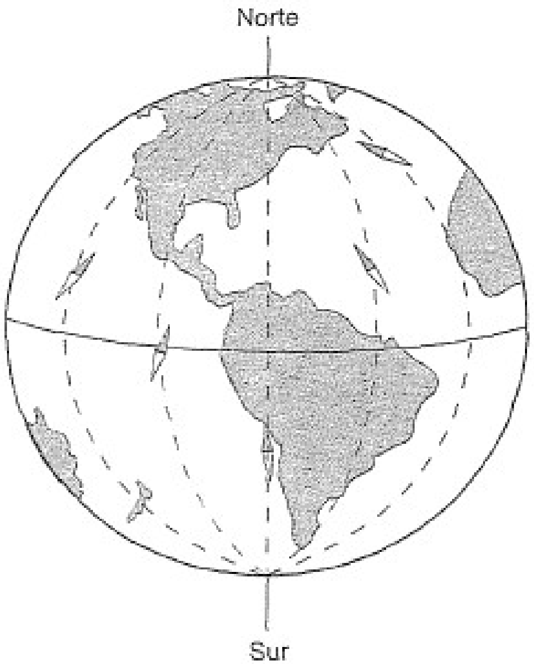
El campo magnético

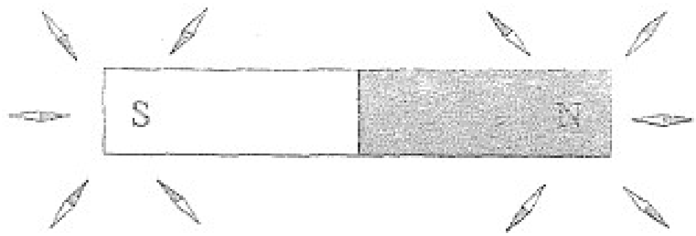
Prof. Gustavo Forte

Fenómenos magnéticos

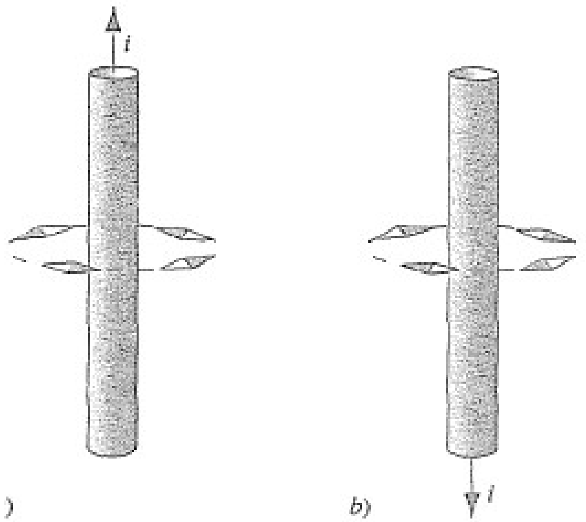


Dos trozos de magnetita (Fe_3O_4) pueden atraerse o repelerse según su orientación relativa.

Un trozo de magnetita en forma de aguja (brújula) se orienta espontáneamente en dirección N-S de la Tierra.



Cerca de un imán de barra, la brújula se orienta apuntando hacia alguno de los polos del imán. Polos iguales se repelen, polos distintos se atraen



Cerca de un alambre portador de corriente, la brújula se orienta en círculos alrededor del alambre

El campo magnético vs. el campo eléctrico

El espacio que rodea la Tierra, un imán de barra o un alambre portador de corriente eléctrica se describe en términos de un **campo magnético**, $\vec{\mathrm{B}}$

i. No existe en la naturaleza una “carga magnética de prueba” (monopolo magnético) que sirva para determinar la intensidad y dirección del CM.

ii. Podemos usar una carga eléctrica de prueba para sondear un CM siempre que la carga se mueva. Un CM no ejerce fuerza sobre cargas en reposo.

iii. Las cargas eléctricas en movimiento producen CM (originan el CM de la Tierra y el CM del imán de barra).

