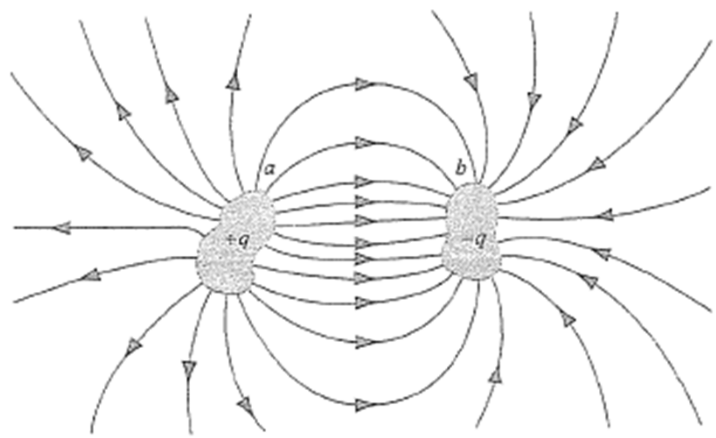
Capacitancia

Prof. Gustavo Forte

Capacitores

Capacitor: Es un dispositivo que almacena carga. Al mismo tiempo almacena energía en el campo electrostático.

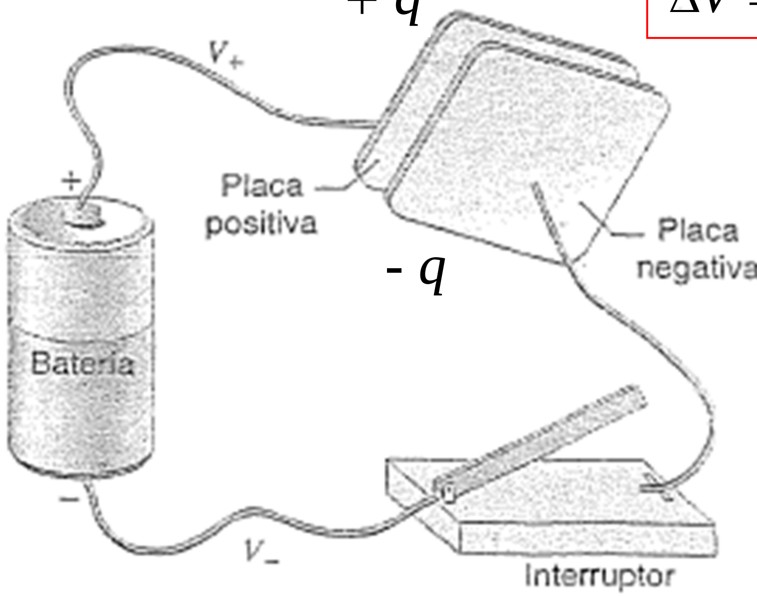


a y *b* son dos conductores de forma arbitraria, se les llama **placas** cualquiera sea su geometría.
El capacitor está **cargado** si sus placas almacenan cargas iguales y opuestas +q y $-q$.

Carga de un capacitor: cerrando el interruptor en el circuito.

$+q$

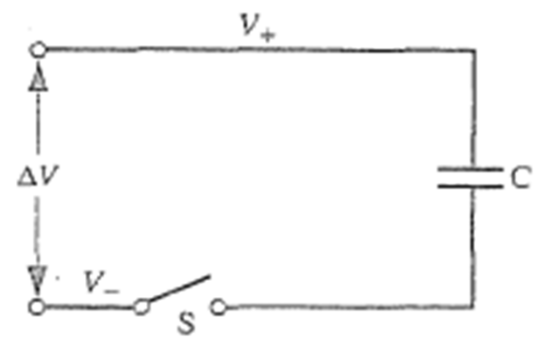
$$\boxed{\Delta V = V_+ - V_-}$$



$-q$

$$\boxed{\Delta V = V_+ - V_-}$$

Circuito equivalente:



Cuando se carga un capacitor $\rightarrow$ $q \propto \Delta V$

$$\boxed{q = C\Delta V} \qquad [C] = \text{faradio} = \text{coulomb/volt}$$

C : **capacitancia**, es un factor geométrico que depende del tamaño, la forma, la separación entre las placas y el material que ocupa el espacio entre ellas. Siempre es positiva. **No depende de la carga**

