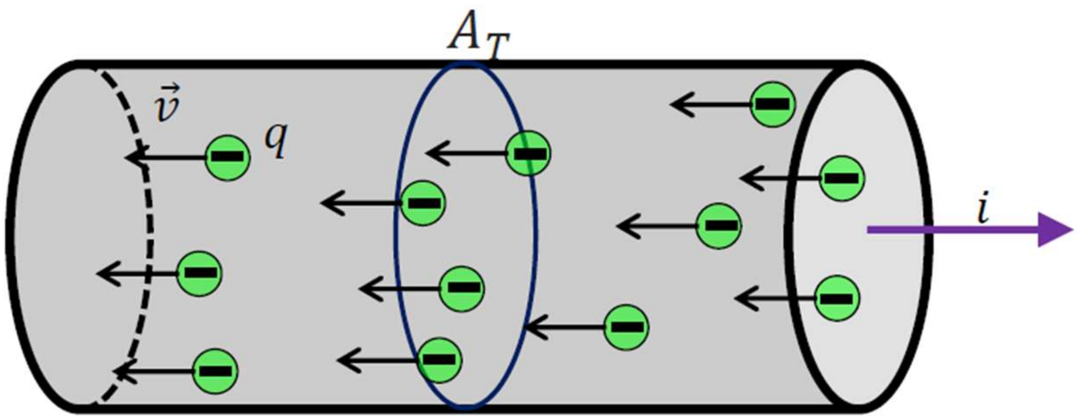
Ley de Ohm – Leyes de Kirchhoff

Prof. Gustavo Forte

Corriente eléctrica

Cuando un conductor se coloca en un CE las cargas se redistribuyen. Dejaremos de lado el equilibrio electrostático para estudiar los fenómenos que surgen de **cargas en movimiento.**



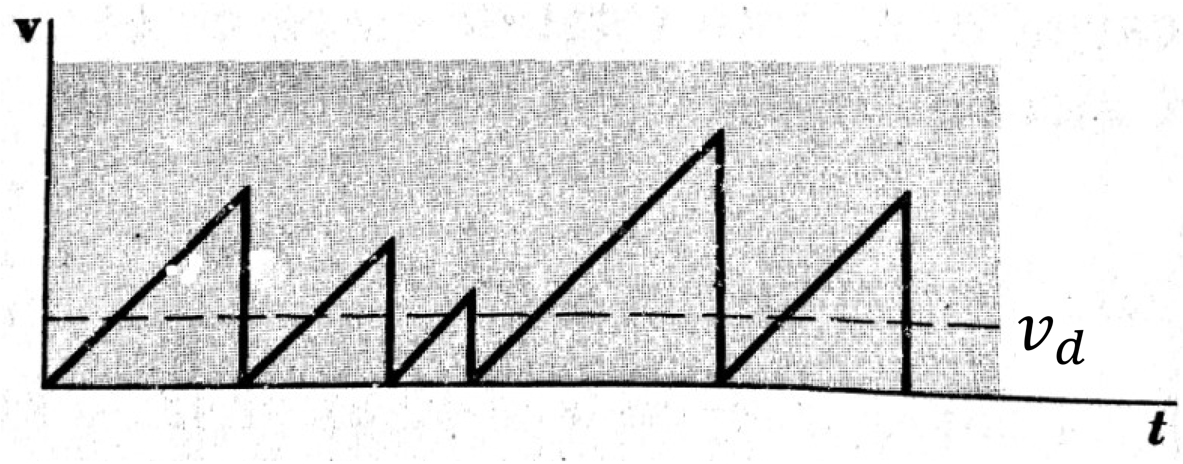
Al movimiento de cargas se lo llama **corriente eléctrica,** una **magnitud escalar** que tiene asociado un sentido de circulación.

La **intensidad de corriente eléctrica** es la carga neta que atraviesa una superficie perpendicular al movimiento por unidad de tiempo.

$$i = \frac{dq}{dt} \quad [\frac{\text{Coulomb}}{\text{segundo}}] = [\text{Ampere}]$$

En un conductor las cargas libres son cargas negativas, pero por convención el sentido de circulación de la corriente corresponde al sentido en el que se moverían las cargas positivas.