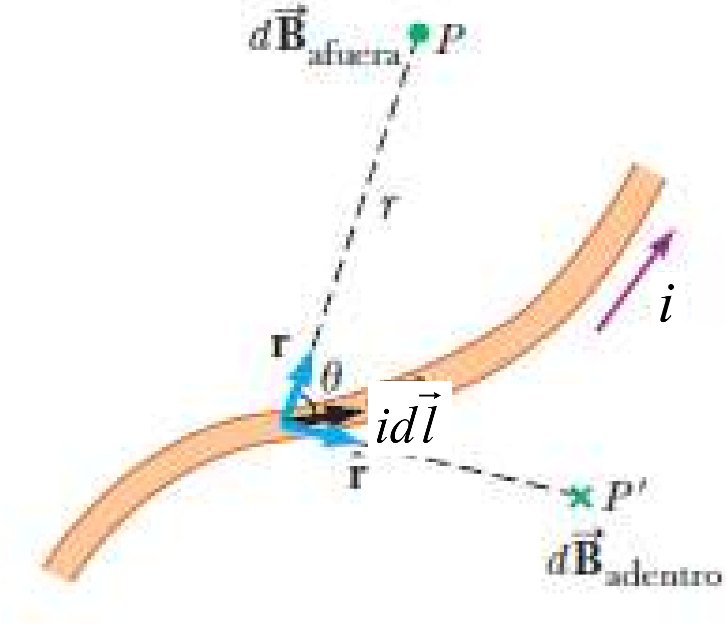
El campo magnético

carga eléctrica en movimiento ⇄ campo magnético ⇄ carga eléctrica en movimiento

Primero, $\boxed{\text{carga eléctrica en movimiento} \rightleftarrows \text{campo magnético}}$ ⇄ carga eléctrica en movimiento

Luego, carga eléctrica en movimiento ⇄ $\boxed{\text{campo magnético} \rightleftarrows \text{carga eléctrica en movimiento}}$

Ley de Biot - Savart



Observaciones experimentales sobre el campo magnético $d\vec{B}$ en un punto P, asociado con un elemento de corriente $id\vec{l}$ que circula por un alambre:

i. $d\vec{B} \perp id\vec{l}$ y $d\vec{B} \perp \hat{r}$

ii. $\left|d\vec{B}\right| \propto 1/r^2$

iii. $\left|d\vec{B}\right| \propto idl$

iv. $\left|d\vec{B}\right| \propto sen\theta$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Ley de Biot-Savart

μ_0 : permeabilidad magnética del vacío

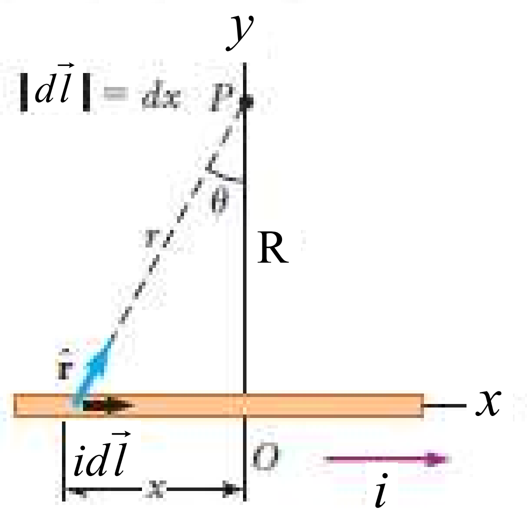
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T\,.\,m/A}$

El campo total $\vec{B}$ originado en algún punto por una corriente de tamaño finito:

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}}$$

$[\vec{B}] = \mathrm{Tesla} = \mathrm{T}$

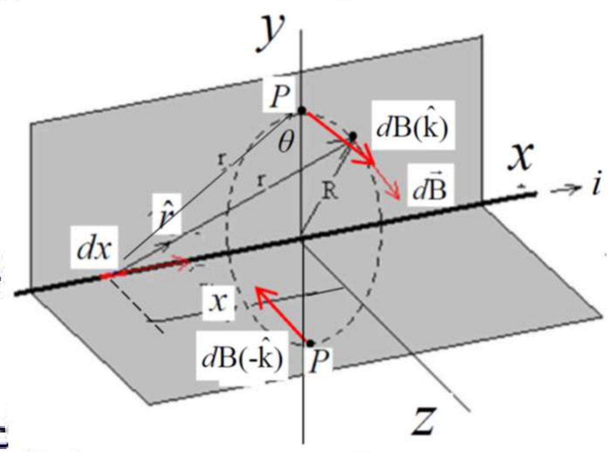
Campo magnético debido a una corriente en un alambre recto



$i d\vec{l} \times \hat{r} = |i d\vec{l} \times \hat{r}|\,\hat{k} = i\,dx\, sen\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\hat{k} =$

