

# 浙江大学实验报告

专业： 信息工程  
姓名： 黄嘉欣  
学号： 3190102060  
日期： 2021.11.22

课程名称： 数字信号处理 成绩： \_\_\_\_\_  
实验名称： FIR 数字滤波器设计与使用 实验类型： 综合性实验

## 一、实验目的和要求

设计和应用 FIR 数字滤波器。掌握 FIR 数字滤波器的窗函数设计法，了解设计参数（窗型、窗长）的影响。

## 二、实验内容和步骤

编写 MATLAB 程序，完成以下工作。

### 2.1 设计两个 FIR 低通滤波器，截止频率 $\omega_c=0.5\pi$ 。

- (1) 用矩形窗，窗长  $N=31$ 。得出第一个滤波器的单位抽样响应序列  $h_1(n)$ 。记下  $h_1(n)$  的各个抽样值，画出  $h_1(n)$  的图形（用 `stem(.)`）。求出该滤波器的频率响应（的  $N$  个抽样） $H_1(k)$ ，显示  $|H_1(k)|$  的图形。
- (2) 用汉明窗，窗长  $N=31$ 。得出第二个滤波器的单位抽样响应序列  $h_2(n)$ 。记下  $h_2(n)$  的各个抽样值，显示  $h_2(n)$  的图形。求出滤波器的频率响应  $H_2(k)$ ，显示  $|H_2(k)|$  的图形。
- (3) 由图形，比较  $h_1(n)$  与  $h_2(n)$  的差异， $|H_1(k)|$  与  $|H_2(k)|$  的差异。

### 2.2 产生长度为 200 点、均值为零的均匀分布 $[-0.5, 0.5]$ 随机信号序列 $x(n)$ （可用 `rand(1,200)-0.5`）。显示 $x(n)$ 。求出并显示其幅度谱 $|X(k)|$ ，观察特征。

### 2.3 滤波

- (1) 将  $x(n)$  作为输入，经过第一个滤波器后的输出序列记为  $y_1(n)$ ，其幅度谱记为  $|Y_1(k)|$ 。显示  $|X(k)|$  与  $|Y_1(k)|$ ，讨论滤波前后信号的频谱特征。
- (2) 将  $x(n)$  作为输入，经过第二个滤波器后的输出序列记为  $y_2(n)$ ，其幅度谱记为  $|Y_2(k)|$ 。比较  $|Y_1(k)|$  与  $|Y_2(k)|$  的图形，讨论不同的窗函数设计出的滤波器的滤波效果。

### 2.4 设计第三个 FIR 低通滤波器，截止频率 $\omega_c=0.5\pi$ 。用矩形窗，窗长 $N=127$ 。用它对

$x(n)$ 进行滤波。显示输出信号  $y_3(n)$ 的幅度谱 $|Y_3(k)|$ , 并与 $|Y_1(k)|$ 比较, 讨论不同的窗长设计出的滤波器的滤波效果。

2.5 分别用矩形窗及汉宁窗设计 FIR 带通数字滤波器, 其中通带边缘频率分别为 160 Hz 及 1.5 kHz, 过渡带宽 150 Hz, 分别用设计得到的数字滤波器对附件音频文件 “05-03-noisy.wav” (数据读取函数 `audioread`) 进行滤波, 画出滤波以后的信号时间序列及幅频响应图, 并讨论滤波效果。

