UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

ESCUELA DE ESTUDIOS GENERALES
ÁREA DE INGENIERÍA

Álgebra y Geometría Analítica

Tema: Nociones de Lógica. Leyes lógicas. Cuantificadores **SEMESTRE 2022-1**

GUÍA DE PRÁCTICA Nº1

1) Indique cuales de los siguientes enunciados en una proposición y exprese simbólicamente luego de identificarlos correctamente
   a) La inflación del Perú en el año 2011 fue menor al 3%.
   b) Toda ecuación cuadrática tiene dos soluciones reales
   c) Hoy estudio para el examen de Matemática y escucho música instrumental.
   d) Si el precio del producto es mayor al precio de equilibrio, entonces hay exceso de oferta
   e) Electricidad es parte de la física que estudia las corrientes marinas.
   f) Marco y su familia viajarán a la selva por fiestas patrias.
   g) El decano de la facultad.
   h) El clima es agradable en primavera.
   i) Pedro estudiará maestría cuando y solamente cuando obtenga su grado de bachiller.
2) Describa formalmente la siguiente proposición
   a) Si hay verdadera democracia, entonces no hay detenciones arbitrarias ni otras violaciones de los derechos civiles
   b) Si José va a trabajar tarde, entonces le pagaran menos y no va a trabajar tarde, la pagaran más. Por tanto, si va a trabajar tarde o no, le pagaran menos o más.
3) En los ejercicios siguientes, se pide construir la tabla de verdad de cada una de las proposiciones compuestas:

   $(a)\quad (p \rightarrow \sim q) \vee (\sim p \vee r)$ $\qquad (b)\ (p \rightarrow q) \rightarrow \left[(p \vee \sim q) \rightarrow (p \wedge q)\right]$

   $(c)\quad \left[(p \vee q) \wedge r\right] \rightarrow (p \wedge \sim q)$ $\qquad (d)\ (p \rightarrow q) \rightarrow \left[p \rightarrow (\sim q \wedge p)\right]$

4) En los siguientes ejercicios se pide determinar el valor de verdad de la proposición compuesta $\left[(\sim p \wedge q) \vee (p \vee r)\right] \rightarrow \left[(p \vee \sim q) \vee (p \vee \sim r)\right]$ para los valores de verdad de las proposiciones simples:

   $(a)\quad p \equiv F,\ q \equiv F, r \equiv F$ $\qquad (b)\ p \equiv F, q \equiv F, r \equiv V$

   $(c)\quad p \equiv V,\ q \equiv F, r \equiv V$ $\qquad (d)\ p \equiv V,\ q \equiv V, r \equiv F$

   $(e)\quad p \equiv V,\ q \equiv V, r \equiv V$

5) Determinar los valores de verdad de p, q, r de manera que la proposición $(p \wedge \sim q) \rightarrow \left[r \vee (p \leftrightarrow q)\right]$ sea falsa.

6) Tenemos tres variables proposicionales *p, q* y *r*, donde $V(p) = V, V(q) = F, V(r) = V$. Halle el valor de verdad de los siguientes esquemas moleculares:

   $(a)\quad r \rightarrow (q \vee p)$ $\qquad (b)\ \sim(p \wedge r)\ \Delta\ (q \rightarrow \sim p)$

$(c)\quad \sim q \to (\sim p \vee r)$ $\qquad (d) \sim(p \wedge \sim q) \to (\sim r \wedge p)$

7) Niegue la siguiente proposición: "Es de día y toda la gente se ha levantado"
8) Determine si cada una de las siguientes proposiciones es Tautología, Contradicción o Contingencia

$(a)\ \sim(p \wedge q) \vee r$ $\qquad (b)\ q \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$

$(c)\quad p \Rightarrow \sim(q \wedge r)$ $\qquad (d)\ (p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Leftrightarrow (p \wedge q \Rightarrow r)$

$(e)\ (p \Rightarrow a \vee b) \Leftrightarrow (p \Rightarrow a) \vee (p \Rightarrow b)$ $\qquad$ f) $\sim(p \wedge b) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim b)$

9) Simplificar las siguientes proposiciones:

$(a)\ \sim(\sim p \vee \sim q)$ $\qquad (b) \sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$ $\qquad (c)\ [((\sim p) \wedge q) \to (\sim r \wedge r)] \wedge \sim q$

$(d)\ [(p \to p) \vee q] \wedge [\sim q \vee (r \wedge q)] \wedge [p \to (p \vee \sim q)]$

10) La proposición $\sim(p \to q) \wedge (q \to \sim r)$, ¿A cuál de las siguientes proposiciones es equivalente?

