



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
(Universidad del Perú, Decana de América)
Facultad de Ingeniería de Sistemas e Informática
Escuela de Ingeniería de Software

SIGNATURA: Cálculo I

Semestre: 2022-I

GUÍA DE PRÁCTICA N° 09

1.- Calcular las siguientes derivadas usando la definición:

a) $f(x) = \frac{Ax+B}{Cx+D}$ b) $f(x) = \cos x$ c) $f(x) = 3^x$ **GRUPO 1(a,b,c)**

d) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1, \text{ en } x = 4$ e) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ f) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{x}$ **GRUPO 2(d,e,f)**

g) $f(x) = \sqrt{ax} + \frac{a}{\sqrt{ax}}$ h) $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x}$ i) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}, \text{ en } x = 3$
GRUPO 3(g,h,i)

j) $f(x) = \frac{1}{x} + x + x^2, \text{ en } x = -3$ k) $f(x) = \sqrt{1+9x}, \text{ en } x = 7$ **GRUPO 4(j,k)**

2.- Evaluar las derivadas laterales indicadas en los puntos dados.

GRUPO 5(a,b), GRUPO 6(c,d), GRUPO 7(e,f), GRUPO 8(g)

a) $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}; x_0 = 0, f'_+(0), f'_-(0)$ b) $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0 \\ x^3, & x > 0 \end{cases}; x_0 = 0, f'_+(0), f'_-(0)$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ x^3, & x > 1 \end{cases}; f'_+(1), f'_-(1)$ d) $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -2 \\ -4-4x, & -2 \leq x < 1 \end{cases}; f'_+(-2), f'_-(-2)$

e) $f(x) = \lfloor x^2 \rfloor \sqrt{x-1}; f'_+(\sqrt{2}), f'_-(\sqrt{2})$ f) $f(x) = |x-3|^3 \cdot (x-3) + x^3 \cdot \left\lfloor x - \frac{3}{2} \right\rfloor; x_0 = 3$

g) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{|x|}, & x < 1 \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}; x_0 = 1$

3.- Determine si existe la derivada de $f(x) = (x^3 - |x|^3)^{2/3}$, cuando $x = 0$. **GRUPO 9**

4.- Determina las ecuaciones de la tangente y normal al gráfico de la función

$f(x) = \frac{x}{a^2 \sqrt{a^2 + x^2}}$, en $x = a$ **GRUPO 10**

5.- Determina las ecuaciones de la tangente y normal al gráfico de la función:

$$f(x) = \frac{8a^3}{4a^2 + x^2}, \text{ en } x_0 = 2a.$$

GRUPO 1

6.- Determina las ecuaciones de la tangente y normal al gráfico de la función:

$$h(x) = \frac{abx}{a^2 + x^2} \text{ en } (a; b/2).$$

GRUPO 2

$$7.- \text{ Sea } f(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \text{sen} \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

GRUPO 3

Pruebe que f es derivable en $x=0$, pero su función derivada f' no es continua en $x = 0$. Calcule la ecuación de la recta tangente al gráfico de la función en $(0;0)$.

$$8.- \text{ Sea } f(x) = \begin{cases} x^4 \text{Sen} \left(\frac{1}{2x} \right) + 3, & \text{si } -2 < x < 2 \text{ y } x \neq 0 \\ 3 & , \text{ si } x = 0 \end{cases}$$

GRUPO 4

Pruebe que es derivable y con derivada continua en $x=0$. Calcule la ecuación de la recta tangente al gráfico de la función en $(0;3)$

9.- Si la función $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es derivable, tal que $F(tx) = tF(x)$ para cualesquiera t, x real. Pruebe que existe un c real tal que su derivada es $F'(x)=c$ y que $F(x)=cx$ para todo x real.

GRUPO 5

$$10.- \text{ Sea la función definida por } f(x) = \begin{cases} A \ln(x-1), & x \geq 2 \\ 3x-6, & x < 2 \end{cases}.$$

Halle el valor de A de tal modo que f sea derivable en $x=2$, luego determine la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto de abscisa 2.