### 三、实验数据记录和处理

3.1 列出 MATLAB 程序清单, 加注释。

① 设计两个 FIR 低通滤波器, 截止频率 $\omega_c=0.5\pi$ 。

MATLAB 代码:

```
% LP_FIR_31.m
clc; clear;

wc = 0.5*pi; % 截止频率
N = 31; % 窗长
n = 0:N-1;
w1 = (rectwin(N))'; % 矩形窗
w2 = (hamming(N))'; % 汉明窗

% 第一个滤波器的单位抽样响应序列
h1 = fir1(N-1,wc/pi,w1);
% 第二个滤波器的单位抽样响应序列
h2 = fir1(N-1,wc/pi,w2);

% 第一个滤波器的频率响应及其抽样值
[H1,db1,mag1,pha1,grd1,w1] = freqz_m(h1,1);
H1k = dftmtx(N)*h1';
% 第二个滤波器的频率响应及其抽样值
[H2,db2,mag2,pha2,grd2,w2] = freqz_m(h2,1);
H2k = dftmtx(N)*h2';

% 将h1、H1的抽样值写入文件
f1 = fopen(' ../MATLAB计算结果/LPRectWindow.txt','w');
for i = 1:6
    for j = 1:5 % 每行6个
        fprintf(f1,'h1(%d) = %.6f, ',5*(i-1)+j-1,h1(5*(i-1)+j));
    end
    fprintf(f1,'\n');
```

```
end
fprintf(f1, 'h1(30) = %.6f\n', h1(31));
for i = 1:6
    for j = 1:5 % 每行6个
        fprintf(f1, 'H1(%d) = %.6f, ', 5*(i-1)+j-1, H1k(5*(i-1)+j));
    end
    fprintf(f1, '\n');
end
fprintf(f1, 'H1(30) = %.6f\n', H1k(31));

% 将h2、H2的抽样值写入文件
f2 = fopen(' ../MATLAB计算结果/LPHamming.txt', 'w');
for i = 1:6
    for j = 1:5 % 每行5个
        fprintf(f2, 'h2(%d) = %.6f, ', 5*(i-1)+j-1, h2(5*(i-1)+j));
    end
    fprintf(f2, '\n');
end
fprintf(f2, 'h2(30) = %.6f\n', h2(31));
for i = 1:6
    for j = 1:5 % 每行6个
        fprintf(f2, 'H2(%d) = %.6f, ', 5*(i-1)+j-1, H2k(5*(i-1)+j));
    end
    fprintf(f2, '\n');
end
fprintf(f2, 'H2(30) = %.6f\n', H2k(31));

% 绘图
figure;
subplot(3,1,1); stem(n, h1, 'filled'); % h1(n)
title('h1(n)'); xlabel('n'); ylabel('magnitude');
subplot(3,1,2); stem(n, abs(H1k), 'filled'); % |H1(k)|
title('|H1(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
subplot(3,1,3); plot(0:1/500:1, 20*log10(mag1)); % H1(w)
title('20lg|H1(w)|');
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('Decibels');

figure;
subplot(3,1,1); stem(n, h2, 'filled'); % h2(n)
title('h2(n)'); xlabel('n'); ylabel('magnitude');
subplot(3,1,2); stem(n, abs(H2k), 'filled'); % |H2(k)|
title('|H2(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
subplot(3,1,3); plot(0:1/500:1, 20*log10(mag2)); % H2(w)
title('20lg|H2(w)|');
```

```
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('Decibels');

% 比较曲线差异
figure;
subplot(3,1,1); stem(n,h1,'filled');
hold on; stem(n,h2,':p','filled');
title('单位抽样响应序列'); xlabel('n'); ylabel('magnitude');
legend('h1(n)','h2(n)');
subplot(3,1,2); stem(n,abs(H1k),'filled');
hold on; stem(n,abs(H2k),':p','filled');
title('频率响应抽样序列'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
legend('|H1(k)|','|H2(k)|');
subplot(3,1,3); plot(0:1/500:1,20*log10(mag1));
hold on; plot(0:1/500:1,20*log10(mag2),'-r');
title('频率响应'); xlabel('frequency in pi units'); ylabel('dB');
legend('20lg|H1(w)|','20lg|H2(w)|');
```

- ② 产生长度为 200 点、均值为零的均匀分布 $[-0.5, 0.5]$ 随机信号序列  $x(n)$ 。

MATLAB 代码:

(此代码只演示序列生成方法,对  $x(n)$  滤波时会另行即时生成随机信号序列)

```
% randomSeq.m
clc; clear;

N = 200; % 长度
n = 0:N-1;
x = rand(1,N)-0.5; % 产生随机信号序列
X = dftmtx(N)*x'; % 离散傅里叶变换

% 将X(k)写入文件
f1 = fopen(' ../MATLAB计算结果/randomSeq.txt','w');
for i = 1:N
    fprintf(f1,'X(%d) = %.5f\n',i-1,X(i));
end

% 绘图
subplot(2,1,1); stem(n,x,'filled');
title('信号序列'); xlabel('n'); ylabel('magnitude');
subplot(2,1,2); stem(n,abs(X),'filled');
title('幅度谱'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
```

