UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

Universidad del Perú, DECANA DE AMERICA

FACULTAD DE INGENIERIA DE SISTEMAS E INFORMATICA

PRÁCTICA CALIFICADA DE MATEMÁTICA BÁSICA II

1. a) Sean $V = \mathbb{R}^2$ y $K = \mathbb{R}$. Determinar si las siguientes operaciones definen sobre V una estructura de espacio vectorial.

$$(a, b) + (c, d) = \left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}c, \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}d\right).$$

$$\lambda(a, b) = (\lambda a, \lambda b)$$

$+ : V \times V \to V$

b) Sea el espacio vectorial $(\mathbb{R}^n, +, \mathbb{R}, .)$ Determinar si el siguiente conjunto es un subespacio de $\mathbb{R}^n$.

$$S = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_n \in \mathbb{Z}\}$$

2.5

2. a) Determinar una base y la dimensión del subespacio de matrices de traza nula de $(\mathbb{R}^{2x2}, +, \mathbb{R}, .)$.

2.5

b) Determinar la dimensión de la suma de los siguientes subespacios de $(\mathbb{R}^3, +, \mathbb{R}, .)$.

$$W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - z = 0\}$$

2.5

$$W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - z = 0\}$$

T es inyectiva $\Leftrightarrow$ $Ker(T) = \{\theta\}$

3. a) Demostrar que una transformación lineal $T: V \to W$ es un monomorfismo si y solo si el único elemento del núcleo es el vector nulo del dominio.

b) Definir una transformación lineal $T: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^n$ para un n conveniente, de modo que:

$\mathbb{R}^3$ $(0,0,0)$

$Ker(T) \to T(v) = \theta_W$

$$Ker(T) = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 + x_2 = 0, x_1 - x_4 = 0, x_2 + x_3 + x_4 = 0\}$$

Obtener después una base y la dimensión del núcleo.

4. Sea $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definida por $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - 2x_3, x_2 + x_3)$.

5

a) Probar que f es una transformación lineal.

b) Averiguar si f es inyectiva.

c) ~~Hallar la matriz A de f~~, respecto de las bases

$$\{\underbrace{(1,1,1)}_{v_1}, \underbrace{(2,2,0)}_{v_2}, \underbrace{(3,0,0)}_{v_3}\} \text{ en } \mathbb{R}^3$$

$$\{\underbrace{(2,0)}_{w_1}, \underbrace{(0,2)}_{w_2}\} \text{ en } \mathbb{R}^2.$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ciudad Universitaria, 09 de Diciembre del 2010