UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

ESCUELA DE ESTUDIOS GENERALES

ÁREA DE INGENIERÍA

PRÁCTICA DIRIGIDA Nº 10

Curso: Álgebra y Geometría Analítica

Tema: Proyección ortogonal, componentes, ángulo entre vectores, paralelismo, ortogonalidad de vectores y aplicaciones.

---

1. Si $\vec{a} = (m, 5) + (3,3)$, $\vec{b} = 4(-m, -3) - 2(1,2)$ y ambos son paralelos determinar el valor de m.
2. El vector $\vec{a} = (x, y)$ es paralelo al vector $\vec{b} = (2,4)$, tal que $\vec{u} = (\frac{x}{\sqrt{5}}, \frac{y}{\sqrt{5}})$ es un vector unitario paralelo a ambos. Determinar el vector $\vec{a}$.
3. Hallar la norma de, la suma de los vectores unitarios, $\vec{u} + \vec{v}$ si $\vec{u}$ es paralelo a $(4, -3)$ y $\vec{v}$ es paralelo a $(-5,0)$
4. El vector $\vec{c} = (2, -1)$ es expresado como $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, donde los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son paralelos a $\vec{x} = (3m, 4m)$ e $\vec{y} = (-3n, -n)$ respectivamente, siendo $m \neq 0$ y $n \neq 0$. Determinar $\vec{a} - \vec{b}$.
5. Para cada par de vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ calcular la proyección ortogonal de $\vec{a}$ sobre $\vec{b}$ y la componente de $\vec{a}$ en la dirección de $\vec{b}$.

   a) $\vec{a} = (-1; -2), \vec{b} = (-4; -2)$

   b) $\vec{a} = (3; 12), \vec{b} = (6; -5)$

6. Los vectores A y B forman un ángulo de $\theta = 30^{\circ}$. Sabiendo que $\|A\| = \sqrt{3}$ y $\|B\| = 1$, calcular el ángulo formado por los vectores $V = A + B$ y $W = A - B$.

7. Sea el rectángulo ABCD, A = (-1, 6); B = (2, 3). B y D son vértices opuestos. $\overrightarrow{AC}$ // (3, 1) y $\overrightarrow{DB} \perp$ (-3,1). Halle los vértices C y D. Rpta: C = (8, 9); D = (5, 12)

   Escriba aquí la ecuación.

8. Los lados de un triángulo son los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{a} + \vec{b}$, si $\|\vec{a}\| = 4$, $\|\vec{b}\| = 6$ y $Comp_{\vec{b}}\vec{a} = 2$. Hallar $\|\vec{a} + \vec{b}\|$.

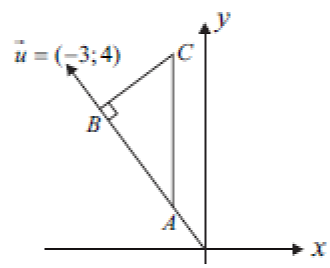
9. Encontrar los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, tales que $\vec{a} + \vec{b}^{\perp}$ = (-1, 5); $\vec{a}^{\perp} + \vec{b}$ es ortogonal a (-5, 3), y $\vec{a} + \vec{b}$ es paralelo a (1, -1). Rpta: $\vec{a}$ = (-3, 4), $\vec{b}$ = (1, -2)

Los profesores del curso

10. Dado los vértices $B(-6, 9)$ y $C(5, 7)$ del rombo ABCD; si la diagonal AC es paralela al vector $\vec{a} = (3, 4)$. Determinar vectorialmente los otros dos vértices del rombo.
11. Los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ forman un ángulo de 120°, sabiendo que $\|\vec{a}\| = 3$ y $\|\vec{b}\| = 5$. Determinar $\|\vec{a} + \vec{b}\|$ y $\|\vec{a} - \vec{b}\|$.
12. Si $A(1, 1)$, $B(-2, -1)$ y C son los vértices de un triángulo rectángulo ABC, recto en B. Hallar el vértice C, si el área del triángulo es de $19,5\ u^2$ (Dos soluciones).
13. Si $\vec{a} = (x, 2x)$, $\vec{a} - \vec{b} = (2x, y)$, $\|\vec{a} - \vec{b}\| = \sqrt{80}$ siendo $\vec{a} // \vec{b}$. Determinar $\|\vec{b}\|$.

14. Si $A(-1, -3)$, $C(8, 0)$ son los extremos de una diagonal del rectángulo ABCD. Hallar los vértices B y D si el lado $\overline{AB}$ es paralelo al vector $\vec{v} = (1, 1)$.
15. Si $\|\vec{a} - \vec{b}\| = 9$, $\|\vec{b}\| = 4$ y $\text{Comp}_{\vec{b}}(\vec{a} - \vec{b}) = -10$; hallar $\|\vec{a}\|^2$
16. Sean los vectores en el plano u y v Demuestre que: Si. $u.v = 0$ si y sólo si
    a) $\|u + v\|^2 = \|u\|^2 + \|v\|^2$
    b) $\|u + v\| = \|u - v\|$

17. En la figura dada, determinar los vectores $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{BC}$ sabiendo que $\|\overrightarrow{AB}\| = 3$, $\overrightarrow{AC} // Y$.



18. Demuestre que;

    a) $Proy_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = Proy_{\vec{a}}\vec{b} + Proy_{\vec{a}}\vec{c}$ b) $Proy_{\vec{a}}(T\vec{b}) = T\ Proy_{\vec{a}}\vec{b},\ T \in \mathbb{R}$.
19. Sea ABC un triángulo. Si $M = (1; 9)$ y $N(6; 2)$ son los puntos medios de los lados AB y BC respectivamente, $\overrightarrow{AB} // (1; 1)$ y $Proy_{\overrightarrow{AN}}\overrightarrow{AB} = \frac{8}{5}(3; -1)$. Hallar los vértices del triángulo.
20. Dado el triángulo ABC, $D = (-3; 1)$, $E = (-2; 13)$ y $F = (-12; 9)$ son respectivamente los puntos medios de AB, BC y AC. Encontrar:
    a) $Proy_{\overrightarrow{BA}}\overrightarrow{DE}$
    b) Área del triángulo de vértices ADF.

21. Los vértices de un triángulo son $A(3; -1)$, $B(1; k)$ y $C = (5; 2)$. Halle la ordenada del vértice B sabiendo que el área del triángulo es de $6\ u^2$.

Los profesores del curso