Corriente eléctrica: modelo microscópico

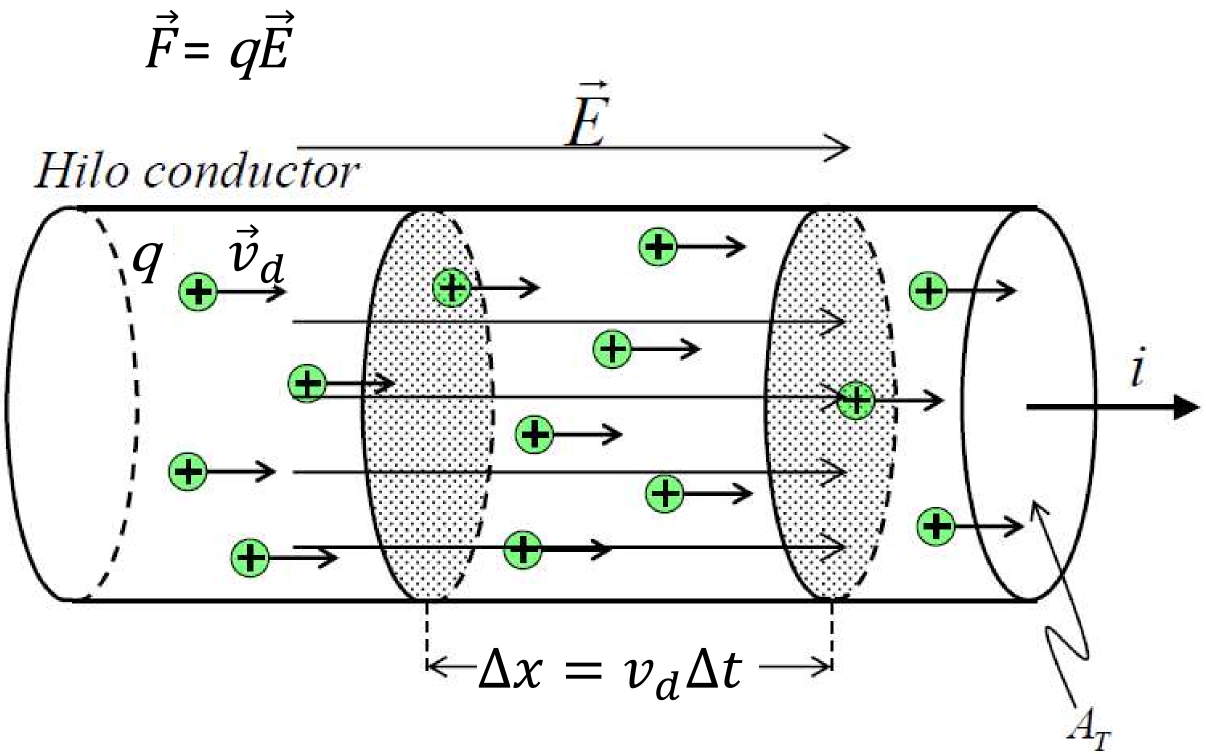


i. Los portadores de carga (positiva) avanzan por el conductor acelerados por el CE, el cual ejerce una fuerza $\vec{F} = q\vec{E}$ sobre ellos.

ii. Estos portadores chocan con los iones de la red y les transfieren energía, observada como aumento de temperatura del conductor.

iii. El efecto neto es un desplazamiento de los portadores con una velocidad media constante conocida como **velocidad de deriva** $\vec{v}_d$

Corriente eléctrica: modelo microscópico



$$Volumen = A_t\,\Delta x = A_t v_d \Delta t$$

n : *densidad de partículas con carga*

Cantidad de partículas con carga en el volumen:

$$N = nVolumen = nA_t v_d \Delta t$$

Si cada portador tiene la carga elemental *e* positiva, la carga en el volumen será:

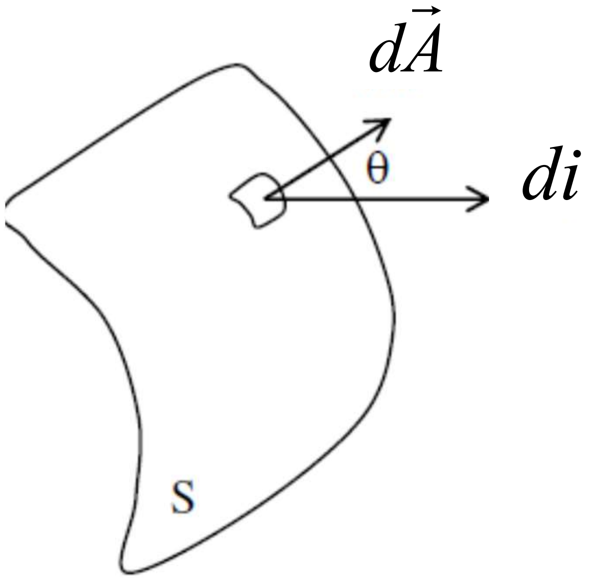
$$\Delta Q = Ne = nA_t v_d \Delta t e$$

y la corriente eléctrica

$$i = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right) = \frac{dQ}{dt} \to i = nA_t v_d e$$

Vector densidad de corriente $\vec{J}$

Corriente por unidad de área perpendicular a la dirección de movimiento de las cargas, su dirección y sentido es la del flujo de carga positiva.



$$J = \frac{di}{dA_t} \rightarrow J = nv_d e \qquad [J] = \frac{A}{m^2}$$

$$di = JdA_t = JdAcos\theta = \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

$$i = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

Ley de Ohm

Entre las colisiones con los iones de la red, los electrones en un material conductor son acelerados por el campo $\vec{\mathrm{E}} \;\rightarrow\; v_d \propto \vec{\mathrm{E}}$

$$\vec{j} \propto \vec{v}_d \;\rightarrow\; \vec{j} \propto \vec{\mathrm{E}}$$

i. En materiales isotrópicos, cuyas propiedades eléctricas son iguales en todas direcciones, $\vec{j} \parallel \vec{\mathrm{E}}$

ii. Si además, las propiedades eléctricas del material no dependen de la intensidad de $\vec{\mathrm{E}}$

$\boxed{\vec{j} = \sigma \vec{\mathrm{E}}}$ σ : **conductividad eléctrica del material**.

Es más común caracterizar los materiales por su **resistividad**: $\rho = 1/\sigma$

$\boxed{\vec{\mathrm{E}} = \rho \vec{j}}$ $[\rho] = \mathrm{ohm\ .\ m}$ $1\ \mathrm{ohm} = 1\ \Omega =$

$= 1\ \mathrm{volt/ampere}$

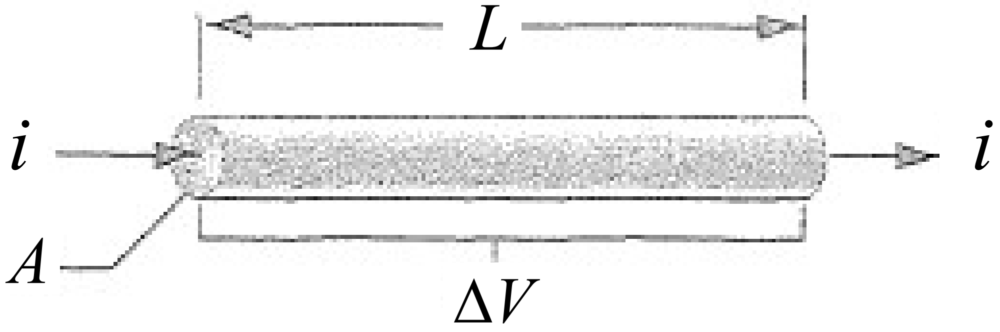
Ley de Ohm: La resistividad (o conductividad) de un material no depende de la magnitud ni de la dirección del CE aplicado (materiales óhmicos)

Material	*Resistividad* $\rho(\Omega \cdot m)$
Metales comunes	
Plata	1.62×10^{-8}
Cobre	1.69×10^{-8}
Aluminio	2.75×10^{-8}
Tungsteno	5.25×10^{-8}
Hierro	9.68×10^{-8}
Platino	10.6×10^{-8}
Magnanin[a]	48.2×10^{-8}
Semiconductores comunes	
Silicio puro	2.5×10^{3}
Silicio tipo n[b]	8.7×10^{-4}
Silicio tipo p[c]	2.8×10^{-3}
Aislante comunes	
Agua pura	2.5×10^{5}
Vidrio	$10^{10} - 10^{14}$
Poliestireno	$>10^{14}$
Cuarzo fundido	$\approx 10^{16}$

[b] Silicio puro "dopado" con impurezas de fósforo para una densidad de portadores de carga de 10^{23} m^{-3}.
[c] Silicio puro "dopado" con impurezas de aluminio para una densidad de portadores de carga de 10^{23} m^{-3}.