Capacitancia

Cálculo de la capacitancia:

i. Se calcula el campo $\vec{\mathrm{E}}$ en la región entre las placas

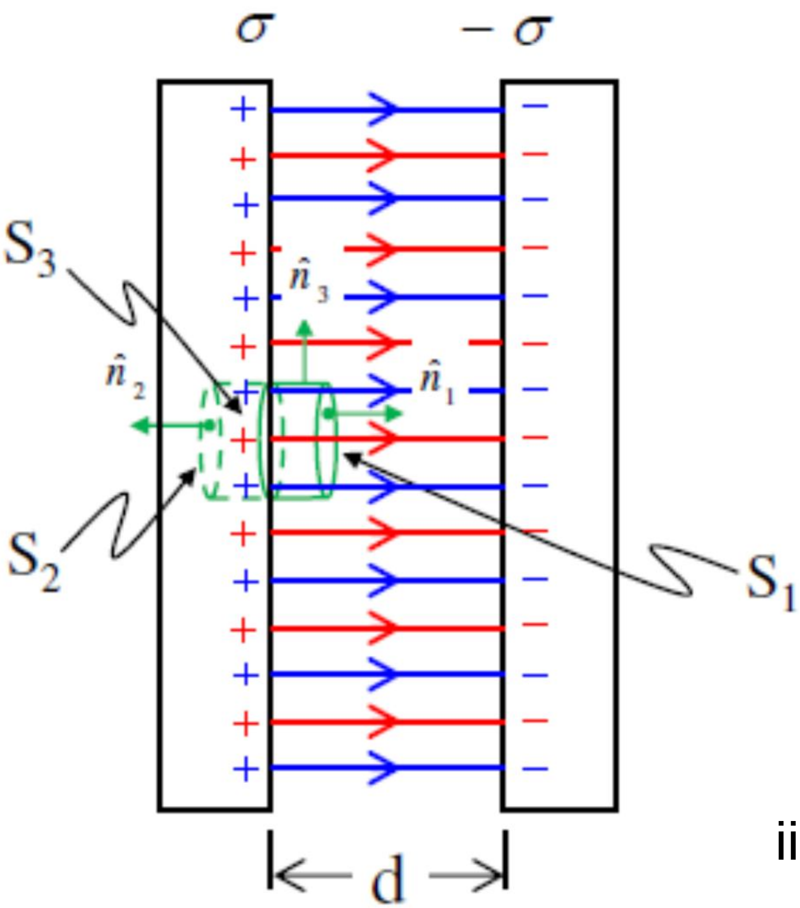
ii. Se calcula la diferencia de potencial entre las placas + y –

$$\Delta V = V_+ - V_- = -\int_-^+ \vec{\mathrm{E}} \cdot \vec{dl}$$

iii.

$$\boxed{C = \frac{Q}{\Delta V}}$$

Ejemplo: Capacitor de placas plano-paralelas



i. Se calcula $\vec{E}$ usando ley de Gauss

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{i}$$

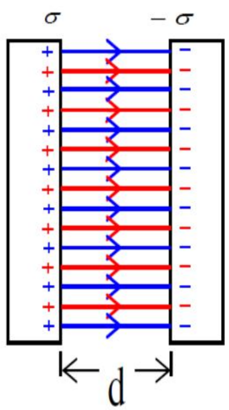
ii. $$\Delta V = -\int_0^d \vec{E}\cdot\vec{dl} = -\int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0}dx = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}d$$

$$|\Delta V| = \frac{Q}{\varepsilon_0 A_{placa}}d$$

iii. $$C = \frac{Q}{\Delta V} \rightarrow \boxed{C = \varepsilon_0\frac{A_{placa}}{d}}$$

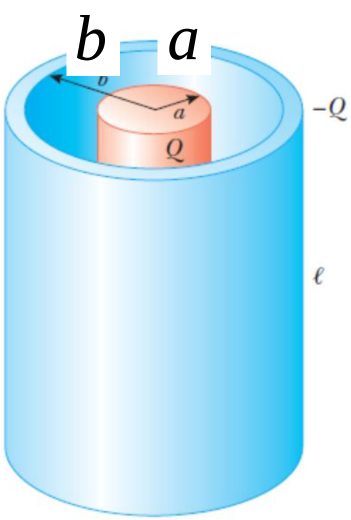
Diferentes geometrías

Capacitor de placas plano-paralelas



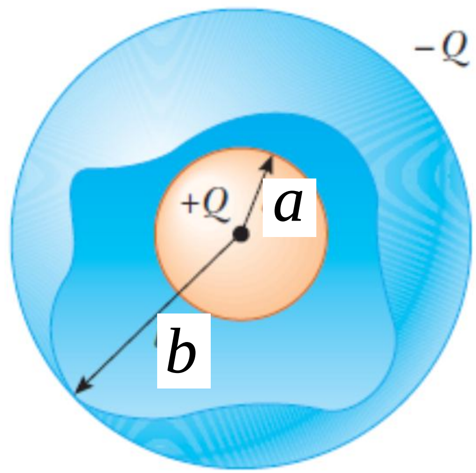
$$C = \varepsilon_0 \frac{A_{placa}}{d}$$

