



UNIVERSIDAD MARIANO GALVEZ DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE JALAPA
FACULTAD DE INGENIERIA

Alumno/a: Esvin Giovanni González de la Cruz

Carné: 0907-22-12653

Asignatura:	Algebra Lineal	Código:	0907-007	Semestre:	Segundo
Ciclo:	Segundo			Tarea 11	
Catedrático:	Ing. M.A. Samuel de Jesús García				

CAMBIOS DE BASE

1. Sea el conjunto de vectores de **Base B** = $\{(1,1); (-1,2)\}$. Si se tiene el vector **w** respecto a la **Base B**. $[w]_B = (3,1)$ encuentre las coordenadas de este vector **w**, respecto a la **Base Canónica**.

Handwritten solution for problem 1:

$$1. B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \quad w_B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$3b_1 + 1b_2 = w$$
$$3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

The final result is $(2, 5)$, which is crossed out with a red line.

2. Sea el conjunto de vectores de **Base B** = $\{(1,1,1); (1,1,0); (0,1,1)\}$. Si se tiene el vector **w** respecto a la **Base B**. $[w]_B = (2,1,3)$ encuentre las coordenadas de este vector **w**, respecto a la **Base Canónica**.

Handwritten solution for problem 2:

$$2. B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \quad w_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$
$$2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

The final result is $(3, 6, 5)$, which is crossed out with a red line.

3. Sea el conjunto de vectores de **Base B** = $\{ (1,1); (-1,2) \}$. Si se tiene el vector **w** respecto a la **Base Canónica**. $[w]_C = (1,-4)$ encuentre las coordenadas de este vector **w**, respecto a la **Base B**.

Handwritten solution for problem 3:

$$3. B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \quad [w]_C = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$(1, -4) = \alpha (1, 1) + \beta (-1, 2)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\beta \\ 2\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha - \beta = 1 \\ \alpha + 2\beta = -4 \end{cases}$$

$$\alpha - \beta = 1 \Rightarrow \alpha = 1 + \beta$$

$$(1 + \beta) + 2\beta = -4 \Rightarrow 1 + 3\beta = -4 \Rightarrow 3\beta = -5 \Rightarrow \beta = -5/3$$

$$\alpha = 1 + (-5/3) = -2/3$$

$$[w]_B = \begin{pmatrix} -2/3 \\ -5/3 \end{pmatrix}$$

4. Sea el conjunto de vectores de **Base B** = $\{ (1,1,1); (1,1,0); (0,1,1) \}$. Si se tiene el vector **w** respecto a la **Base Canónica**. $[w]_C = (3,6,5)$ encuentre las coordenadas de este vector **w**, respecto a la **Base B**.
5. Sea el conjunto de vectores de **Base B₁** = $\{ (4,-1); (2,3) \}$. y de **Base B₂** = $\{ (2, 1/5); (-2, 6/5) \}$. Encuentre la matriz de cambio de **Base B₁** a **Base B₂**.
6. Si se tiene el vector **w** respecto a la **Base B₁** $[w]_{B_1} = (2,3,-1)$. Encuentre las coordenadas de este vector **w**, respecto a la **Base B₂** utilizando la matriz de cambio de base del problema anterior.
7. Sea el conjunto de vectores de **Base B₁** = $\{ (1,1); (1,-2) \}$. y de **Base B₂** = $\{ (-1,3); (2,-1) \}$. Encuentre la matriz de cambio de **Base B₁** a **Base B₂**.
8. Si se tiene el vector **w** respecto a la **Base B₁** $[w]_{B_1} = (1,-4,2)$. Encuentre las coordenadas de este vector **w**, respecto a la **Base B₂** utilizando la matriz de cambio de base del problema anterior.

CONJUNTOS GENERADORES DE UN ESPACIO VECTORIAL

Videos de referencia:

https://www.youtube.com/watch?v=9UfJeBlx1oM&list=PLjOW4011GRu_W3UVYqVhLmCFt2mKgeh1&index=1

1. Determinar si el conjunto de vectores $L=\{V_1, V_2\}$ generan el espacio vectorial \mathbb{R}^2

$$V_1=(1,2)$$

$$V_2=(3,4)$$

$$V_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$V_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \beta = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ 2\alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3\beta \\ 4\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha + 3\beta \\ 2\alpha + 4\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \alpha + 3\beta = x \\ 2\alpha + 4\beta = y \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & x \\ 2 & 4 & y \end{array} \right) = \begin{array}{l} 2 - 2 \times 1 = 0 \\ 4 - 2 \times 3 = -2 \end{array} \quad \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & x \\ 0 & -2 & -2x+y \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} 0/(-2) = 0 \\ -2/(-2) = 1 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & x \\ 0 & 1 & \frac{2x-y}{2} \end{array} \right) = \begin{array}{l} 1 - 3 \times 0 = 1 \\ 3 - 3 \times 1 = 0 \end{array} \quad \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & \frac{-4x+3y}{2} \\ 0 & 1 & \frac{2x-y}{2} \end{array} \right) \quad \#$$

$$R \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & \frac{-4x+3y}{2} \\ 0 & 1 & \frac{2x-y}{2} \end{array} \right) \quad \#$$