Ley de Ohm

Para un objeto en particular de ciertas dimensiones:



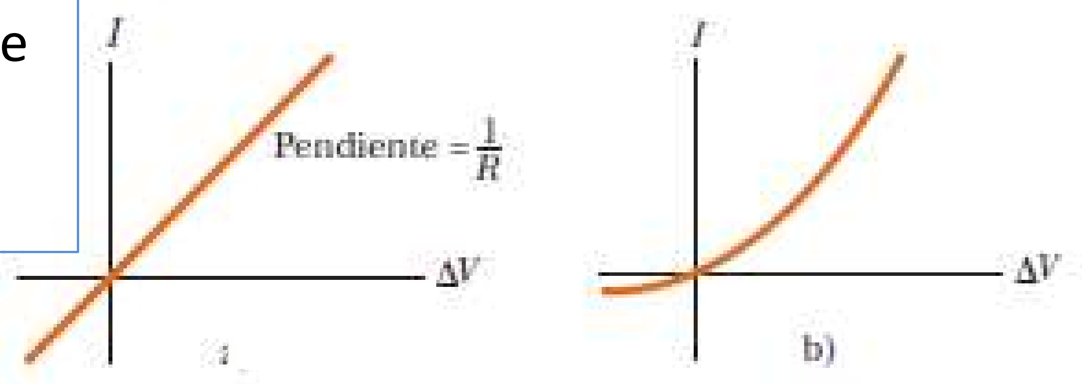
$$\left.\begin{array}{l} E = \Delta V / L \\ j = i / A \end{array}\right\} \qquad \rho = \frac{E}{j} = \frac{\Delta V / L}{i / A}$$

Se define la **resistencia** del objeto: $R = \dfrac{\Delta V}{i} \rightarrow \boxed{R = \rho \dfrac{L}{A}}$

$[R] = \Omega$

Ley de Ohm: la resistencia de un objeto no depende de la magnitud ni del signo de la diferencia de potencial aplicada (objeto óhmico)

$\Delta V = iR \rightarrow$ NO es una formulación de la ley de Ohm, se aplica a objetos óhmicos y no óhmicos.



Variación de la resistividad con la temperatura

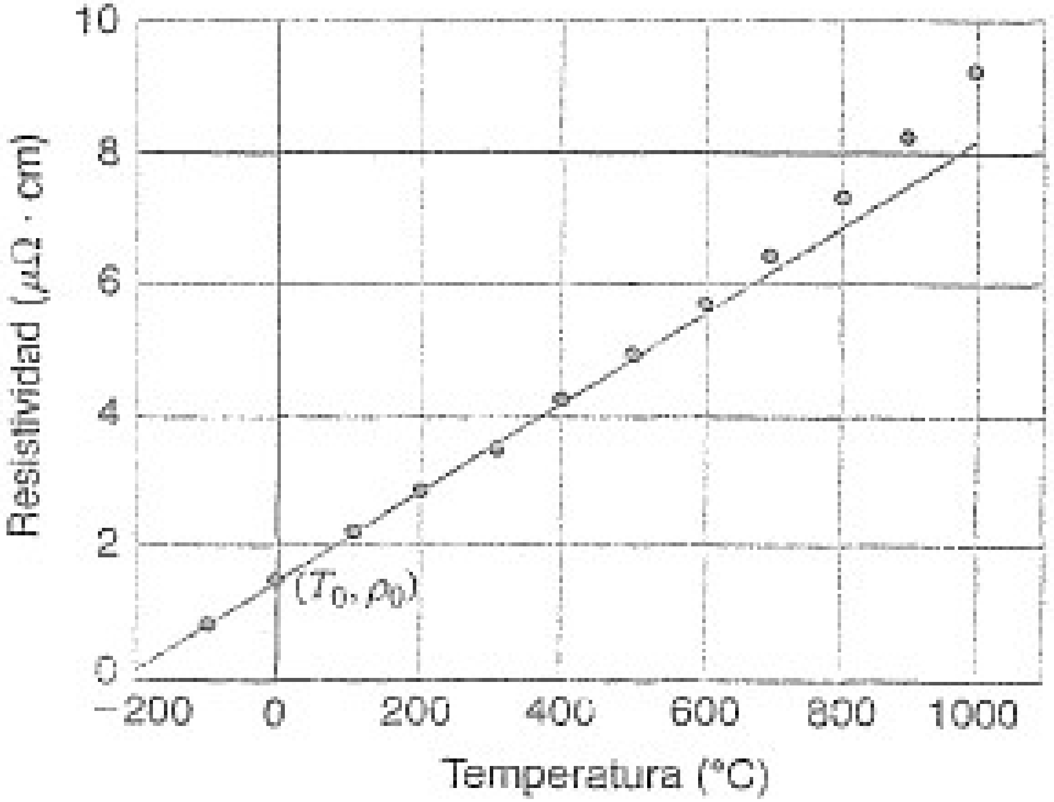
Conductores

En un intervalo limitado de temperatura la resistividad es lineal con *T* :

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

ρ_0 : resistividad a la temperatura de referencia T_0

α : coeficiente de temperatura



Material	Coeficiente de temperatura[b] $\alpha[(°C)^{-1}]$
Plata	3.8×10^{-3}
Cobre	3.9×10^{-3}
Oro	3.4×10^{-3}
Aluminio	3.9×10^{-3}
Tungstenc	4.5×10^{-3}
Hierro	5.0×10^{-3}
Platino	3.92×10^{-3}
Plomo	3.9×10^{-3}
Aleación ı	0.4×10^{-3}
Carbono	-0.5×10^{-3}
Germanio	-48×10^{-3}
Silicio	-75×10^{-3}

Variación de la resistividad con la temperatura

Semiconductores

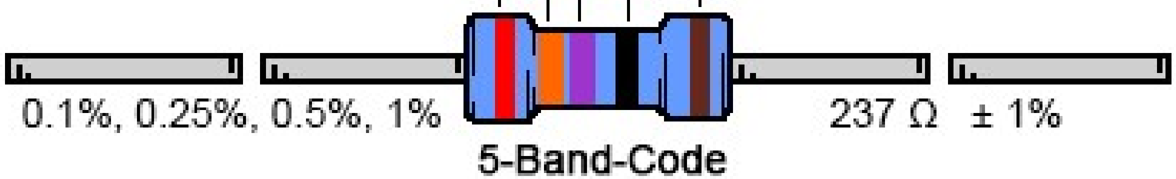
El coeficiente de temperatura es negativo → la resistividad disminuye con el aumento de la temperatura. Se debe a un aumento en la densidad de portadores de carga a temperaturas más altas.