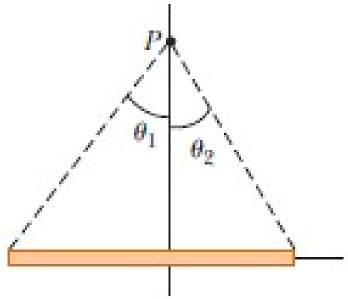
$= i\,dx \cos\theta\, \hat{k}$

$d\vec{B} = dB\,\hat{k} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dx\cos\theta}{r^2}\,\hat{k}$



$r = \frac{R}{\cos\theta}$, $x = -R\, tg\theta$

$dx = -R\sec^2\theta\, d\theta = -\frac{R}{\cos^2\theta}$



$d\vec{B} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{R\,d\theta}{\cos^2\theta}\cos\theta\frac{\cos^2\theta}{R^2}\hat{k} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi R}\cos\theta\, d\theta\, \hat{k}$

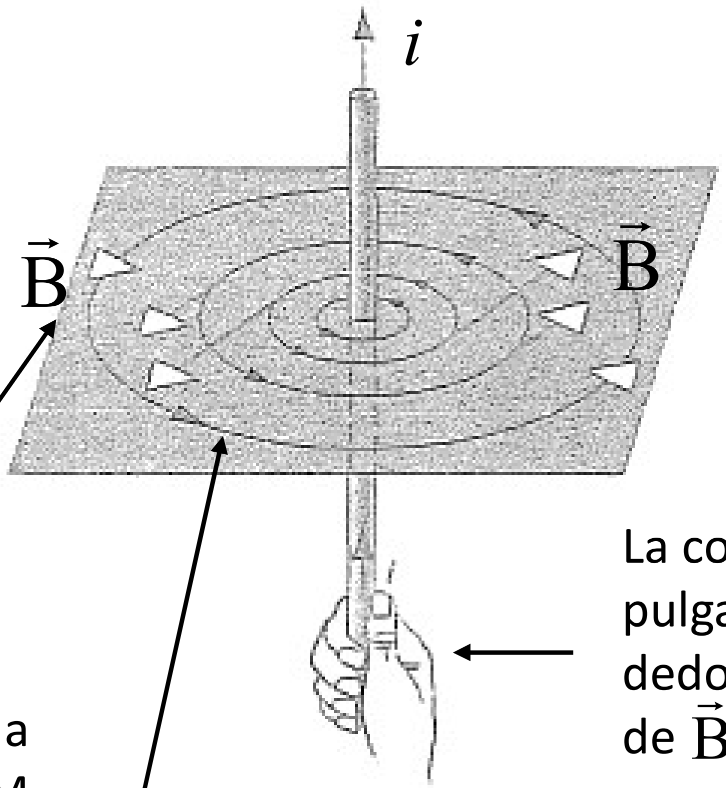
Integrando sobre todos los elementos de corriente en el alambre $\rightarrow \vec{B} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi R}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos\theta\, d\theta\,\hat{k} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}(sen\,\theta_1 - sen\,\theta_2)\,\hat{k}$

Para un alambre infinito $\rightarrow \theta_1 = \pi/2$, $\theta_2 = -\pi/2$ $\rightarrow \underbrace{\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\hat{k}}$ en el punto P

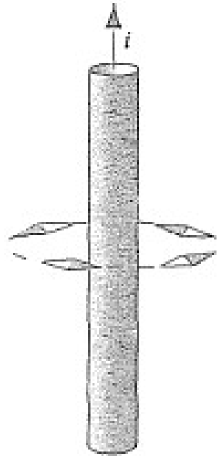
Campo magnético debido a una corriente en un alambre recto

$$\vec{\mathrm{B}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi \mathrm{R}}\,\hat{\theta}$$

Versor acimutal en coordenadas cilíndricas



$=$



vector de CM tangente a una línea de CM

línea de CM

La corriente sigue el sentido del pulgar de la mano derecha; los dedos curvados siguen el sentido de $\vec{\mathrm{B}}$

Podemos representar el CM de una corriente en un alambre recto mediante **líneas de campo** → círculos concéntricos alrededor del alambre.