Capacitor cilíndrico



$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\left(b/a\right)}$$

Capacitor esférico



$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 ab}{b-a}$$

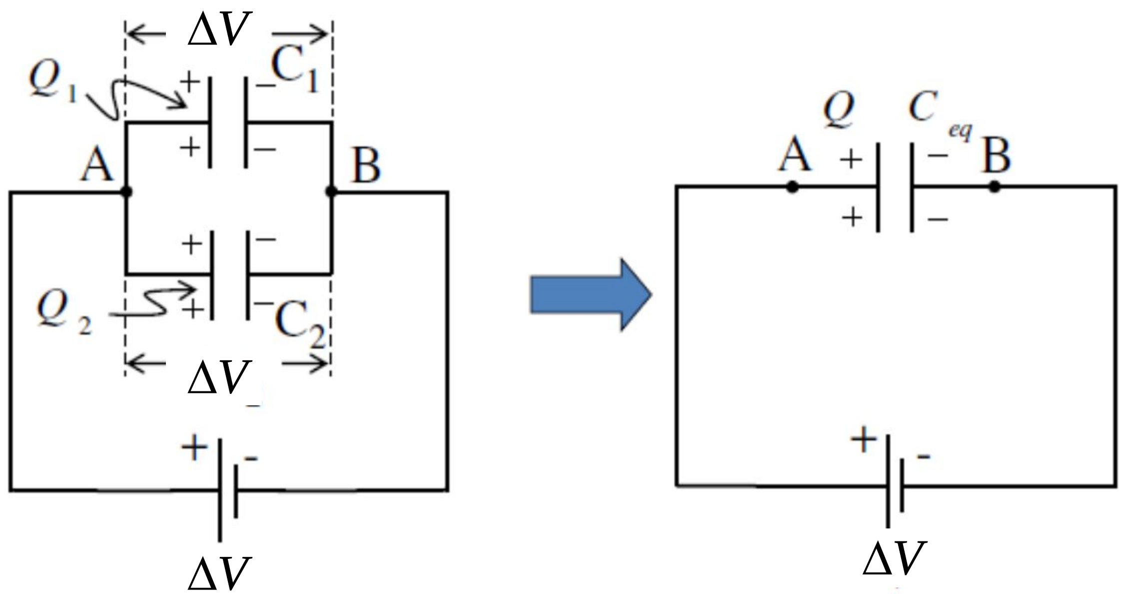
Combinación de capacitores

Los capacitores se suelen combinar en un circuito.
Se llama **capacitancia equivalente** a la capacitancia de un único capacitor que puede sustituir a la combinación sin modificar el funcionamiento del resto del circuito.

Tipos de conexiones:

- **Conexión en paralelo**: los elementos conectados en paralelo tienen todos la misma diferencia de potencial
- **Conexión en serie**: los elementos conectados en serie tienen todos la misma carga

Capacitores en paralelo



i. La misma ΔV de la batería aparece en los elementos de la combinación.
ii. Los elementos comparten la carga total que suministra la batería a la combinación.

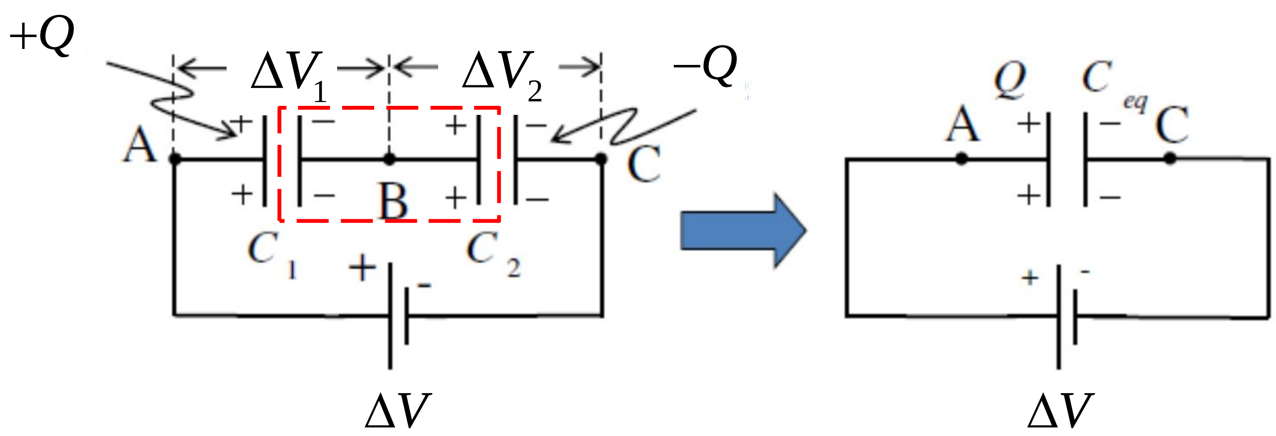
De i: $Q_1 = C_1\Delta V,\ Q_2 = C_2\Delta V$