Superconductores

La resistividad se hace cero por debajo de una temperatura crítica, T_c . Existen dos tipos, de bajas temperaturas (metales) y altas temperaturas (materiales cerámicos)

Resistores

COLOR	1ST BAND	2ND BAND	3RD BAND	MULTIPLIER	TOLERANCE
Black	0	0	0	1Ω	
Brown	1	1	1	10Ω	± 1% (F)
Red	2	2	2	100Ω	± 2% (G)
Orange	3	3	3	1KΩ	
Yellow	4	4	4	10KΩ	
Green	5	5	5	100KΩ	± 0.5% (D)
Blue	6	6	6	1MΩ	± 0.25% (C)
Violet	7	7	7	10MΩ	± 0.10% (B)
Grey	8	8	8	100MΩ	± 0.05%
White	9	9	9	1GΩ	
Gold				0.1Ω	± 5% (J)
Silver				0.01Ω	± 10% (K)



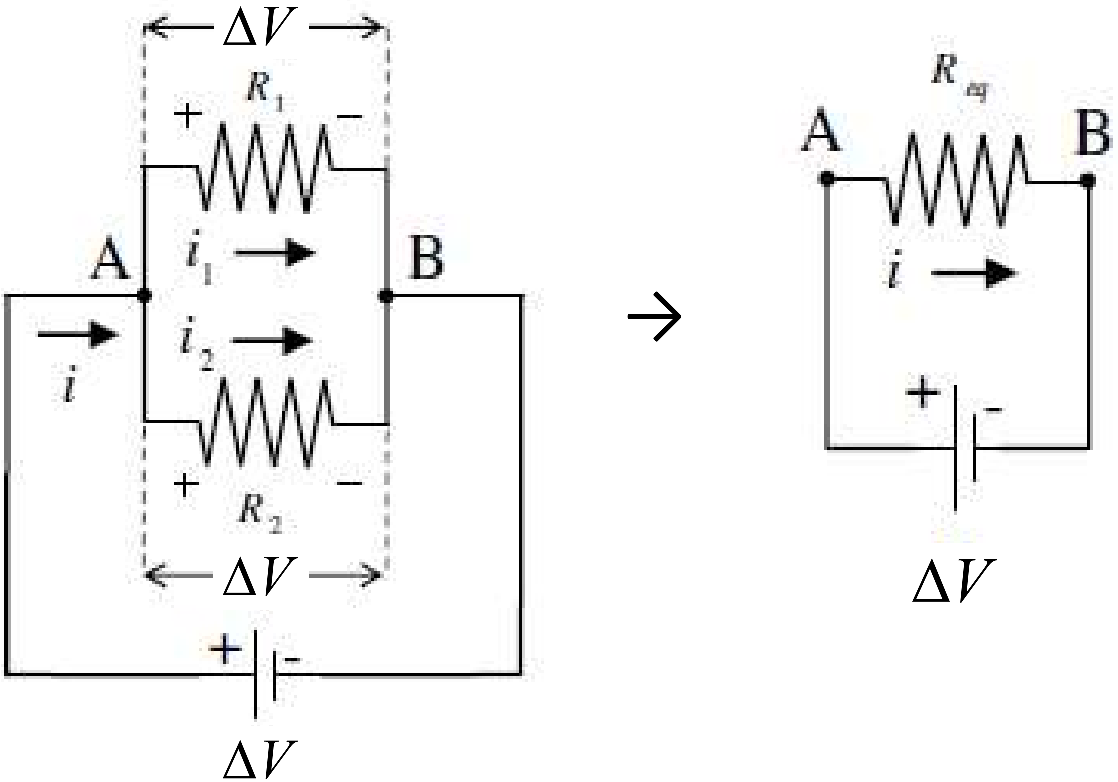
Combinación de resistores

Los resistores se suelen combinar en un circuito.
Se llama **resistencia equivalente** a la resistencia de un único resistor que puede sustituir a la combinación sin modificar el funcionamiento del resto del circuito.

Tipos de conexiones:

- **Conexión en paralelo**: los elementos conectados en paralelo tienen todos la misma diferencia de potencial
- **Conexión en serie**: los elementos conectados en serie tienen todos la misma intensidad de corriente

Resistores en paralelo



i. La misma ΔV de la batería aparece en los elementos de la combinación.

ii. Los elementos comparten la corriente total que suministra la batería a la combinación.

