



**UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS**  
**ESCUELA DE ESTUDIOS GENERALES**  
**ÁREA DE INGENIERÍA**

**Álgebra y Geometría Analítica**

**Tema: Ecuaciones e inecuaciones**

**Semestre: 2020-I**

**GUÍA DE PRÁCTICA N°3**

1) Dados  $a, b$  y  $c$  son números reales. Mostrar:

- a) Si  $a + b = 0$  entonces  $a = -b$ .
- b)  $-(-a) = a$
- b)  $-(a - b) = b - a$
- c) Si  $a + b = a$  entonces  $b = 0$ .
- d) Si  $a \neq 0$ . Y  $a \cdot b = a \cdot c$  entonces  $b = c$ .
- e) Si  $a \cdot b = 0$  entonces  $a = 0$  o  $b = 0$ .

2) Números reales y propiedades. Sean  $x, y, z$  y  $w$  son reales. Demostrar:

- a)  $x < y \Rightarrow \frac{x+y}{2} < y$
- b)  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$
- c) Si además  $x, y$  son positivos, mostrar:  $x^3 + y^3 \geq x^2y + xy^2$
- d) Si además  $x, y$  son positivos, mostrar:  $\sqrt{x+y} \leq \sqrt{x} + \sqrt{y}$
- e) Si además  $x, y$  son positivos, mostrar:  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$
- f)  $(x^2 + y^2)(z^2 + w^2) \geq (xz + yw)^2$

3) Resolver las siguientes inecuaciones:

- a) Si  $0 < a < b$ , resolver  $\frac{ax+b}{bx+a} > 1$ .
- b)  $\frac{2x+1}{1-2x} > 1$
- c)  $3x^3 - 9x^2 + x < 3$ .
- d)  $3 < x^2 - 3x + 9 \leq 10$
- e)  $x^5 - 10x^3 + 21x > 0$ .
- f)  $\frac{x-2}{x-3} - \frac{x-3}{x-2} > 1$ .
- g)  $(2x-1)^{10}(x-7)^5(x^2-x+2)(x-3)^{13} < 0$ .
- h)  $\frac{(x+4)^{15}(x+3)^{2020}(8-x^3)}{(x-2)(x^2-6x+10)} \leq 0$ .
- i)  $\frac{(x^3-1)^5(x^5-32)^{11}(x^7+1)^{19}}{(x^{14}-6x^7+10)^{13}} \leq 13$ .
- j) Si  $0 < a < 1$ , resolver  $\frac{(x-1)(ax+1)}{(x+1)(x-a)} \geq 1$
- k)  $x^2 + x + 1 \geq \frac{3}{4}$
- l)  $\frac{9x^2-6x+1}{x^2-x+1} > 0$
- m)  $(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)(x^5 + 1) \leq 0$
- n)  $(x^2 + 3x - 4)(2x^2 + 4) > 0$

$$o) \frac{x}{x-1} + \frac{x-1}{x} < \frac{2x}{x+1}$$

$$p) \frac{x^2-5x+4}{x-3} < 0$$

$$q) \frac{x^2-3x+2}{x^2+1} > \frac{x^2-3x+2}{x}$$

$$r) \text{ Si } a < 0, b < 0. \text{ Resolver: } \frac{x-a}{3a} + \frac{x-3b}{4b} > 1$$

$$s) \text{ Si } a \in (-1, 1). \text{ Resolver: } \frac{x}{a-2} + \frac{3x-1}{a+2} < \frac{1-x}{a-2} + \frac{2-x}{a+2}$$

4) Resolver las siguientes inecuaciones en los reales:

$$a) x - |x| > 2$$

$$b) |x^2 - x| + x > 1$$

$$c) \left| \frac{x-2}{3-x} \right| > 1$$

$$d) \left| \frac{x^2-2x+3}{x^2-5x+6} \right| > \frac{1}{5}$$

$$e) |3x+2| \leq |x+1| + |2x+1|$$

$$f) 1 \leq \frac{(x-1)^2 + |x-1| - 6}{|x-1| + 3} \leq 2$$

5) Resolver las siguientes ecuaciones:

$$a) \left( \frac{x-a-1}{b-x-1} \right)^2 = 2 \left( \frac{a-x+1}{x-b+1} \right) + 8$$

$$b) \left| \frac{x+1}{x-5} \right| = 1$$

$$c) \left| \frac{2x-3}{3x-2} \right| = 3$$

$$d) \left| \frac{x^2+1}{x^2-5} \right| = 1$$

$$e) \left| x - \frac{x+1}{x-5} \right| = 1$$

$$f) ||x-3| - 2x| = 2$$

6) Ecuaciones e inecuaciones con máximo entero

$$a) \llbracket 2x - 1 \rrbracket = 3$$

$$b) \llbracket x^2 - 1 \rrbracket = 2$$

$$c) \llbracket |x-2| + 1 \rrbracket = 5$$

$$d) \llbracket \left| x - \frac{1}{x} \right| + 3 \rrbracket = 4$$

$$e) \llbracket 3x - 2 \rrbracket = 3x$$

$$f) \llbracket x - 2\llbracket x \rrbracket \rrbracket = 2$$

$$g) \llbracket 6x^2 - 1 \rrbracket \leq 3$$

$$h) \left\llbracket \frac{|x|-1}{2-x} \right\rrbracket < \frac{-9}{4}$$

$$i) \frac{\llbracket -x \rrbracket - 4}{8 - \llbracket 2x \rrbracket} \geq 2$$

j)  $\frac{|x|x-1|}{\llbracket 1-x \rrbracket} \geq 1$

7) Determinar el valor máximo de:

$$\frac{4x^2 + 2x + 1}{4x^2 + 1}$$

8) Si  $x \in [3,7]$ . Determinar el mayor valor de  $m$  y menor valor de  $M$  tal que:

$$\frac{4x + 7}{x + 2} \in [m, M]$$

9) Para que valores de  $r$ , real, se tiene que para todo  $x$  real se cumple:

$$(r - 1)x^2 + 2(r - 3)x + r > 3$$