De ii: $Q = Q_1 + Q_2$

$\rightarrow Q = C_{eq}\Delta V \rightarrow C_1\Delta V + C_2\Delta V = C_{eq}\Delta V$

$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2} \qquad \boxed{C_{eq} = \sum_n C_n}$$

Capacitores en serie



i. La misma carga Q aparece en los elementos de la combinación.
ii. La ΔV que entrega la batería es igual a la suma de las diferencias de potencial en cada elemento.

De i: $\Delta V_1 = \dfrac{Q}{C_1}, \quad \Delta V_2 = \dfrac{Q}{C_2}$

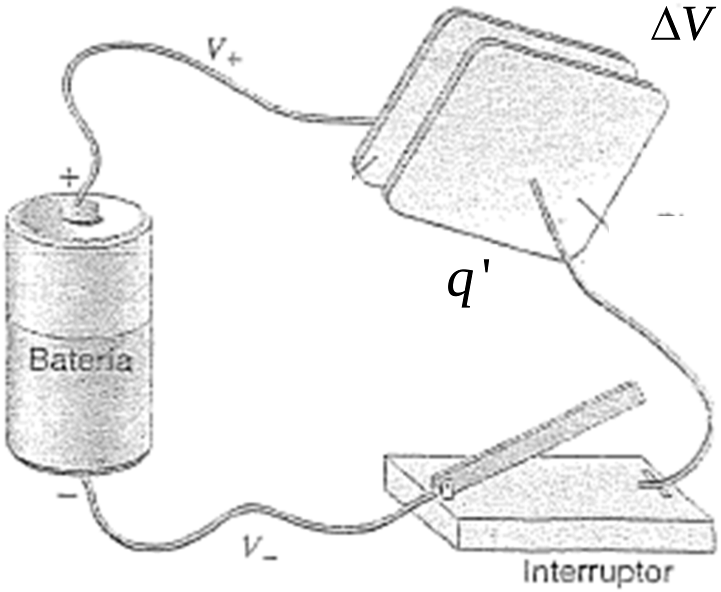
De ii: $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$

$$\rightarrow \Delta V = \frac{Q}{C_{eq}} \rightarrow \frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} \qquad \boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_n \frac{1}{C_n}}$$

Energía almacenada en un campo eléctrico

$\Delta V' = q'/C$



Luego se transfiere un elemento diferencial de carga *dq'*

$$dU = \Delta V' dq' = \frac{q'}{C} dq'$$

hasta que se transfiere una carga total Q :

$$U = \int dU = \int_0^Q \frac{q'}{C} dq' = \boxed{\frac{Q^2}{2C}}$$

O usando $Q = C\Delta V$ → $\boxed{U = \frac{1}{2} C(\Delta V)^2}$

Energía almacenada en un campo eléctrico

¿Dónde se encuentra esta energía?

Por ejemplo, para un capacitor de placas paralelas aislado (no conectado a una batería) que tiene la carga q :

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

Si duplico *d* , *C* disminuye a la mitad y **se duplica la energía almacenada**. La carga *q* en las placas se mantuvo cte., pero **el volumen entre ellas se duplica**.