De i: $\Delta V = i_1 R_1 \quad \Delta V = i_2 R_2$

De ii: $i = i_1 + i_2$

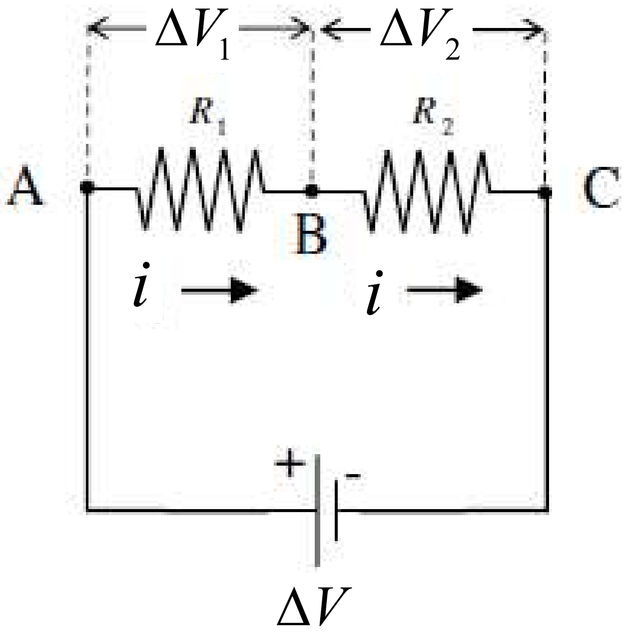
$$\Delta V = i R_{eq}$$

$$\frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2}$$

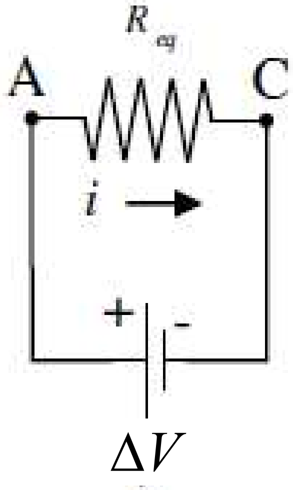
$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \sum_n \frac{1}{R_n}}$$

Resistores en serie



$\rightarrow$



i. La misma corriente *i* circula en los elementos de la combinación.
ii. La ΔV que entrega la batería es igual a la suma de las diferencias de potencial en cada elemento.

De i: $\Delta V_1 = iR_1 \quad \Delta V_2 = iR_2$

De ii: $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$

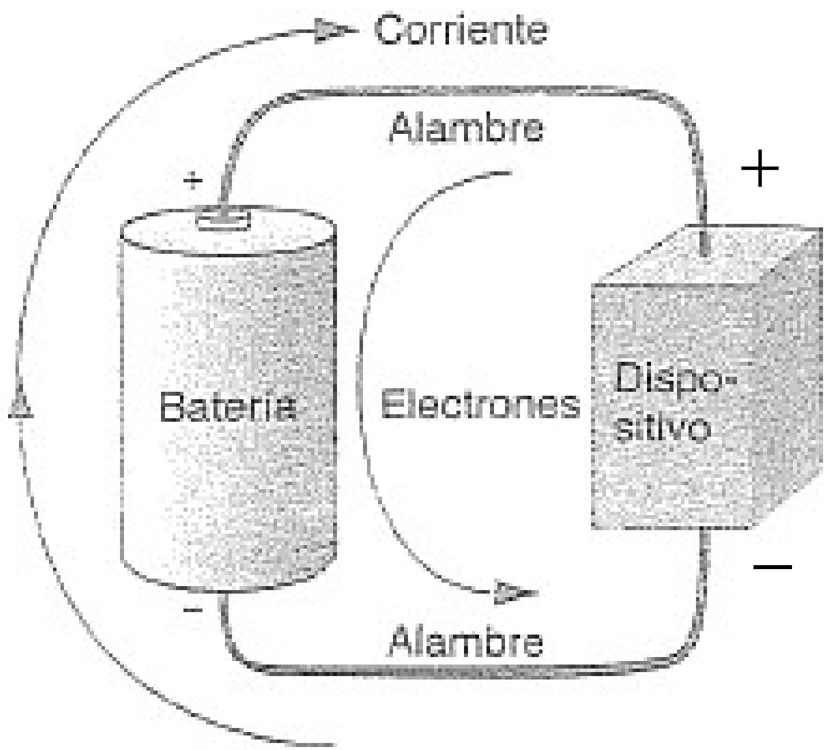
$$\Delta V = iR_{eq}$$

$$iR_{eq} = iR_1 + iR_2$$

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2}$$

$$\boxed{R_{eq} = \sum_n R_n}$$

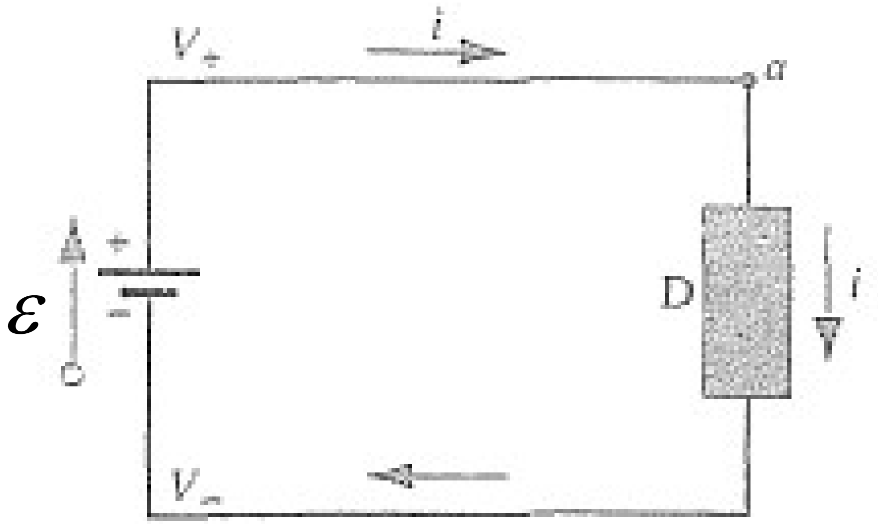
Circuitos de corriente continua



Se requiere una convención para indicar la dirección de la corriente:
La dirección de la corriente es la que seguirían las cargas positivas, a pesar de que los portadores de carga son negativos.

Fuerza electromotriz (fem)

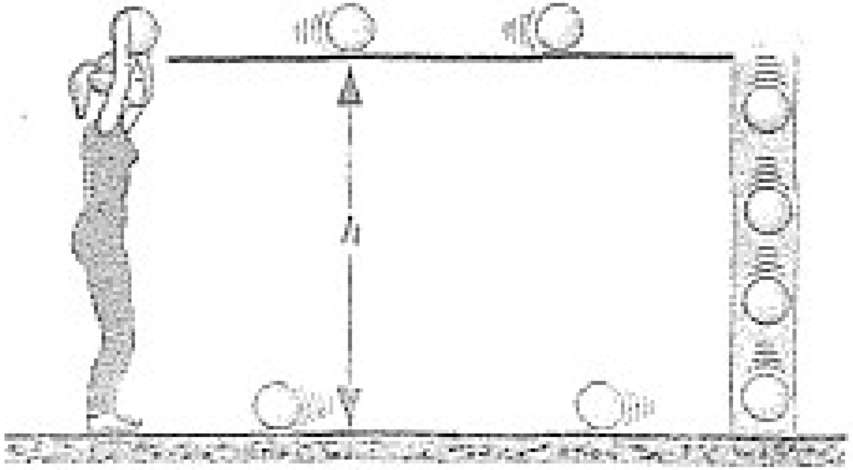
Toda fuente capaz de suministrar energía eléctrica al circuito para mantener circulando una corriente eléctrica.



