



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

(Universidad del Perú, Decana de América)

Facultad de Ingeniería de Sistemas e Informática

Escuela de Ingeniería de Software

SIGNATURA: Cálculo I

Semestre: 2022-I

GUÍA DE PRÁCTICA N° 10

Tema: Derivada de una función compuesta y función inversa.

1. Calcule la función derivada de las siguientes funciones:

GRUPO 10(a,b) GRUPO 9(c,d)

a) $f(x) = \cos((x^2 + 3)^2)$

c) $f(x) = \sqrt{1 + \cos^2(3x)}$

b) $f(x) = \frac{\cos(x^3 - 8)}{\sin(3x^2 - 9)}$

d) $f(x) = \sqrt{\sin^2(2x) + \cos^2(3x)}$

2. Calcule la derivada de las siguientes funciones:

GRUPO 8(a,b) GRUPO 7(c,d)

a) $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

c) $f(x) = \cos(\sin(3x))$

b) $f(x) = e^{\cos^2(3x)}$

d) $f(x) = \tan(e^{x^2 + 2x} + x^3)$

3. Calcule la derivada de las siguientes funciones en el punto indicado:

GRUPO 6(a,b) GRUPO 5(c,d)

a) $f(x) = \sec(3x^2 - 7x), x_0 = 0$

c) $f(x) = \sqrt{\tan(x^2\pi)}, x_0 = \frac{1}{2}$

b) $f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 8x + 2, x_0 = 3$

d) $f(x) = \arcsen(\cos(3x + \pi)), x_0 = \frac{\pi}{2}$

4. Calcule la derivada de las siguientes funciones en el punto indicado:

GRUPO 4(a,b) GRUPO 3(c,d)

a) $f(x) = \lfloor 2x - 1 \rfloor \cdot \tan(x \cdot \pi), x_0 = \frac{1}{3}$

c) $f(x) = x^2 \cdot \lfloor x \rfloor + x \cdot \lfloor x^2 \rfloor + \lfloor x^3 \rfloor, x_0 = \frac{3}{2}$

b) $f(x) = \sin(x + \lfloor x \rfloor), x_0 = \frac{\pi}{4}$

d) $f(x) = x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} \cdot \lfloor x \rfloor\right) + \lfloor x \rfloor \cdot \sin(x), x_0 = \frac{\pi}{2}$

5. Calcule la derivada de las siguientes funciones en el punto $x_0 = 0$:

GRUPO 2(a,b) GRUPO 1(c,d)

a) $f(x) = \begin{cases} x \cdot \sin\left(\frac{x^2}{4}\right), & x < 0 \\ x^2 \sin(x), & x \geq 0 \end{cases}$

c) $f(x) = \tan\left(x + \left\lfloor x + \frac{1}{2} \right\rfloor \cdot x^2\right)$

b) $f(x) = \begin{cases} x \cdot \left\lfloor x + \frac{3}{2} \right\rfloor, & x < 0 \\ \frac{x}{\left\lfloor x + \frac{3}{2} \right\rfloor}, & x \geq 0 \end{cases}$

d) $f(x) = \sin^2\left(\left\lfloor x - \frac{1}{2} \right\rfloor \cdot \frac{\pi}{2}\right) + \cos^2(x \cdot \pi)$

6. Calcule la derivada de las siguientes funciones en el punto $x_0 = 1$:

GRUPO 10(a,b) GRUPO 9(c,d)

a) $f(x) = e^{\sin(x^2\pi)}$

c) $f(x) = \ln\left(\cos\left(x \cdot \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(2x \cdot \pi + \frac{\pi}{2}\right)\right)$

b) $f(x) = 7e^{2(x-1)+x}$

d) $f(x) = \ln(\ln(\ln(2e^{x-1} + 1)))$

7. Calcule la función derivada de la función inversa de las siguientes funciones:

GRUPO 8(a,b) GRUPO 7(c,d)

a) $f(x) = \sin(4x - 3)$

c) $f(x) = \arctan\left(x^2 - \frac{\pi}{4}\right)$

b) $f(x) = 1 + \sin^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

d) $f(x) = \sec(\cos(3x))$

8. Calcule la función derivada de la función inversa de las siguientes funciones:

GRUPO 6(a,b) GRUPO 5(c,d)

a) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$, $x \in [0, 2]$

b) $f(x) = 4x - x^2$, $x \in [0, 2]$

c) $f(x) = \sin(8x - 1)$

d) $f(x) = 4x - x^2$, $x \in [2, 4]$

9. Calcule la derivada de la función inversa de las siguientes funciones en el punto indicado:

GRUPO 4(a,b) GRUPO 3(c,d)

a) $f(x) = \arcsen(x\pi - 3)$, $x_0 = 0$

b) $f(x) = \operatorname{arcsec}\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$

c) $f(x) = \arctan\left(\pi - \frac{x}{2}\right)$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$

d) $f(x) = \arccos(4 - x^2)$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$

