Facultad de Ingenieria
Ing. en Sistemas
Informatica 1
Prof. Ernesto Rodriguez - erodriguez@unis.edu.gt

Examen Parcial #1

Tiempo de resolución: 90 minutos

Instrucciones: Responder las preguntas que se presentan a continuación y hacer los ejercicios que se presenten a continuación.

1 Pregunta #1 (20%)

El famoso matematico Euler hizo la siguiente pregunta: ¿Es possible curzar todos los puentes de Königsberg sin pasar dos veces por el mismo puente? A continuación se muestra un mapa de los puentes de Königsberg:

Su tarea es crear un grafo a partir de estos puentes. Para ello debe:

- Definir el conjunto de nodos

  Resolucón
  siendo $\rightarrow 1 = isla1, 2 = isla2, 3 = isla3, 4 = isla4$
  [(1)(2)(3)(4)]

- Definir el conjunto de vertices

$$\begin{cases} \\ (1,2)\ (1,3)\ (1,4) \\ (2,1)\ (2,3) \\ (3,1)\ (3,2)\ (3,4) \\ (4,1)\ (4,3) \end{cases}$$

  Grafo

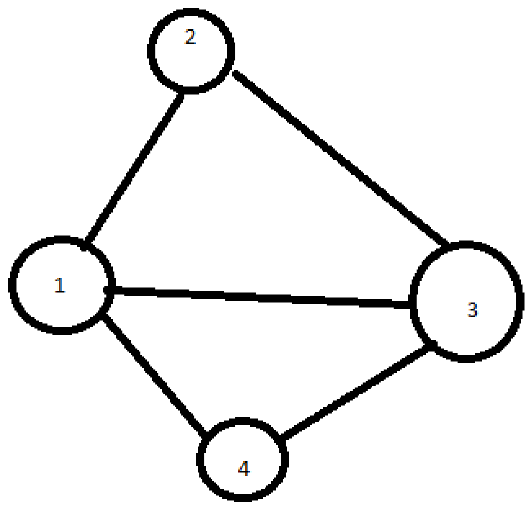

Figure 1: Grafo

Pregunta #2 (20%)

Demostrar utilizando inducción que la formula de Gauss para sumatorias es correcta:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

donde $\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + 3 + 4 + \ \dots \ + n$.

Para esta demostración, su caso base debe ser $n = 1$ en vez de $n = 0$. Sin embargo, la demostración del caso inductivo procede de la misma forma que se ha estudiado en clase.

Resolucón
$s = 1 + 2 + 3.... + (n-1) + n$
$s = n + (n-1) + (n-2) + ... + 2 + 1$
$\oplus$__________________________
$2s = (n+1) + (n+1) + (n+1)..$
$2s = n(n+1)$
$s = \frac{n(n+1)}{2}$

Pregunta #3 (20%)

Definir inductivamente la funcion $\sum(n)$ para numeros naturales unarios la cual tiene el efecto de calcular la suma de 1 hasta n. En otras palabras:

$$\sum(n) = 1 + 2 + 3 + 4 + \ \dots \ + n$$

Puede apoyarse de la suma $\oplus$ de numeros naturales unarios para su definición:

$$a \oplus b = \begin{cases} b & \text{si } a = 0 \\ s(i \oplus b) & \text{si } a = s(i) \end{cases}$$

Resolución
Aplicando la formula de Gauss
$\sum s(0) = \frac{(s(0))(s(0) \oplus s(0))}{s(s(0))}$
$\sum s(0) = \frac{s(0)(s(s(0)))}{s(s(0))}$
$\sum s(0) = \frac{s(s(0))}{s(s(0))}$
$\sum s(0) = s(0)$

Pregutna # 4 (20%)

Demostrar por medio de inducción la comutatividad de la suma de numeros naturales unarios: $a \oplus b = b \oplus a$

Resolución
$\rightarrow a = s(0)$
$\rightarrow b = s(s(0)$
$a \oplus b = b \oplus a$
$s(0) \oplus s(s(0) = s(s(0) \oplus s(0)$
$s(s(0) \oplus s(0) = s(ss(0) \oplus 0$
$s(ss(0) \oplus 0 = s(ss(0)$
$s(ss(0) = s(ss(0)$
$\rightarrow$ Si son iguales

Pregunta #5 (20%)

Dada la función $a \geq b$ para numeros naturales unarios:

$$a \geq b = \begin{cases} s(o) & \text{si } b = o \\ o & \text{si } a = o \\ i \geq j & \text{si } a = s(i) \ \& \ b = s(j) \end{cases}$$

Demostrar utilizando inducción que $((n \oplus n) \geq n) = s(o)$. Puede hacer uso de la asociatividad y comutabilidad de la suma de numeros unarios para su demostración.

Resolución
$\rightarrow n = s(0)$
$((s(0) \oplus s(0) \geq s(0)) = s(0)$
$s(s(0)) \geq s(0) = s(0)$
$s(s(0)) - s(0) \geq 0 = s(0)$
$s(0) \geq 0 = s(0)$
$0 \leq s(0) = s(0)$