$$\varepsilon = dW/dq$$

$$[\varepsilon] = \text{joule/coulomb} = \text{volt}$$

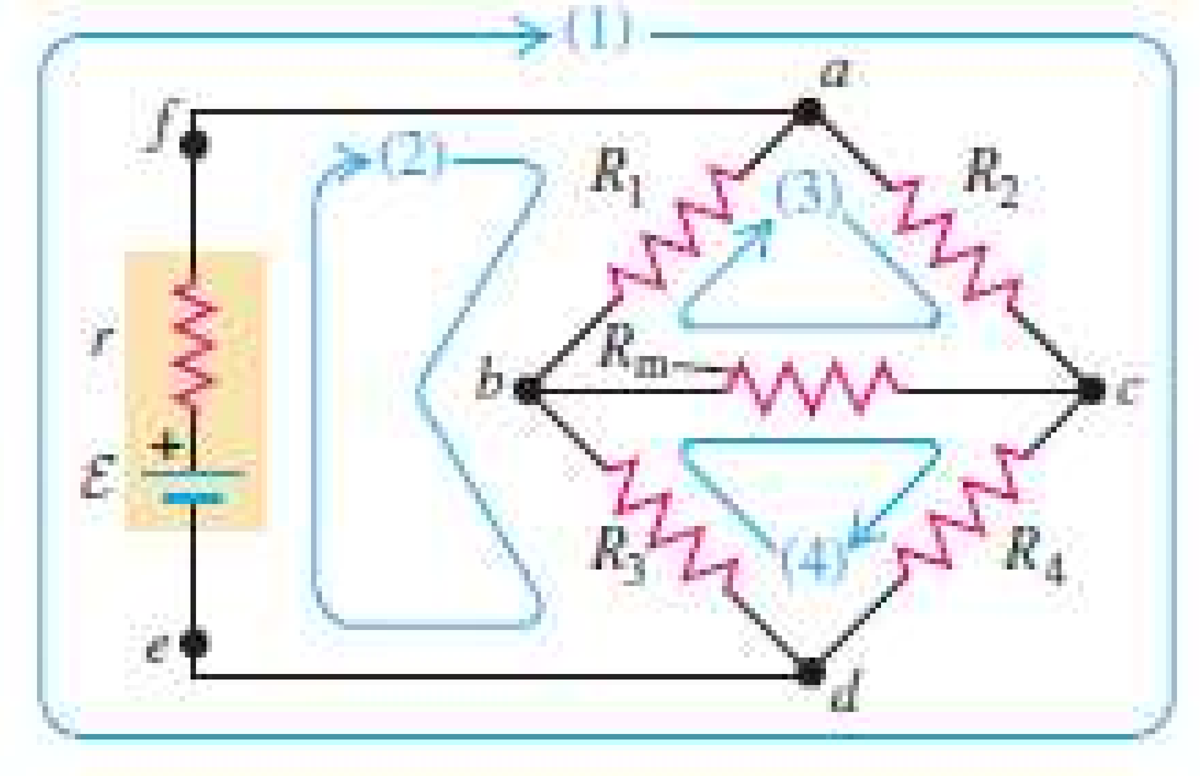
$$\varepsilon = \oint \vec{\mathrm{E}} \cdot \vec{dl} \neq 0 \rightarrow$$ Es un campo NO conservativo



Analogía mecánica

Fem:
Química: pila, bateria
Mecánica: generador eléctrico
Térmica: gradiente de temperatura
Óptica: celda solar

Leyes de Kirchhoff



Nodo: punto del circuito en que se unen tres o más conductores → a, b, c, d
Malla: cualquier trayectoria cerrada de conducción → (1), (2), (3), (4)
Rama: cualquier trayectoria de conducción entre nodos → ab, ac, bd, etc

Leyes de Kirchhoff

Primera ley de Kirchhoff o ley de los nodos: en un nodo cualquiera de un circuito eléctrico, la suma algebraica de las corrientes que entran es igual a la suma de las corrientes que salen

$$\boxed{\sum i_{entran} = \sum i_{salen}} \quad \rightarrow \quad \textbf{Conservación de la carga}$$

Segunda ley de Kirchhoff o ley de las mallas: la suma algebraica de las diferencias de potencial a través de todos los elementos alrededor de cualquier malla es cero.

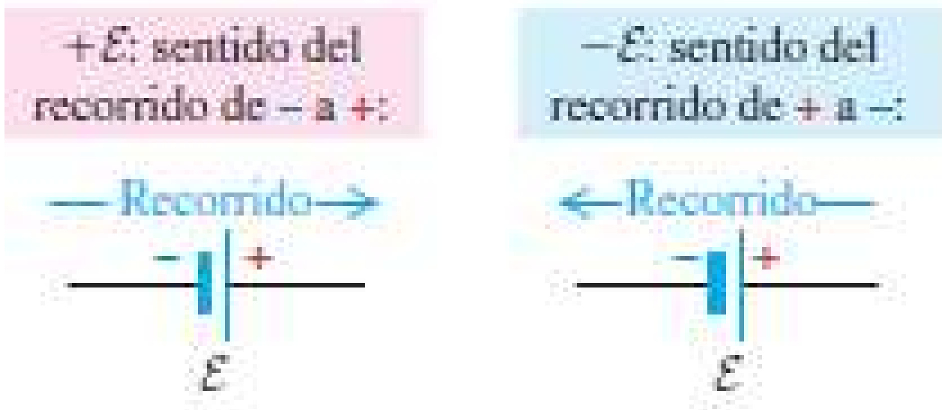
$$\boxed{\sum_i V_i = 0} \quad \rightarrow \quad \textbf{Conservación de la energía}$$