2. Determinar si el conjunto de vectores $L=\{V_1, V_2\}$ generan el espacio vectorial \mathbb{R}^2

$$V_1=(1,2)$$

$$V_2=(3,6)$$

$$V_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad V_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ 2\alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3\beta \\ 6\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha + 3\beta \\ 2\alpha + 6\beta \end{pmatrix} = \begin{cases} \alpha + 3\beta = x \\ 2\alpha + 6\beta = y \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & x \\ 2 & 6 & y \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{2-2 \times 1=0 \\ 6-2 \times 3=0}} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & x \\ 0 & 0 & -2x+y \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & x \\ 0 & 0 & -2x+y \end{array} \right)$$

3. Determinar si el conjunto de vectores $L=\{V_1, V_2, V_3\}$ generan el espacio vectorial \mathbb{R}^3

$$V_1=(1,2,3)$$

$$V_2=(-1,2,3)$$

$$V_3=(5,2,3)$$

$$V_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad V_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad V_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ 2\alpha \\ 3\alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta \\ 2\beta \\ 3\beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5\gamma \\ 2\gamma \\ 3\gamma \end{pmatrix} = \begin{cases} \alpha + \beta + 5\gamma = x \\ 2\alpha + 2\beta + 2\gamma = y \\ 3\alpha + 3\beta + 3\gamma = z \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 5 & x \\ 2 & 2 & 2 & y \\ 3 & 3 & 3 & z \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{2-2 \times 1=0 & 3-3 \times 1=0 \\ 2-2 \times 1=0 & 3-3 \times 1=0 \\ 2-2 \times 5=-8 & 3-3 \times 5=-12}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 5 & x \\ 0 & 0 & 0 & -2x+y \\ 0 & 0 & 0 & -3x+2z \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned} -8/(-8) &= 1 \\ -12/(-12) &= 1 \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 5 & x \\ 0 & 0 & 0 & -2x+y \\ 0 & 0 & 0 & -3x+2z \end{array} \right)$$

4. Determinar si el conjunto de vectores $L=\{V_1, V_2, V_3\}$ generan el espacio vectorial R^3
 $V_1=(1,2,3)$ $V_2=(-1,2,3)$ $V_3=(0,4,6)$

5. Determinar si el conjunto de vectores $L=\{V_1, V_2, V_3\}$ generan el espacio vectorial R^3
 $v_1 = (1,-1,2)$ $v_2 = (-1,1,2)$ $v_3 = (0,0,1)$

6. Determinar si el conjunto de vectores $L=\{V_1, V_2, V_3\}$ generan el espacio vectorial R^3
 $v_1 = (-1,0,0)$ $v_2 = (0,2,0)$ $v_3 = (0,0,1)$

7. Determinar si el conjunto de vectores $L=\{V_1, V_2\}$ generan el espacio vectorial R^2
 $v_1 = (-1,3)$ $v_2 = (2,2)$

8. Determinar si el conjunto de vectores $L=\{V_1, V_2\}$ generan el espacio vectorial R^2
 $v_1 = (1,2)$ $v_2 = (-2,-4)$

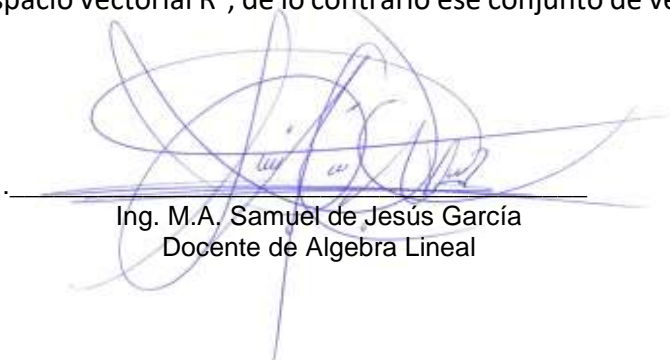
9. Determinar si el conjunto de vectores $L=\{V_1, V_2, V_3\}$ generan el espacio vectorial P_2
 $V_1 = 1-x$ $V_2 = 3-x^2$ $V_3 = x$

10. Determinar si el conjunto de vectores $L=\{V_1, V_2, V_3\}$ generan el espacio vectorial P_2
 $V_1 = 1-x$ $V_2 = 3-x$ $V_3 = x$

11. Determinar si el conjunto de vectores $L=\{V_1, V_2, V_3, V_4\}$ generan el espacio vectorial M_{22}
 $V_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $V_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $V_1 = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $V_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

12. Determinar si el conjunto de vectores $L=\{V_1, V_2, V_3, V_4\}$ generan el espacio vectorial M_{22}
 $V_1 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $V_1 = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $V_1 = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ $V_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}$

NOTA: Todo conjunto de vectores que generan un espacio vectorial R^n , entonces ese conjunto de vectores es base del espacio vectorial R^n , de lo contrario ese conjunto de vectores no son base del espacio vectorial R^n .



Ing. M.A. Samuel de Jesús García
 Docente de Álgebra Lineal