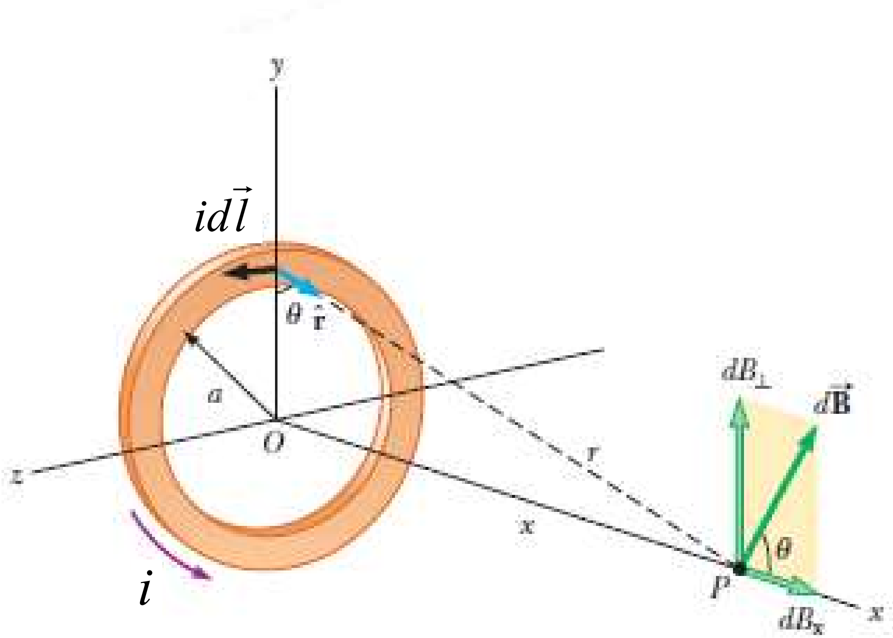
Las líneas de campo magnético

En cualquier punto del espacio, la dirección de $\vec{B}$ es tangente a la línea de campo en ese punto.

El campo es grande donde las líneas estan cerca unas de otras y pequeño donde estas más separadas: la densidad de líneas se relaciona con la intensidad de $\vec{B}$.

Las líneas de CM no tienen principio ni fin, son continuas y se cierran sobre sí mismas.

Campo magnético debido a una corriente en una espira circular



$$\vec{dl} \perp \hat{r} \longrightarrow |i\vec{dl}\times\hat{r}| = i\,dl$$

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{|i\vec{dl}\times\hat{r}|}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl}{a^2+x^2}$$

$$\vec{dB}_x = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl}{a^2+x^2}\cos\theta\,\hat{i}$$

$$\vec{B}_x = \oint dB_x\,\hat{i} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\oint\frac{dl}{a^2+x^2}\cdot\frac{a}{(a^2+x^2)^{1/2}}\,\hat{i}$$

$$\vec{B}_x = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{a}{(a^2+x^2)^{3/2}}\underbrace{\oint dl}_{2\pi a} = \underbrace{\frac{\mu_0 i a^2}{2(a^2+x^2)^{3/2}}\,\hat{i}}$$

- En el centro de la espira, $x=0$ $\longrightarrow$ $\underbrace{\vec{B}_x = \frac{\mu_0 i}{2a}\,\hat{i}}$
- Muy lejos de la espira, $x \gg a$ $\longrightarrow$ $\underbrace{\vec{B} \simeq \frac{\mu_0 i a^2}{2x^3}\,\hat{i}}$

Llamamos momento dipolar magnético p_m

$$\vec{p}_m = i(\pi a^2)\,\hat{i} \longrightarrow \underbrace{\vec{B} \simeq \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\vec{p}_m}{x^3}}$$

Campo magnético debido a una corriente en una espira circular

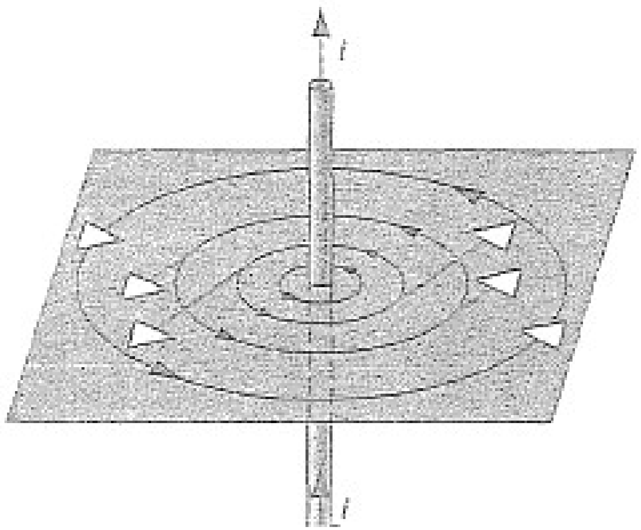
El patrón de líneas de campo magnético es axialmente simétrico