Queremos determinar la **magnitud y sentido de la corriente**

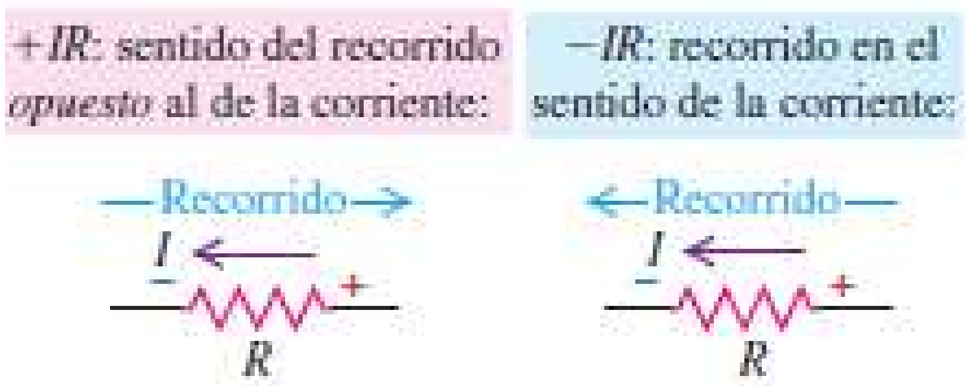
i. Se supone un sentido de circulación para la corriente en cada rama del circuito. Indicarlo en el circuito.
ii. Se aplica la ley de nodos a cada nodo del circuito.

iii. Se aplica la ley de mallas a cada malla del circuito. Se recorre cada malla en un sentido arbitrario (horario o antihorario), comenzando en un punto cualquiera, sumando todas las diferencias de potencial en cada uno de los elementos, retornando al punto de partida.

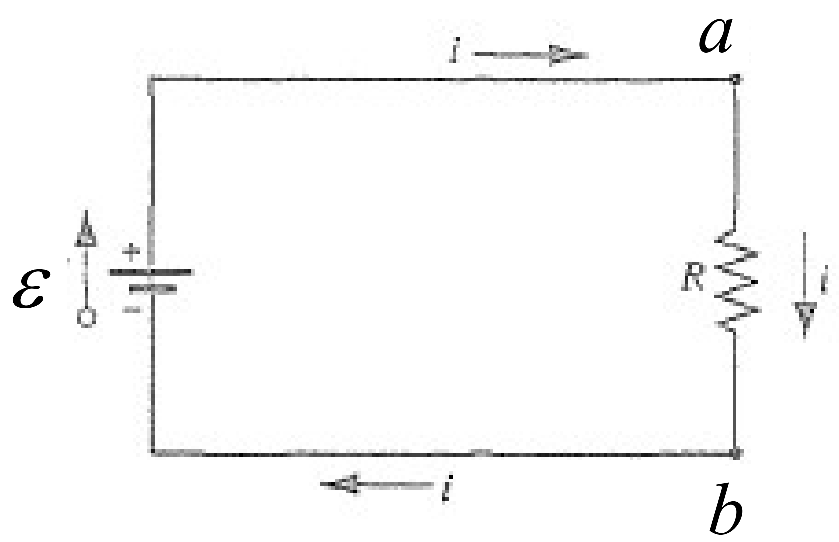
Convención de signos para las fem



Convención de signos para los resistores



Se resuelve el sistema de ecuaciones para las corrientes. Si se obtiene un resultado negativo, es el sentido opuesto, pero la magnitud calculada es correcta.

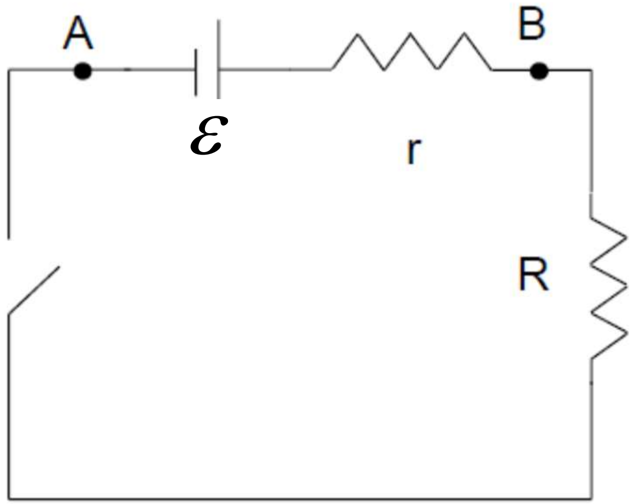


Comenzando por a y recorriendo la malla en **sentido horario**:

$$-iR + \varepsilon = 0$$

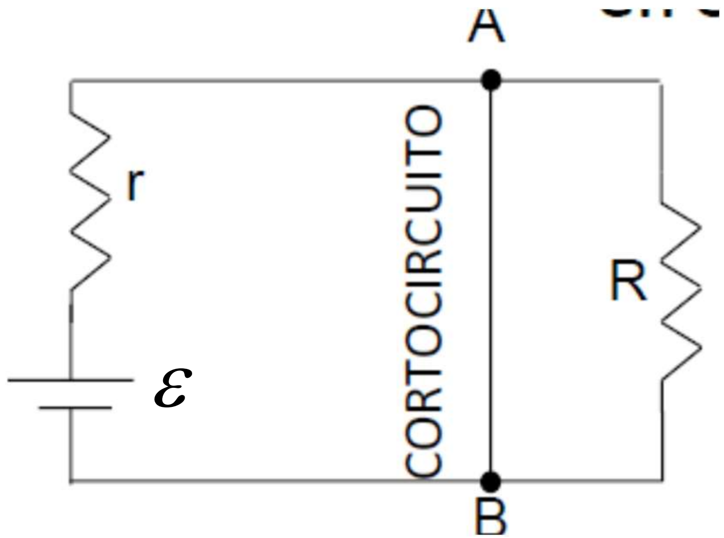
En **sentido antihorario**:

