

# Serie 1, Aufgabe 1

Wahrheitstabellen enthalten als Werte 'w' und 'f'!

$a$	$b$	$\neg a \vee b$	$\neg(a \wedge \neg b)$	$a \Rightarrow b$
w	w	w	w	w
w	f	f	f	f
f	w	w	w	w
f	f	w	w	w

Formeln sind äquivalent

## Serie 1, Aufgabe 2a)

Gesucht sind die Komprehensions**formeln**, nicht irgendwelche Mengen!

- a)  $x \in A \cup B$  gdw.  $x \in A$  oder  $x \in B \rightarrow \varphi(x) \Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B)$
- b)  $x \in A \setminus B$  gdw.  $x \in A$  und  $x \notin B \rightarrow \varphi(x) \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B)$
- c)  $x \in \emptyset$  gdw. falsch  $\rightarrow \varphi(x) \Leftrightarrow \perp$

## Serie 1, Aufgabe 2b)

Begründen Sie: Falls  $\varphi(x)$  Komprehensionsformel von  $M$  ist, dann gilt:

$$M = \{x \mid \varphi(x)\}$$

" $\varphi(x)$  ist Komprehensionsformel von  $M$ " bedeutet, dass

$$x \in M \quad \text{gdw.} \quad \varphi(x)$$

Also ist

$$M = \{x \mid x \in M\} = \{x \mid \varphi(x)\}$$

## Serie 1, Aufgabe 3

In Mengen werden gleiche Elemente nur einmal gezählt.

- a)  $R_3 \times R_2 =$   
 $\{(3, e, A, 2, c), (3, e, A, 2, d), (3, f, B, 2, c), (3, f, B, 2, d)\}$
- b)  $(R_1 \times R_2) \times R_3 = \{(1, a, 2, c, 3, e, A), (1, a, 2, c, 3, f, B),$   
 $(1, a, 2, d, 3, e, A), (1, a, 2, d, 3, f, B), (1, b, 2, c, 3, e, A),$   
 $(1, b, 2, c, 3, f, B), (1, b, 2, d, 3, e, A), (1, b, 2, d, 3, f, B)\}$
- c)  $R_1 \times (R_2 \times R_3) = (R_1 \times R_2) \times R_3$   
Kartesisches Produkt ist assoziativ.
- d)  $(R_2 \times R_3) \times R_1 = \{(2, c, 3, e, A, 1, a), (2, c, 3, e, A, 1, b),$   
 $(2, c, 3, f, B, 1, a), (2, c, 3, f, B, 1, b), (2, d, 3, e, A, 1, a),$   
 $(2, d, 3, e, A, 1, b), (2, d, 3, f, B, 1, a), (2, d, 3, f, B, 1, b)\}$

# Serie 1, Aufgabe 4

Gegenbeispiel:

- a) Falls  $A \cup B = A \cup C$ , dann folgt  $B = C$ , für beliebige Mengen  $A$ ,  $B$  und  $C$

$$A = \{0, 1\}, B = \{0\}, C = \{1\}$$

Dann ist  $A \cup B = \{0, 1\} = A \cup C$  aber  $B \neq C$

- b)  $R \times P = P \times R$  für beliebige Relationen  $R$  und  $P$   
Siehe Aufgabe 3 c) d). In Tupeln spielt die Reihenfolge eine Rolle!