ASIGNATURA: Cálculo I **CICLO:** 2022-I

GUÍA DE PRÁCTICA N° 03

Tema: Funciones trascendentes y composición de funciones.

1.- Hallar el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2\arctan(\sqrt{1-x^2})$ **GRUPO 1**

b) $f(x) = arcsen\left(\sqrt{1-x}\right) + arcsen\left(\sqrt{x}\right)$ **GRUPO 1**

c) $f(x) = \arccos\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$ **GRUPO 2**

d) $f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right)$ **GRUPO 2**

2.- Graficar las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{1}{2} + \cos(x)$ **GRUPO 3**

b) $f(x) = 1 - \cos(2x)$ **GRUPO 3**

c) $f(x) = 2 - sen\left(\frac{x}{2}\right)$ **GRUPO 4**

d) $f(x) = -2 + 4\cos(x)$ **GRUPO 4**

e) $f(x) = -3\cos(3x)$ **GRUPO 5**

3.- Grafique la siguiente función: $f(x) = sen\left(\frac{\pi}{2}x\right) + sen(x)$ cuando $x \in [-2; 2]$.**GRUPO 5**

4.- Dadas las siguientes funciones f y g definidas por: **GRUPO 6**

$$f(x) = \begin{cases} 1-2x\,, & x \in [-2;-1> \\ 4+\cos(x)\,, & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad g(x) = \begin{cases} x^2-5\,, & x < 0 \\ sen(x)-5, & x \in [0;\pi] \end{cases}$$

Determinar la suma y esbozar su gráfica.

5.- Verifique si las siguientes identidades son ciertas: **GRUPO 7**

a) $sen\left(arctan(x)\right) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ b) $\cos(arctan(x)) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

c) $\tan(arcsen(x)) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

6.- Trazar la gráfica de siguientes funciones:

a) $f(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ b) $f(x) = \left(\frac{4}{3}\right)^x$ c) $f(x) = -2^{-x}$ **GRUPO 8 (a,b,c)**

a) $f(x) = -5 + e^x$ e) $f(x) = 2 + e^{-x}$ f) $f(x) = 3^{-x}$ **GRUPO 9 (a,b,c)**

7.- Sombrear la gráfica de las siguientes relaciones: **GRUPO 10**

a) $R = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq 2^x \wedge y \geq 2^{-x}\}$

b) $R = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq \log_3(x) \wedge x^2 + y^2 \leq 9 \wedge x > 0 \}$

c) $R = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq 2^{-x} \wedge x + y \geq 0 \wedge x^2 + y^2 < 4 \}$

9.- Resuelva las siguientes ecuaciones **GRUPO 1**

a) $x = \log_{\frac{1}{6}} 36$ b) $\ln(x) + \ln(x-2) = \ln(3)$

c) $\ln(3) + \ln(2x-1) = \ln(4) + \ln(x+1)$

10. Si $f(x) = \log\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$, demostrar que: $f(a) + f(b) = f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$ **GRUPO 2**

11. Si $g = \{ (6;7);\ (5;4);\ (4;3);\ (2;3);\ (1;4);\ (0;7) \}$ y **GRUPO 3**

$h = \{ (0;1);\ (1;2);\ (2;4);(4;3);\ (5;2);\ (6;1) \}$.

Determina la función f tal que $h = f \circ g$.

12. Si $f(x+1) = 2x^2 + mx + 1$, $g(x-1) = x + 1$. Halle m si $f \circ g\ (1) = m$.**GRUPO 4**

13. Sean las funciones **GRUPO 5**

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & x \leq 1 \\ x^2 + 2, & x > 1 \end{cases} \quad \text{y} \quad g(x) = \begin{cases} x^2 - 9, & x < 4 \\ x^2 + 2, & x \geq 4 \end{cases}$$

Determina $f \circ g$.

14. Si $f \circ g(x) = x + 2$ y $f(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$. Determina $g(x)$. **GRUPO 6**

15. Si $g \circ f\ (x) = sen(\sqrt{x^2 + 1})$. Determina $g(x)$ si $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - 1$. **GRUPO 7**

16. La población proyectada P de una ciudad está dada por $P = 100000e^{0.05t}$,

Donde t es el número de años después de 1990. Predecir la población para el año 2010. **GRUPO 8**

17. Un elemento radioactivo decae de tal manera que después de t días, el número de N miligramos presentes este dado por $N = 100e^{-0.062t}$. **GRUPO 9**

a) ¿Cuantos miligramos están presentes inicialmente?

b) ¿Cuántos miligramos están presentes después de 10 días?

18.- Hay un límite máximo sobre la población de peces en un cierto lago debido a la cantidad de oxígeno, alimentación, etc. proporcionadas. La población de peces en este lago en el tiempo t, en mes esta dado por la función. **GRUPO 10**

$$p(t) = \frac{20000}{1+24^{-\frac{t}{4}}}\ ,\ \ t \geq 0.$$

¿Cuál es el límite máximo de la población de peces?

19.- La velocidad de descomposición del ácido dibromonicinico en disolución acuosa obedece a la ley $c = 5e^{-0.03t}$, donde c es la concentración de ácido en mililitros, que permanece después de t minutos. Dibujar el grafico de c en función de t y determinar cuánto tarda en descomponerse la mitad de la concentración del ácido. **GRUPO 1**

20. Un modelo exponencial para la cantidad de sustancia radioactiva remanente en el instante t está dado por $A(t) = A_0e^{kt}$, donde A_0 es la cantidad inicial $k < 0$ es la constante de desintegración. **GRUPO 2**

a) Al inicio estaban presente 200mg de una sustancia radioactiva. Después de 6hrs la masa había decrecido en 3%. Elabore un modelo exponencial para la cantidad de sustancia en desintegración remanente después de t horas.

b) Encuentre la cantidad remanente después de 24 horas.

c) Encuentre el instante en que $A(t) = 0.5A$, se denomina vida media.

21. Si un objeto se coloca en un medio (como aire, agua, etc.) que se mantiene a temperatura constante T_n y si la temperatura inicial es T_0 entonces la ley de enfriamiento de Newton pronostica que la temperatura del objeto es el instante t esta dado por: **GRUPO 3**

$$T(t) = T_m + (T_0 - T_m)e^{kt},\ \ k < 0.$$

a) Un pastel se retira de un horno donde la temperatura es de 350^0F y se coloca en una cocina donde la temperatura es de 75^0F. Un minuto después se mide y la temperatura del pastel es de 300^0F. ¿Cuál es la temperatura del pastel después de 6 minutos?

b) ¿En qué instante la temperatura del pastel es de 80^0F?