Valores típicos

	Campo magnético
Enana blanca	10 kT
Aceleradores de partículas	10 T
Resonancia magnética	1,5 T
Manchas solares	1T
Imán	0,01 T
Superficie de la Tierra	50 μT
Junto a un teléfono móvil	100 μT
Cerebro humano	10^{-13} T

Ley de Ampere

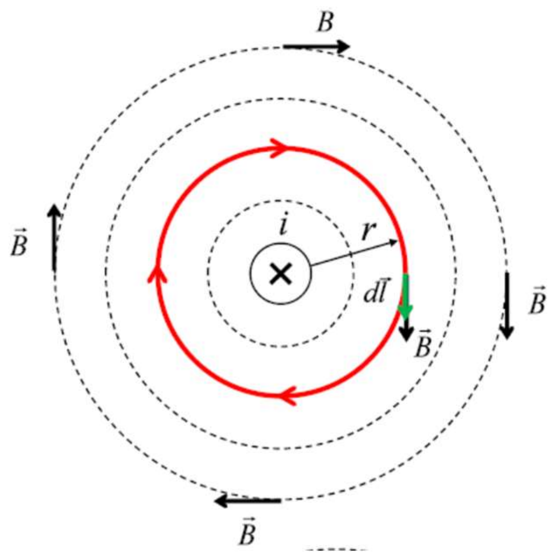
A partir de las propiedades de las líneas de campo magnético podemos encontrar un método para calcular el campo en situaciones de gran simetría.



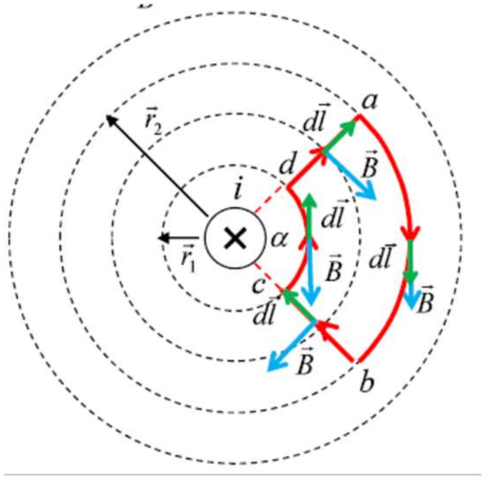
Tomamos una de las líneas a una distancia *r* de un alambre muy largo que conduce una corriente *i* , y calculamos la integral de línea $\oint \vec{B}.\vec{dl}$. En cada punto de la trayectoria $\vec{B} \parallel \vec{dl}$ y $B = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}$:

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = B\oint dl = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}(2\pi r) = \mu_0 i$$

siendo *i* la corriente neta que atraviesa el camino de integración elegido.



Vista inferior



Vista inferior, camino de integración no encierra corriente

$$\vec{B} \perp \vec{dl}$$

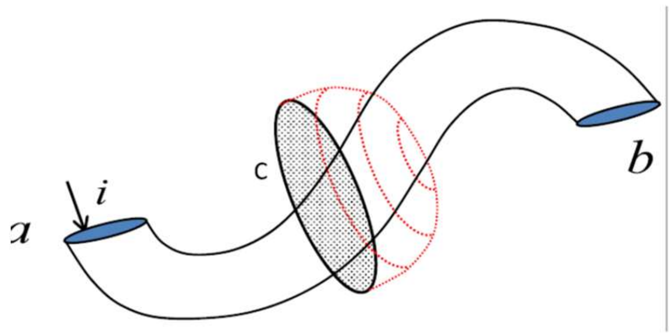
$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \int_a^b \vec{B}\cdot\vec{dl} + \cancel{\int_b^c \vec{B}\cdot\vec{dl}} + \int_c^d \vec{B}\cdot\vec{dl} + \cancel{\int_d^a \vec{B}\cdot\vec{dl}}$$

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \int_0^{\alpha r_2} \frac{\mu_0 i}{2\pi r_2}\,dl - \int_0^{\alpha r_1} \frac{\mu_0 i}{2\pi r_1}\,dl = 0$$

La **ley de Ampere** relaciona la integral de línea $\oint \vec{B}.\vec{dl}$ alrededor de cualquier curva cerrada con la corriente neta que atraviesa cualquier superficie limitada por la curva:

$$\boxed{\oint_c \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 i_c}$$

$$\boxed{i_c = \iint_S \vec{j}\cdot d\vec{A}}$$

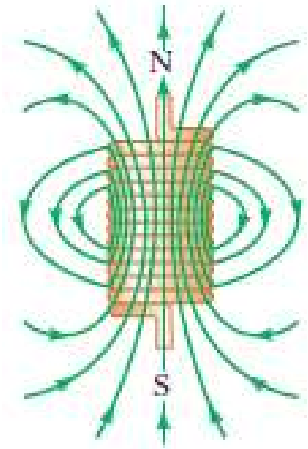


El sentido de circulación de la curva es arbitrario. Una vez definido el sentido de circulación de la curva queda completamente definido el sentido de la normal por la regla de la mano derecha.

