

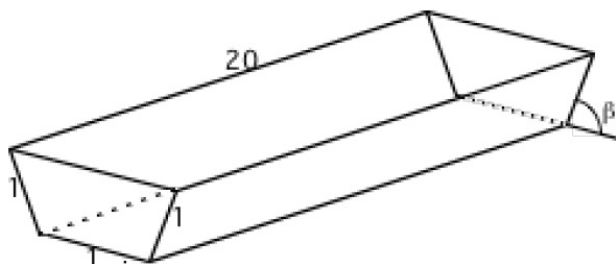
UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS  
(Universidad del Perú, Decana de América)  
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA

EXAMEN FINAL

CURSO: CÁLCULO 1

SEMESTRE 2022-I

1. [3p] Un museo tiene como política admitir grupos grandes de 30 hasta 80 personas con la siguiente política de rebajas: Si el grupo es no mayor a 50 personas la tarifa por persona es de 160 soles, pero si el grupo supera esta cantidad la tarifa por persona es de 160 soles menos 2 soles por cada persona que pase de las 50. Si  $I(x)$  representa el ingreso del museo cuando ingresan  $x$  personas, efectúe lo siguiente:
  - a. Determine la regla de correspondencia de la función ingreso  $I$ .
  - b. Analice la continuidad de la función  $I$  en todo su dominio.
  - c. ¿Es derivable la función  $I$  en todo su dominio? Justifique.
2. Resolver
  - a. [3p] la ecuación  $\ln(1+2y) - 5bx^2 = \arctan(x+by^2)$ ;  $y > -1$  define implícitamente a  $y$  como una función de  $x$ , donde  $b$  es una constante. Si la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $y = f(x)$  es  $y = x + 3$  en el punto  $(0; 3)$ . Determine la ecuación cuadrática que permita calcular el valor de  $a$ .
  - b. [3p] Sea  $f$  es una función derivable en todo  $\mathbb{R}$  tal que  $f(0) = -2$ ,  $f'(0) = 6$ . Si  $g(x) = \frac{1}{\pi} f^3\left(\sin\left(\frac{\pi}{6}x\right)\right)$  calcule  $g'(0)$ .
3. [4p] Calcule el siguiente límite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{\ln(e^{ax} - x) - \ln x}{x} + x \left( \pi - 2 \arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + a}}\right) \right) \right]$ , donde  $a$  es una constante positiva.
4. [4p] Se construye un depósito como el de la figura con una pieza de metal de  $3m$  de ancho y  $20m$  de longitud. Expresar el volumen en términos de  $\beta$  y hallar el máximo volumen posible. Justifique su respuesta con algún criterio de la derivada



5. [3p] Una escalera de  $13m$  está recargada contra una la pared vertical, cuando su base comienza a deslizarse y se encuentra a  $12m$  de la pared, la base se mueve a razón de  $5m/s$ .
- a. ¿Con qué rapidez se desliza la parte superior de la escalera en ese momento?
  - b. ¿Cual es la razón de cambio instantáneo del ángulo  $\alpha$  formado por la escalera y el piso en ese momento?

Lima, 22 de agosto de 2022.