- ③ 设计第三个 FIR 低通滤波器,并用设计出的三个滤波器对  $x(n)$  滤波。

MATLAB 代码:

```
% Filters.m
clc; clear;

N1 = 200; % 长度
n1 = 0:N1-1;
x = rand(1,N1)-0.5; % 随机信号序列
X = dftmtx(N1)*x'; % 幅度谱

wc = 0.5*pi; % 截止频率
N2 = 31; % 窗长
n2 = 0:N2-1;
w1 = (rectwin(N2))'; % 矩形窗
w2 = (hamming(N2))'; % 汉明窗

N3 = 127; % 窗长
n3 = 0:N3-1;
w3 = (rectwin(N3))'; % 矩形窗

% 第一个滤波器的单位抽样响应序列
h1 = fir1(N2-1,wc/pi,w1);
% 第二个滤波器的单位抽样响应序列
h2 = fir1(N2-1,wc/pi,w2);
% 第三个滤波器的单位抽样响应序列
h3 = fir1(N3-1,wc/pi,w3);

% 经过第一个滤波器后的输出序列
y1 = filter(h1,1,x);
Y1 = dftmtx(N1)*y1'; % 幅度谱
% 经过第二个滤波器后的输出序列
y2 = filter(h2,1,x);
Y2 = dftmtx(N1)*y2'; % 幅度谱
% 经过第三个滤波器后的输出序列
y3 = filter(h3,1,x);
Y3 = dftmtx(N1)*y3'; % 幅度谱

% 第一个滤波器的频率响应
[H1,db1,mag1,pha1,grd1,w1] = freqz_m(h1,1);
% 第三个滤波器的频率响应
[H3,db3,mag3,pha3,grd3,w3] = freqz_m(h3,1);

% 将X(k)写入文件
f1 = fopen(' ../MATLAB计算结果/randomSeq.txt','w');
for i = 1:N1
    fprintf(f1,'X(%d) = %.5f\n',i-1,X(i));
```

```
end

% 绘图
subplot(2,1,1); stem(n1,x,'filled');
title('信号序列x(n)'); xlabel('n'); ylabel('magnitude');
subplot(2,1,2); stem(n1,abs(X),'filled');
title('幅度谱|X(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');

figure; % 第一个滤波器
subplot(2,1,1); stem(n1,abs(X),'filled');
title('|X(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
subplot(2,1,2); stem(n1,abs(Y1),'filled');
title('|Y1(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');

figure; % 第二个滤波器
subplot(2,1,1); stem(n1,abs(X),'filled');
title('|X(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
subplot(2,1,2); stem(n1,abs(Y2),'filled');
title('|Y2(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');

figure; % 第三个滤波器
subplot(2,1,1); stem(n1,abs(X),'filled');
title('|X(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
subplot(2,1,2); stem(n1,abs(Y3),'filled');
title('|Y3(k)|'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');

% 比较滤波器输出频谱
figure; stem(n1,abs(Y1),'filled');
hold on; stem(n1,abs(Y2),':p','filled');
title('输出频谱'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
legend('|Y1(k)|','|Y2(k)|'); % |Y1(k)|与|Y2(k)|

figure; stem(n1,abs(Y1),'filled');
hold on; stem(n1,abs(Y3),':p','filled');
title('输出频谱'); xlabel('k'); ylabel('magnitude');
legend('|Y1(k)|','|Y3(k)|'); % |Y1(k)|与|Y3(k)|

% 比较滤波器性能
figure;
subplot(2,1,1); plot(0:1/500:1,mag1);
hold on; plot(0:1/500:1,mag3,'-r');
title('频谱'); xlabel('frequency in pi units'); ylabel('magnitude');
legend('|H1(w)|','|H3(w)|'); % |H1(w)|与|H3(w)|
subplot(2,1,2); plot(0:1/500:1,20*log10(mag1));
```

```
hold on; plot(0:1/500:1,20*log10(mag3),'-r');  
title('频率响应'); xlabel('frequency in pi units'); ylabel('dB');  
legend('20lg|H1(w)|','20lg|H3(w)|'); % 幅频响应
```

