



**UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS**  
*Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA*  
**FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA**

**EXAMEN PARCIAL DE MATEMÁTICA BÁSICA II**

1. a) Demostrar que  $\vec{a} + \vec{b}$  y  $\vec{a} - \vec{b}$  son ortogonales si y solo si  $\|\vec{a}\| = \|\vec{b}\|$ .
- b) Si el vector  $\vec{c}$  es ortogonal a los vectores  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$ ; además  $m\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$ .  
Sabido que  $\|\vec{a}\| = 6$ ,  $\|\vec{b}\| = 3$  y  $\|\vec{c}\| = 3$ , halle  $[\vec{a}\vec{b}\vec{c}]$ .
2. a) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto  $P(7, -2, 9)$  y es ortogonal a las rectas:  
 $\mathcal{L}_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-3}{3}$  y  $\mathcal{L}_2: \frac{x+4}{2} = \frac{y+2}{5} = \frac{z}{-2}$
- b) Halle la ecuación de la recta  $\mathcal{L}$  que es paralela a los planos:  
 $\pi_1: 3x + 12y - 3z = 5$  y  $\pi_2: 3x - 4y + 9z = -7$  y que corta a las rectas:  
 $\mathcal{L}_1: \frac{x+5}{2} = 3 - y = \frac{z+1}{3}$  y  $\mathcal{L}_2: \frac{3-x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{2}$
3. a) Sean las matrices  $A$  y  $D$  de orden  $n \times n$ :  
 $D = [d_{ij}]$  tal que  $d_{ij} = i$ , si  $i = j$  y  $d_{ij} = 0$ , si  $i \neq j$ .  
 $A = [a_{ki}]$  tal que  $a_{ki} = i$ , si  $i = k$  y  $a_{ki} = a$ , si  $i \neq k$ .  
Calcule  $AD^n$ , si  $n \in \mathbb{N}$ .
- b) Sea la matriz  $A = [a_{ij}]$  de orden  $n \times n$ , donde  $a_{ij} = \min\{i, j\}$ , halle  $|A|$ .
4. Dado el sistema de ecuaciones lineales:
- $$\begin{aligned} y + az + bt &= 0 \\ -x + cz + dt &= 0 \\ ax + cy - et &= 0 \\ bx + dy + ez &= 0 \end{aligned}$$

¿Qué condiciones deben satisfacer las constantes  $a, b, c, d$  y  $e$  para que el sistema tenga dos variables arbitrarias o libres?