

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS  
(Universidad del Perú, Decana de América)  
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA

EXAMEN FINAL

**CURSO: ÁLGEBRA Y GEOMETRIA ANALÍTICA**  
**SEMESTRE 2022-I**

1. Resolver

- a. [3p] Si  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\vec{a} = (2x - 5; 2 - x)$ ,  $\vec{b} = (x - 5; 4 - x)$  y  $\|\vec{a} - \vec{b}^\perp\| = \sqrt{10}$ . Calcular  $\|(2\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{a}^\perp + 3\vec{b}^\perp)\|$
- b. [3p] Sea  $ABCD$  un paralelogramo,  $M$  un punto sobre el lado  $\overline{BC}$ . Si se sabe que el área del triángulo  $ABM$  es igual a la mitad del área del cuadrilátero  $AMCD$  y que  $\overrightarrow{AM} = m\overrightarrow{DC} + n\overrightarrow{AD}$ . Calcular  $m + 3n$ .
2. [3p] Dadas las rectas  $L_1 : x + 3y - 5 = 0$  y  $L_2 = \{(-1; 2) + t(4; 3) / t \in \mathbb{R}\}$ . Si  $A \in L_1 \cap L_2$ ,  $B \in L_2$ ,  $C \in L_1$  y  $\tan \theta = \frac{13}{16}$ , donde  $\theta$  es el ángulo  $ABC$ . Determinar las coordenadas  $B$  y  $C$ , donde la ordenada de  $B$  es igual a 8 y la abscisa de  $C$  es positiva.
3. [4p] Sea  $\mathcal{C}$  una circunferencia cuyo radio es  $r$  ( $r > 0$ ), su centro tiene coordenadas enteras,  $(-2; 6) \in \mathcal{C}$  y  $(-1; 9) \in \mathcal{C}$ . Desde el punto  $A(4; 7)$  se traza rectas tangentes a  $\mathcal{C}$  de tal manera que  $A$  dista  $3r$  unidades de cada punto de tangencia.
  - a. Determine la ecuación de la circunferencia  $\mathcal{C}$ .
  - b. Determine uno de los dos puntos de tangencia.
4. [4p] Calcular la longitud del radio vector del punto de la parábola  $y^2 + 4x + 2y - 19 = 0$ , cuya ordenada es igual a 3.
5. [3p] En una elipse se inscribe un cuadrado. Calcular el perímetro y el área del cuadrado, si la elipse tiene por ecuación  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

Lima, 25 de agosto de 2022.