Lo importante es que al aplicar la ley de Ampere para calcular el campo magnético siempre obtenemos el módulo del campo.

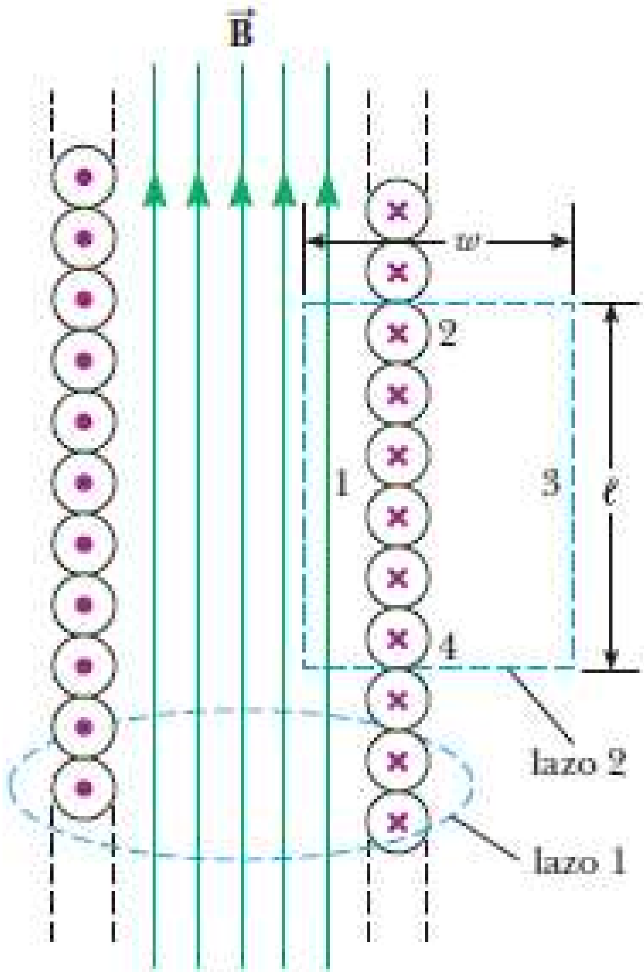
No siempre se puede utilizar la ley de Ampere para calcular el campo magnético.

Campo magnético de un solenoide



Un **solenoide** es un alambre largo enrollado en forma de hélice.

En un solenoide **ideal** las vueltas están muy apretadas y la longitud es mucho mayor que el radio de las vueltas.



$\vec{B}$ en el espacio interior es uniforme y paralelo al eje y en el exterior forma círculos alrededor del solenoide. Usando ley de Ampere en la curva 2:

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \int_{lado1} \vec{B}.\vec{dl} = B \int_{lado1} dl = Bl$$

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = Bl = \mu_0 N i$$

$$\boxed{B = \mu_0 \frac{N}{l} i = \mu_0 n i}$$

N: número de vueltas en la longitud l

n: número de vueltas por u. de longitud l

Carga en movimiento en un campo magnético

Luego, carga eléctrica en movimiento $\rightleftarrows$ campo magnético $\rightleftarrows$ carga eléctrica en movimiento

Propiedades de la fuerza magnética $\vec{F}_m$ sobre una carga que se mueve en un campo magnético:

i. La magnitud $|\vec{F}_m|$ es proporcional a la carga *q* y a la rapidez *v* de la partícula

ii. Si $\vec{v} \parallel \vec{B}$, $\vec{F}_m = 0$

iii. Si $\vec{v} \nparallel \vec{B}$, $\vec{F}_m$ es perpendicular al pl. formado por $\vec{v}$ *y* $\vec{B}$

iv. La magnitud $|\vec{F}_m|$ es proporcional a senθ, θ ángulo entre $\vec{v}$ *y* $\vec{B}$

$$\boxed{\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}}$$

$$[\vec{B}] = 1\text{T} = 1\frac{\text{N}}{\text{C.m/s}} = 1\frac{\text{N}}{\text{A.m}}$$