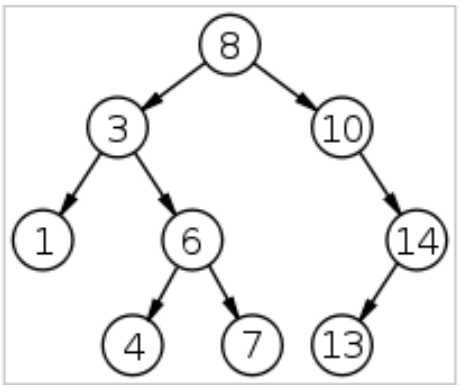
Departamento de Computación
FCEFQyN, Universidad Nacional de Río Cuarto
Asignatura: Estructuras de Datos y Algoritmos - Algoritmos I
Segundo Cuatrimestre de 2022

Práctica No. 5 (Árboles)

1. Dado el árbol binario de la siguiente figura:



   - Marcar el nodo Raíz
   - Cuántos y cuáles son los nodos Hoja?
   - Cuales nodos son ancestros del nodo 4?
   - Cuál es la altura del árbol?
   - Cuántos y cuáles son los nodos del nivel 3?
   - Cual es la profundidad del nodo 6?
   - Imprimir el camino del nodo 8 al nodo 4

2. Demuestre por inducción las siguientes propiedades de árboles binarios y defina las funciones correspondientes en Haskell.

   (a) Para todo árbol t: $alt.t \leq size.t$, en donde alt devuelve la altura y $size$ devuelve su tamaño (definir estas operaciones en Haskell).

   (b) Para todo árbol t: $espejo.espejo.t = t$, en donde $espejo$ es la función que da vuelta los hijos de un árbol recursivamente (definirla en Haskell).

   (c) Definir la función $mapTree : (a \to b) \to (Tree\ a) \to (Tree\ b)$, que dado un árbol, aplica una función dada a cada elemento del árbol.

3. Tenemos un árbol binario t, su recorrido preorden es HDBACFGLJIKNM y en inorden es ABCDFGHIJKLMN, dibujar el árbol, y dar su recorrido postorden.

4. Acceder al directorio `practicas-algoritmos/algoritmos/java/colecciones/arbol/` del repositorio de la materia y complete las diferentes implementaciones de un árbol binario de búsqueda (ArbolBinarioBusquedaEncadenado y Avl).

   - Para cada método calcule su tiempo de ejecución en el peor caso. (En los comentarios de la clase debe incluir un comentario para decir que orden es su algoritmo).
   - En el caso del método aListaInOrder, dar dos implementaciones (recursiva e iterativa) y comparar el tiempo de ejecución.

5. implemente la clase Ntree en Java, la clase NTree implementa los árboles n-arios. Defina al menos dos formas de recorrer sus árboles.

6. Usando su clase ArbolBinarioBusquedaEncadenado, implemente el algoritmo TreeSort visto en clases. Compare este algoritmo con el resto de la clase ArraySorter.

7. Implemente la clase Heap con las operaciones insertar, remover, esVacio y repOk. Para cada método calcule su tiempo de ejecución en el peor caso.

   (a) Utilizando su clase Heap implemente el algoritmo HeapSort. La idea del algoritmo es construir un heap con los elementos del arreglo a ordenar, luego eliminar repetidamente el elemento más grande / más pequeño del heap e insertarlo en el arreglo resultante. Compare este algoritmo con los algoritmos de sorting que implementó en el trabajo práctico.

   (b) Construir un algoritmo que, dado un arreglo de enteros, decida si representa o no un min-heap. Por ejemplo para el arreglo: $[2, 3, 4, 10, 15]$ debería retornar *True*, mientras que para el arreglo: $[2, 10, 4, 5, 3, 15]$ debería retornar *False*.

8. A partir de la implementación de AVL's, empezando desde el árbol vacío, ilustrar como va quedando el AVL cuando se ejecutan las siguientes operaciones:

   - t.insert(10)
   - t.insert(100)
   - t.insert(30)
   - t.insert(80)
   - t.insert(50)
   - t.delete(10)
   - t.insert(60)
   - t.insert(70)
   - t.insert(40)
   - t.delete(80)
   - t.insert(90)
   - t.insert(20)
   - t.delete(30)
   - t.delete(70)

9. Simular la ejecución de las mismas operaciones que el ejercicio anterior en un árbol 2-3.

Ejercicio Obligatorio:

- La Asociación de Fútbol de Argentina (*AFA*) organiza cada año el Torneo de la Liga Profesional de Fútbol, donde se disputa una rueda de partidos entre los diferentes equipos de fútbol que participan del torneo. Cada equipo participante inicia el torneo con puntaje *cero* y al finalizar la rueda única de partidos, aquel equipo que haya obtenido la mayor cantidad de puntos será consagrado campeón del *Torneo LPF* de ese año.
  Los participantes del torneo son clasificados en tablas, para poder valorar su actuación. Estas tablas aplican diversos criterios de acuerdo con los resultados, que determinan una puntuación a cada uno de los competidores, cada victoria entrega 3 puntos, 1 por cada empate y 0 por derrota. Para el caso de empate en puntos en cualquiera de las posiciones, se aplican algunas de las disposiciones del Reglamento General de AFA:
  - En favor del equipo que registre mayor diferencia de goles.

- De subsistir la igualdad, en favor del equipo que hubiese obtenido mayor cantidad de goles a favor.
- De mantenerse la igualdad, se utilizara el sistema *Fair Play*, el cual se determina de acuerdo a las amonestaciones y expulsiones recibidas: una tarjeta amarilla es un punto en contra (-1); una segunda amarilla (roja) son tres puntos (-3); una roja directa, cuatro (-4) y una amarilla y roja directa son cinco puntos en contra (-5).

En este problema, se requiere desarrollar un programa Java que maneje la tabla de posiciones de un torneo de la LPF, con las siguientes operaciones y requerimientos de complejidad en el peor caso:

- **agregarPartido**, se encarga de registrar en la tabla de posiciones los valores asociados a los equipos que jugaron un partido del torneo. Incluye agregar todos los datos del partido necesarios para el calculo de los puntajes según el reglamento del torneo. Esta operación debe realizarse en $O(\log n)$.
- **puntos**, operación que dado un equipo retorna los puntos que tiene ese equipo según la tabla de posiciones. Esta operación debe realizarse en $O(\log n)$.
- **puntero**, esta operación retorna el equipo que está en la primera posición de la tabla y todos los valores en el torneo asociados a ese equipo. Esta operación debe realizarse en $O(1)$.
- **siguiente**, operación que, dado un equipo, retorna el equipo siguiente en la tabla de posiciones. Esta operación debe realizarse en $O(\log n)$.

- Este ejercicio debe resolverse de forma grupal. Para esto pueden reutilizar los grupos creados para la actividad de la práctica anterior o crear un nuevo grupo (informar en estos casos). Los integrantes del grupo deben trabajar colaborativamente para resolver el ejercicio. Esto incluye la realización de commits que reflejen la contribución de cada integrante, con mensajes representativos.
- Para acceder a este ejercicio y unirse/crear los grupos de trabajo debe ingresar al enlace que será publicado en Classroom y por el canal Slack de la materia.