

Considere el punto $P\ (x_1, y_1)$ exterior a la circunferencia $x^2 + y^2 = r^2$. Probar que la recta que contiene a la cuerda de contacto tiene ecuación: $x_1\, x + y_1\, y = r^2$.