↓

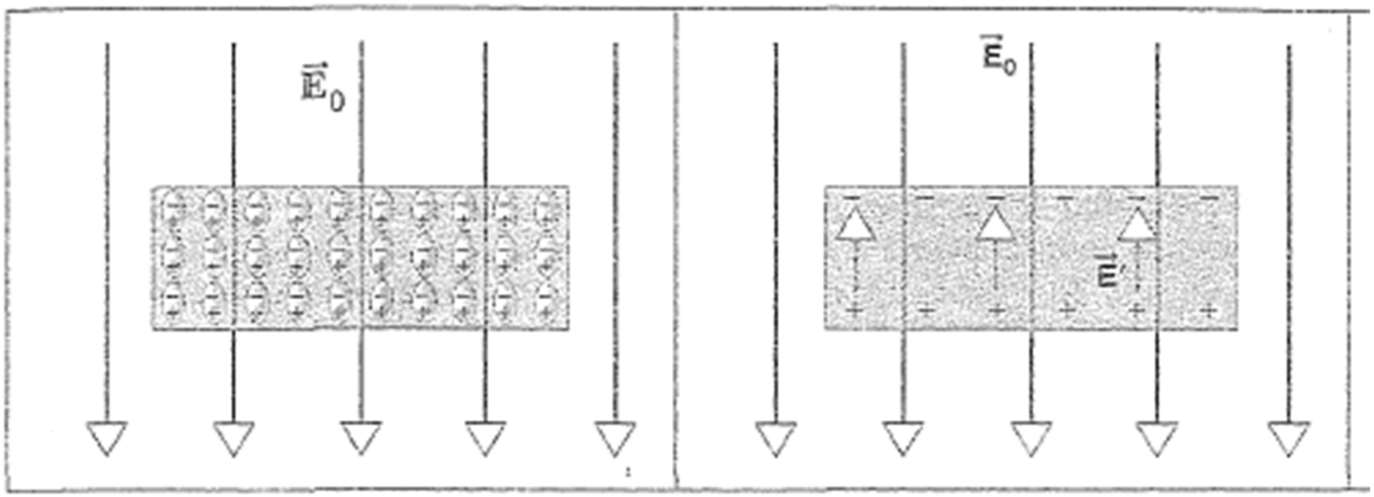
La energía potencial eléctrica se almacena en el CE que hay en la región entre las placas.

La densidad de energía *u* es cte. en toda la región entre las placas:

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{1/2\left(C\ \Delta V^2\right)}{Ad} = \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{\Delta V}{d}\right)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Capacitor con dieléctrico

Cuando aplicamos un CE a un material aislante (dieléctrico)



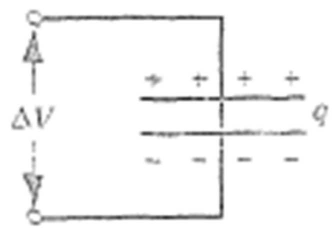
Los dipolos se alinean

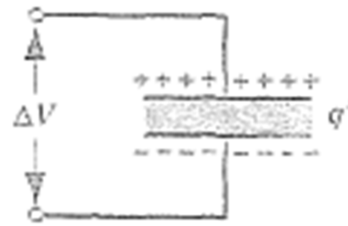
Las cargas inducidas superficiales en el aislante crean un campo de polarización E' en su interior

$\boxed{\vec{E}_0 \;\rightarrow\; \vec{E} = \vec{E}_0 / \kappa_e}$ → dentro del dieléctrico.

κ_e : constante dieléctrica del material, siempre es mayor que 1 → $\boxed{E < E_0}$

Capacitor con dieléctrico





Como ΔV no cambia **debido a que la batería sigue conectada**, el CE dentro del capacitor no cambia $\rightarrow$ la batería suministra una carga adicional *q'* a las placas cuando se inserta el dieléctrico, para compensar la disminución del CE dentro del dieléctrico.

$$\mathrm{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$$

$$\mathrm{E}' = \frac{q'}{\kappa_e \varepsilon_0 A}$$

$$\mathrm{E} = \mathrm{E}' \quad \rightarrow \quad q' = \kappa_e q$$

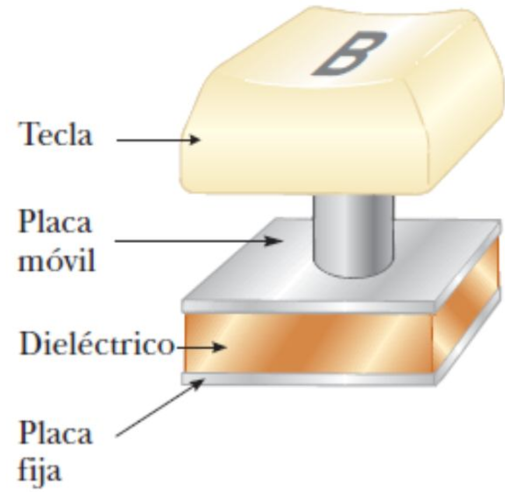
$$\boxed{C' = \frac{q'}{\Delta V'} = \frac{\kappa_e q}{\Delta V} = \kappa_e C}$$

La presencia del dieléctrico aumenta la capacitancia por el factor κ_e

Aplicaciones

Capacitor variable

Tecla de computadora



Pantalla táctil capacitiva