GRUPO 6

11.- Sea la función definida por $f(x) = \begin{cases} \ln(7x+1) & x \leq 0 \\ 7x & 0 < x \end{cases}$ determine si es derivable en el punto $x=0$, en caso afirmativo determine la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto de abscisa 0.

GRUPO 7

$$12.- \text{ Determine si } f(x) = \begin{cases} 4x-7 & x \leq 2 \\ x^2-3 & 2 < x \end{cases}$$

GRUPO 8

Es derivable en el punto $x=2$, en caso afirmativo determine la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto de abscisa 2.

13.- Si $f(x)$ es derivable en $x \leq \frac{3}{2}$, halle m y n de:

GRUPO 9

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x + 1}{x + m} & \text{si } x < 1 \\ x^3 + nx^2 - 5x + 3 & \text{si } 1 \leq x \leq 3/2 \end{cases}$$

- 14.- Sea $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4, & x < -1 \\ b + ax, & -1 \leq x < 0 \\ c + x^3, & x \geq 0 \end{cases}$ Halle las constantes a, b, c para que f sea continua y derivable en $x_0 = -1; x_1 = 0$ **GRUPO 10**

- 15.- Calcular las derivadas de las siguientes funciones:
GRUPO 1(a,b,c), GRUPO 2(d,e,f), GRUPO 3(g,h)

$$\begin{array}{lll} a) y = \frac{1}{(x+a)^m} + \frac{1}{(x+b)^n} & b) y = \ln \left[\frac{(2+3x)(5+x)}{1+2x} \right] & c) y = \frac{(4+2x)(3-x)(1+x)}{(5-2x)(2+3x)} \\ d) y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} & e) y = \frac{\sqrt{x+a}}{\sqrt{x} + \sqrt{a}} & f) y = \frac{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}}{x} \\ g) y = \frac{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}} & h) y = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}} & \end{array}$$

- 16.- Determine la ecuación de la recta tangente y normal al gráfico de la función **GRUPO 4**

- a) $f(x) = 2x \sin(x)$ en el punto $x_0 = \frac{\pi}{2}$.
b) $f(x) = \sqrt[3]{2x} + \sqrt[3]{4x^2}$ en el punto de abscisa $x_0 = 4$.

- 17.- Suponga que la posición de una partícula en el eje x, está dado por **GRUPO 5**
 $x(t) = 3 \cos(t) + 4 \sin(t)$; donde x: recorrido en pies y t: tiempo en segundos.

- a) Determinar la posición de la partícula cuando $t = 0$; $t = \pi/2$
b) Determinar la velocidad de la partícula cuando $t = 0$; $t = \pi/2$

- 18.- La función $H = (k/mg) \sin^2(\theta)$ con k, m y g constantes, representa la altura alcanzada por saltamontes cuyo ángulo de salto es θ . Determine los valores θ para los cuales $dH/d\theta = 0$. **GRUPO 6**

- 19.- La cantidad X de sustancia presente en el tiempo t durante una reacción química de tercer orden, está dado por $X(t) = [c^2 / (2k c^2 t + 1)]^{1/2}$ Donde c y k son constantes. Encuentre la derivada $X'(1)$ e interprete. **GRUPO 7**

- 20.- Sea la función $f: (a,b) \rightarrow \mathbb{R}$ continua. Dado c en (a,b); se define: $h: (a,b) \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$h(x) = \begin{cases} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} & ; x \in (a,b) - \{c\} \\ L & ; x = c \end{cases} \quad \textbf{GRUPO 8}$$

Pruebe que h(x) es continua si y solo si, existe $f'(c)$ y $f'(c) = L$

21- Halle los valores de x real donde las funciones no son derivables
GRUPO 9(a,b), GRUPO 10(c,d)

a) $f(x) = |\sin(x)|$

b) $f(x) = |x+1| / |x-1|$

c) $f(x) = \begin{cases} 0, & x \in \mathbb{Q} \\ 1, & x \in \mathbb{I} \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x)}{x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$

**SIN MATEMÁTICAS, NO HAY NADA QUE PUEDAS HACER.
TODO A TU ALREDEDOR ES MATEMÁTICAS.
TODO A TU ALREDEDOR SON NÚMEROS.**

SHAKUNTALA DEVI.