10. Demuestre los siguientes resultados

GRUPO 2(a,b) GRUPO 1(c,d)

a) Si $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$, $x \in [0, 3]$, entonces $\frac{d}{dx}(f^{-1}(x)) = -\frac{x}{f^{-1}(x)}$

b) Si $f(x + h) = f(x) + 3xh + h^2$, para todos $x, h \in \mathbb{R}$, entonces $\frac{f'(x) - f'(0)}{x} = 3$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

11. Suponga que las funciones f y g , y sus derivadas tienen los siguientes valores en $x = 2$, y $x = 3$.

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
2	8	2	$\frac{1}{3}$	-3
3	3	-4	2π	5

Calcular las derivadas de las siguientes funciones en los valores dados de x :

GRUPO 10(a,b) GRUPO 9(c,d)

a) $f(x)g(x)$, $x = 3$

c) $f(g(x))$, $x = 2$

b) $\frac{f(x)}{g(x)}$, $x = 3$

d) $\sqrt{(f(x))^2 + (g(x))^2}$, $x = 2$

12. Suponga que las funciones f y g , y sus derivadas tienen los siguientes valores en $x = 0, 1, 2, 3$. **GRUPO 8**

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
0	1	5	2	-5
1	3	-2	0	1
2	0	2	3	1
3	2	4	1	-6

Calcular una tabla análoga para las funciones $f \circ g$ y $g \circ f$

13. Al desarrollar el binomio de Newton $(1 + x)^n$ obtenemos **GRUPO 7**

$$(1 + x)^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} x^{n-i}$$

Demostrar

$$a) \sum_{i=1}^n i \binom{n}{i} = n \cdot 2^{n-1}$$

$$b) \sum_{i=2}^n i(i-1) \binom{n}{i} = n \cdot (n-1) 2^{n-2}$$

14. Determinar $h'(x)$, si $h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x))$ **GRUPO6 (a,b) GRUPO5 (c,d)**

$$a) f(u) = u^3 - 2u^2 - 5, \quad g(x) = 2x - 1$$

$$c) f(u) = \frac{b-u}{b+u}, \quad g(v) = \frac{b+v}{b-v}$$

$$b) f(t) = t^5 - t, \quad g(t) = 1 - 2\sqrt{t}$$

$$d) f(t) = \frac{1}{t}, \quad g(t) = a\sqrt{a^2 - t^2}$$

15. Hallar la recta tangente y la recta normal al gráfico de la función dada en el punto $(a, f(a))$, para el valor indicado de a .

GRUPO 4(a,b) GRUPO 3(c,d)

$$a) f(x) = \frac{3}{(2-x^2)^2}, \quad a = 0$$

$$c) f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{3x+6}}, \quad a = 1$$

$$b) f(x) = \frac{(x-1)^2}{(3x-2)^2}, \quad a = \frac{1}{2}$$

$$d) f(x) = |\sin 5x|, \quad a = \frac{\pi}{3}$$

16. Hallar las rectas tangentes al gráfico de $f(x) = (x-2)(x+1)(x-3)$, en los puntos donde el gráfico corta al eje X . **GRUPO 2**

17. Hallar los puntos en la gráfica de $f(x) = x^2(x-4)^2$, en los cuales la recta tangente es paralela al eje X . **GRUPO 1**

18. Hallar las rectas tangentes al gráfico de $f(x) = \frac{x+4}{x+3}$ que pasan por el origen.

GRUPO 10

19. Sean f y g dos funciones diferenciables tales que **GRUPO 9**

$$f'(u) = \frac{1}{u}, \quad f(g(x)) = x$$

Demostrar que $g'(x) = g(x)$.

20. Sean f y g dos funciones diferenciables tales que **GRUPO 8**

$$f'(u) = \frac{1}{u^2 - 1}, \quad f(g(x)) = x$$

Si $g(2) = \sqrt{2}$, entonces determinar la recta tangente a la gráfica de la función $g(x)$ en el punto $P = (2, \sqrt{2})$.

La vida es buena por dos cosas: descubrir y enseñar matemáticas.
Simeón Poisson.