$(a)\ p \wedge (p \vee \sim r) \wedge (\sim q)$ $\qquad (b)\ p \wedge (\sim q) \wedge [\sim(r \wedge q)]$ $\qquad (c)\ (\sim p \wedge q) \vee [(\sim r \wedge p) \wedge \sim q]$

11) Halle un contraejemplo para las siguientes proposiciones, siendo $B = \{2, 3, \ldots, 8, 9\}$:

$(a)\quad \forall x \in B, x$ es un número primo $\qquad (b)\quad \forall x \in B, x$ es un número par

12) Niegue las siguientes proposiciones:

$(a)\quad \exists x, \forall y\ \ p(x,y)$ $\qquad (b) \exists x, \exists y, \forall z\ \ p(x,y,z)$

$(c)\quad \forall x, \forall y\ \ p(x,y)$ $\qquad (d) \exists x, \exists y\ [\,p(x) \wedge \sim q(y)]$

13) Verifique que la negación de:

$(a)\quad \forall x\ \forall y, \exists z\ (x+y=z)$ es $\exists x \exists y \forall z (x+y \neq z)$

$(b)\quad \exists y \forall x (xy \leq 2)$ es $\forall y \exists x\ (xy > 2)$

$(c)\quad \forall x\ [\,p(x) \vee q(x)]$ es $\exists x [\sim p(x) \wedge \sim q(x)]$

$(d)\quad \forall x \exists y\ [\,p(x) \wedge y \leq x]$ es $\exists x \forall y [\sim p(x) \vee y > x]$

14) Simplifique las siguiente proposiciones

$(a)\quad (p \wedge q) \vee \sim p$ $\qquad (b)\ (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$

15) Escribe simbólicamente la proposición r: "Para cada entero n, si n es par entonces $n^2 + 19$ es primo"
16) Traduce a lenguaje simbólico y determina los valores de verdad de las proposiciones cuantificadas, si supones que el universo son los números enteros:

a) "Al menos un entero es par" $\qquad$ b) "Si x es par entonces no es divisible entre 5"

c) "Ningún entero par es divisible entre 5" $\qquad$ d) "Cualquier par es divisible entre 4"

17) Escriba la negación de las expresiones

a) p : " Existen números enteros pares que son divisibles entre 3"

b) p: "Existen x enteros tales que x es par y x es divisible entre 3"

18) En el universo de los números enteros, considere las proposiciones abiertas

p(x): $x^2 - 8x + 15 = 0$ $\qquad$ *q(x):* x es impar. $\qquad$ *r(x):* $x > 0$.

Determina si son verdaderas o falsas las siguientes proposiciones.

a) $\forall x\ [\ p(x) \rightarrow q(x)]$ b) $\exists x\ [\ q(x) \rightarrow p(x)]$

c) $\exists x\ [\sim \mathrm{r(x)} \wedge p(x)]$ d) $\forall x\ [p(x) \rightarrow \sim r(x)]$

RELACIÓN DE TAUTOLOGÍAS

Verifique que cada una de las siguientes proposiciones es una tautología:

(a)	$p \vee \sim p$	Ley del medio excluido
(b)	$\left[p \wedge (p \Rightarrow q)\right] \Rightarrow q$	Ley de separación o *modus ponendo ponens*
(c)	$(p \wedge q) \Rightarrow p\ ;\ (p \wedge q) \Rightarrow q$	Leyes de simplificación
(d)	$p \Rightarrow (p \vee q)$	Ley de adición
(e)	$\left[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q)\right] \Leftrightarrow \left[(p \vee r) \Rightarrow q\right]$	Prueba por casos
(f)	$\left[(p \vee q) \wedge \sim q\right] \Rightarrow q$	Ley del absurdo
(g)	$\left[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)\right] \Rightarrow \sim p$	Ley del absurdo
(h)	$(p \wedge \sim p) \Rightarrow q$	Ley del absurdo
(i)	$p \Leftrightarrow \sim\sim p\ \ (\text{negación de } p)$	Ley de la doble negación
(j)	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$	Ley de la contrarrecíproca
(k)	$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$	Leyes de Morgan
	$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$	Leyes de Morgan
(l)	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \wedge q)$	Leyes conmutativas
	$(p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee q)$	Leyes conmutativas
(ll)	$\left[p \wedge (q \wedge r)\right] \Leftrightarrow \left[(p \wedge q) \wedge r\right]$	Leyes asociativas
	$\left[p \vee (q \vee r)\right] \Leftrightarrow \left[(p \vee q) \vee r\right]$	Leyes asociativas
(m)	$\left[p \wedge (q \vee r)\right] \Leftrightarrow \left[(p \wedge q) \vee (p \wedge r)\right]$	Leyes distributivas
	$\left[p \vee (q \wedge t)\right] \Leftrightarrow \left[(p \vee q) \wedge (p \vee r)\right]$	Leyes distributivas
(n)	$\sim(p \wedge \sim p)$	Ley de la contradicción
(o)	$\left[(p \wedge \sim q) \Rightarrow (r \wedge \sim r)\right] \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$	Reducción al absurdo
(p)	$\left[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)\right] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$	Ley transitiva
(q)	$(p \Rightarrow a \vee b) \Leftrightarrow (\sim b \Rightarrow (p \Rightarrow a))$	
(r)	$(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Leftrightarrow (p \wedge q \Rightarrow r)$	Ley de la conmutación
(s)	$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q\ \wedge r)$	
(t)	$p \wedge q \Rightarrow (p \Rightarrow q)$	
(u)	$\left[(r \vee s) \wedge (r \Rightarrow s)\ \wedge (s \Rightarrow t)\right] \Rightarrow s$	