

1. Prove por indução matemática que para todo $n \in \mathbb{N} - \{0\}$ tem-se que, $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
2. Prove por indução matemática que para todo $n \in \mathbb{N} - \{0\}$ tem-se que, $1 + 3 + 5 + \dots + 2(n-1) = n^2$.
3. Prove por indução matemática que para todo $n \in \mathbb{N} - \{0\}$ tem-se que, $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$.
4. Prove por indução matemática que para todo $n \in \mathbb{N} - \{0\}$ tem-se que, $2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n = n^2$.
5. Usando o sistema formal da aritmética de Peano demonstre que:
 - Para todo $a, b \in \mathbb{N}$ tem-se que $a + b = b + a$.
 - Para todo $a, b, c \in \mathbb{N}$ tem-se que $(a + b) + c = a + (b + c)$.
 - Para todo $a, b, c \in \mathbb{N}$, se $a + c = b + c$, então $a = b$.
6. Utilizando sua linguagem de programação favorita, construa uma pequena biblioteca que implementa o sistema formal da aritmética de Peano, como visto nas últimas aulas. Ressaltando que, além de conter a formalização dos números naturais, a biblioteca deve também implementar as seguintes operações:
 - Soma.
 - Subtração.
 - Multiplicação.
 - Máximo entre dois números.

Ps. Sua biblioteca deve oferecer ao usuário uma interface (talvez via REPL, ou função `toString`) que permita ver o comportamento (ou seja, não somente o resultado final) da aplicação de todas as operações contidas na biblioteca.