$$-\varepsilon + iR = 0$$



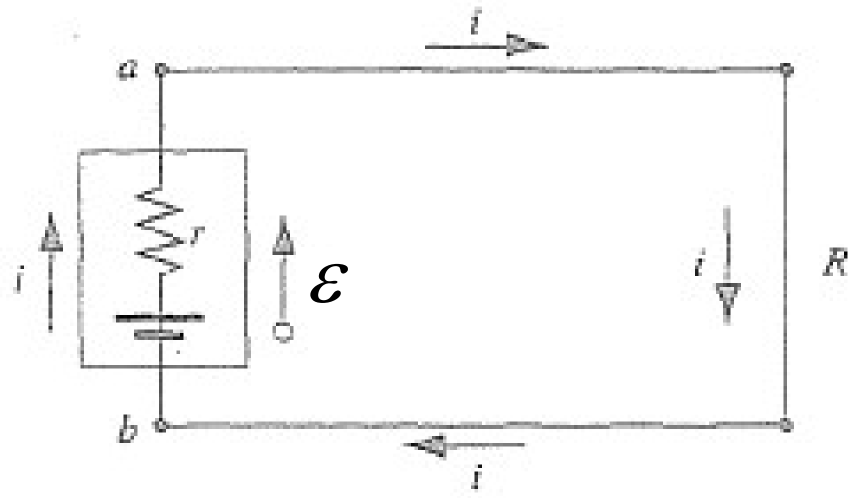
Circuito abierto: es una rama de un circuito por la que no circula corriente.

Cortocircuito: es un recorrido de muy baja resistencia (idealmente R=0) entre dos puntos de un circuito.



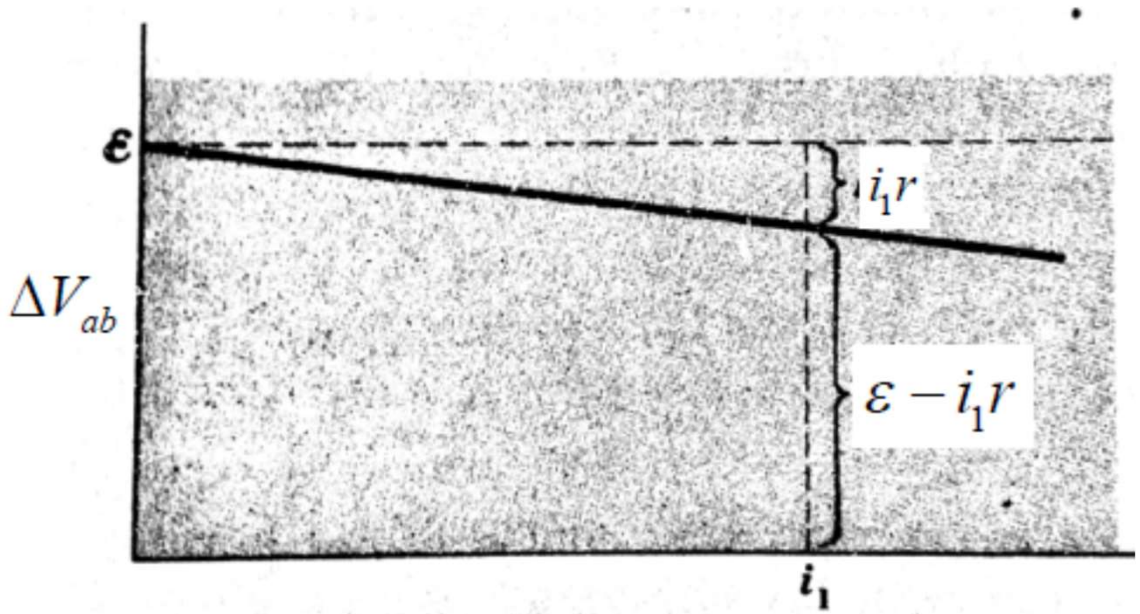
Leyes de Kirchhoff

Resistencia interna de la fuente de fem:
Es propia de los materiales que componen la fuente, disminuye el voltaje de salida y limita la corriente que puede fluir en el circuito.

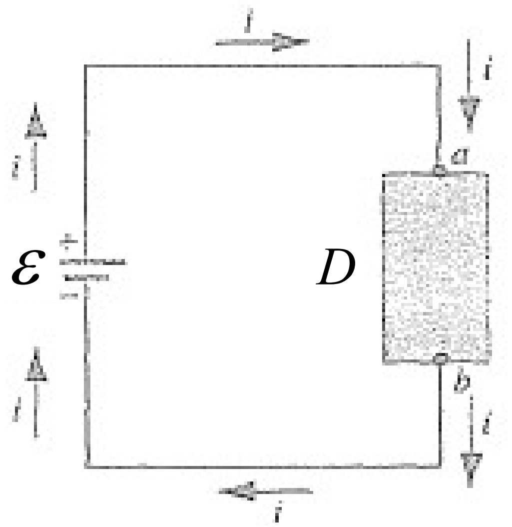


La diferencia de potencial entre los terminales de la batería cuando se conecta al circuito es:

$$\Delta V_{ab} = V_a - V_b = \varepsilon - ir$$



Potencia en un circuito eléctrico



$$dW = \varepsilon dq$$ (fuente ideal, *r* = 0)

La **potencia suministrada por la fuente** sobre la carga:

$$P_{fem} = dW/dt = \varepsilon\, dq/dt$$

$$\boxed{P_{fem} = \varepsilon i}$$

D : resistor, capacitor

Si el circuito es un sistema aislado, su energía total se conserva, la disminución de la energía de la fuente de fem es balanceada por un aumento equivalente de energía en el resto del circuito. Si *D* es un resistor:

$$\Delta V_{ab} = V_a - V_b = \Delta V_R = iR$$

Energía transferida al resistor y disipada: $dU = dq\Delta V_R$

$$P_R = dU/dt = (dq/dt)\Delta V_R = i\Delta V_R$$

Potencia disipada en el resistor: $\boxed{P_R = i^2 R}$ → calentamiento Joule

Potencia en un circuito eléctrico

En una batería real con resistencia interna *r* :

$$\Delta V_{bat} = \varepsilon - ir$$

$$dU = dq\Delta V_{bat} = dq(\varepsilon - ir)$$

La **potencia suministrada por la fuente** sobre la carga:

$$P_{bat} = dU/dt$$

$$P_{bat} = \varepsilon i - i^2 r = P_{fem} - P_r$$

La energía disponible para el resto del circuito disminuye por calentamiento Joule

$$[P] = \text{volt} \,.\, \text{ampere} =$$

$$= (\text{joule}/\text{coulomb}) \;.\; (\text{coulomb}/\text{segundo}) = \text{watt}$$