Universidad del Istmo de Guatemala
Facultad de Ingenieria
Ing. en Sistemas
Informatica 1
Prof. Ernesto Rodriguez - erodriguez@unis.edu.gt

Hoja de trabajo #4

Fecha de entrega: 30 de Agosto, 2018 - 11:59pm

Instrucciones: Resolver cada uno de los ejercicios siguiendo sus respectivas instrucciones. El trabajo debe ser entregado a traves de Github, en su repositorio del curso, colocado en una carpeta llamada "Hoja de trabajo 1". Al menos que la pregunta indique diferente, todas las respuestas a preguntas escritas deben presentarse en un documento formato pdf, el cual haya sido generado mediante Latex.

Ejercicio #1 (10%)

A continuación se le presentara una serie de definiciones de conjuntos pertenecientes al conjunto $2^{\mathbb{N}}$. Indicar que definiciones corresponden al mismo conjunto, es decir que definiciones definen conjuntos que tienen los mismos elementos.

1. $a := \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$
2. $b := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \,.\, x = n/5\}$
3. $c := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \,.\, n = x * x\}$
4. $d := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists i \in \mathbb{N} \,.\, n = 2^i \wedge n < 100\}$
5. $e := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \,.\, x = \sqrt{n}\}$
6. $f := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \,.\, n = x + x + x + x + x\}$

Respuesta
$1 = 4$
$2 = 6$
$3 = 5$

Ejercicio #2 (10%)

Utilize la *jerga matematica* para definir los siguientes conjuntos:

1. El conjunto de todos los naturales divisibles dentro de 5
   $\{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \,.\, x = n/5\}$

2. El conjunto de todos los naturales divisibles dentro de 4 y 5
   $A := \{n \ \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \ . \ x = n/5\}$
   $B := \{n \ \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \ . \ y = n/4\}$
   $AU \ B = \{x | x\mathbb{N}A \wedge x\exists B\}$

3. El conjunto de todos los naturales que son primos
   $\{n \ \in \mathbb{N}$ ssi $n/n, n/1\}$

4. El conjunto de todos los conjuntos de numeros naturales que contienen un numero divisible dentro de 15
   $C := \{n \ \in \mathbb{N} \mid d\exists N \in \mathbb{N} \ . \ d <= 15\}$

5. El conjunto de todos los conjuntos de numeros naturales que al ser sumados producen 42 como resultado

Ejercicio #3 (10%)

Un numero *semi-primo* es el producto de dos numeros primos. Los numeros *semiprimos* tienen la peculiaridad que nada más son divisibles entre 1 y los dos primos de los cuales dicho numero es un producto. Un ejemplo es el numero seis ($6 = 2 * 3$) el cual se obtiene al multiplicar los primos 2 y 3.

Definir una relación llamada $S \subset \mathbb{N}_{50} \times \mathbb{N}_{50} \times \mathbb{N}_{50}$ en donde $\mathbb{N}_{30} := \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 30\}$. La cual relaciona a todos los numeros *semi-primos* menores a 30 con los numeros primos que lo forman. Las tripletas que pertencen al conjunto que define dicha relación deben ser de la forma $\langle \texttt{primo}_1, \texttt{primo}_2, \texttt{semi} - \texttt{primo} \rangle$, por ejemplo, para el numero 6 corresponderia la tripleta $\langle 2, 3, 6 \rangle$

Ejercicio #4 (20%)

Utilize la *jerga matematica* para definir los conjuntos a los que corresponden las siguientes funciónes:

1. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$; $f(x) = x + x$

2. $g : \mathbb{N} \to \mathbb{B}$; $g(x)$ es verdadero si x es divisible dentro de 5, falso en caso contrario. Nota: $\mathbb{B} = \{\texttt{true}, \texttt{false}\}$, puede definir dos conjuntos separados y definir la función como la union de ambos conjuntos.

3. Indicar el conjunto al que pertenece la función $f \circ g$

4. Definir el conjunto que corresponde a la función $f \circ g$

Ejercicio #5 (20%)

Dadas las siguientes funciones que pertenecen a $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, indique si la función es injectiva, surjectiva o bijectiva.

1. $f(x) = x^2$

2. $g(x) = \frac{1}{cos(x-1)}$

3. $h(x) = 2x$

4. $w(x) = x + 1$

Ejercicio #6 (30%)

A continuación se definira una bijección entre los numeros naturales ($\mathbb{N}$) y los numeros enteros ($\mathbb{Z}$). Se utilizaran varios conjuntos intermediariarios para facilitar el proceso.

1. Definir el conjunto $B_1 \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ el cula empareja a los numeros naturales *pares* con todos los naturales mayores a 0. Eg. $B_1 = \{\langle 2, 1\rangle, \langle 4, 2\rangle, \langle 6, 3\rangle \ldots\}$

2. Definir el conjunto $B_{2a} \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ el cula empareja a los numeros naturales *impares* con todos los naturales mayores a 0. Eg. $B_{2a} = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 3, 2\rangle, \langle 5, 3\rangle \ldots\}$

3. Definir el conjunto $B_2 \in \mathbb{N} \times \mathbb{Z}$ el cual se definie exactamente igual al conjunto B_{2a} excepto que los valores en el contradominio son negativos

4. El conjutno $B := \{\langle 0, 0\rangle\} \cup B_1 \cup B_2$ es la bijeccion que se intenta definir.