④ 设计 FIR 带通数字滤波器，对音频文件滤波。

MATLAB 代码:

```
% BP_FIR.m  
clc; clear;  
  
f1 = 160-150/2; % 通带开始频率  
fh = 1500+150/2; % 通带截止频率  
% 读取音频信息, fs为采样频率  
[audio,fs] = audioread(' ../Audio/05-03-noisy.wav');  
Y=fft(audio); % 原始信号的频谱  
N = length(audio); % 信号长度  
wl = 2*pi*f1/fs;  
wh = 2*pi*fh/fs; % 数字截止频率  
tr_width = 2*pi*150/fs; % 过渡带宽  
  
% 矩形窗  
N1 = ceil(1.8*pi/tr_width)+1; % 取奇数97  
w_rec = (rectwin(N1))'; % 窗函数  
h1 = fir1(N1-1,[wl/pi,wh/pi],'BANDPASS',w_rec); % h1(n)  
[H1,db1,mag1,pha1,grd1,w1] = freqz_m(h1,1);  
y1 = filter(h1,1,audio); % 滤波  
Y1 = fft(y1); % 频谱  
  
% 汉宁窗  
N2 = ceil(6.2*pi/tr_width);  
w_han = (hanning(N2))'; % 窗函数  
h2 = fir1(N2-1,[wl/pi,wh/pi],'BANDPASS',w_han); % h2(n)  
[H2,db2,mag2,pha2,grd2,w2] = freqz_m(h2,1);  
y2 = filter(h2,1,audio); % 滤波  
Y2 = fft(y2); % 频谱  
  
% 绘图  
figure;  
subplot(2,1,1); plot(0:1/fs:(N-1)/fs,audio); title('原始信号时域序列');  
xlabel('t/s'); ylabel('magnitude'); xlim([0 (N-1)/fs]);  
subplot(2,1,2); plot(0:fs/(N-1):fs,abs(Y)); title('原始信号频谱');  
xlabel('frequency/Hz'); ylabel('magnitude'); xlim([0 fs]);  
  
figure; % 滤波器的幅频响应
```

```

subplot(2,1,1); plot(0:1/500:1,20*log10(mag1)); title('20lg|H1(w)|');
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('Decibels'); % H1(w)
subplot(2,1,2); plot(0:1/500:1,20*log10(mag2)); title('20lg|H2(w)|');
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('Decibels'); % H2(w)

figure; % 滤波后的时域序列
subplot(2,1,1); plot(0:1/fs:(N-1)/fs,y1); title('矩形窗输出时域序列');
xlabel('t/s'); ylabel('magnitude'); xlim([0 (N-1)/fs]); % 矩形窗
subplot(2,1,2); plot(0:1/fs:(N-1)/fs,y2); title('汉宁窗输出时域序列');
xlabel('t/s'); ylabel('magnitude'); xlim([0 (N-1)/fs]); % 汉宁窗

figure; % 滤波后的频谱
subplot(2,1,1); plot(0:fs/(N-1):fs,abs(Y1)); title('矩形窗输出频谱');
xlabel('frequency/Hz'); ylabel('magnitude'); xlim([0 fs]); % 矩形窗
subplot(2,1,2); plot(0:fs/(N-1):fs,abs(Y2)); title('汉宁窗输出频谱');
xlabel('frequency/Hz'); ylabel('magnitude'); xlim([0 fs]); % 汉宁窗

% 写入音频文件
audiowrite(' ../Audio/rectwin.wav',y1,fs);
audiowrite(' ../Audio/hanning.wav',y2,fs);

```

3.2 列出计算结果, 包括  $h_1(n)$  和  $h_2(n)$  的各个抽样值,  $|H_1(k)|$ 、 $|H_2(k)|$ 、 $|X(k)|$ 、 $|Y_1(k)|$ 、 $|Y_2(k)|$  和  $|Y_3(k)|$  的图形, 并记录你认为重要的其它结果。

① 设计两个 FIR 低通滤波器, 截止频率  $\omega_c=0.5\pi$ 。

(1) 用矩形窗, 窗长  $N=31$ 。此时第一个滤波器的单位抽样响应序列  $h_1(n)$  和频率响应的

$N$  个抽样值分别为 (如文件 LPRectWindow.txt 所示):

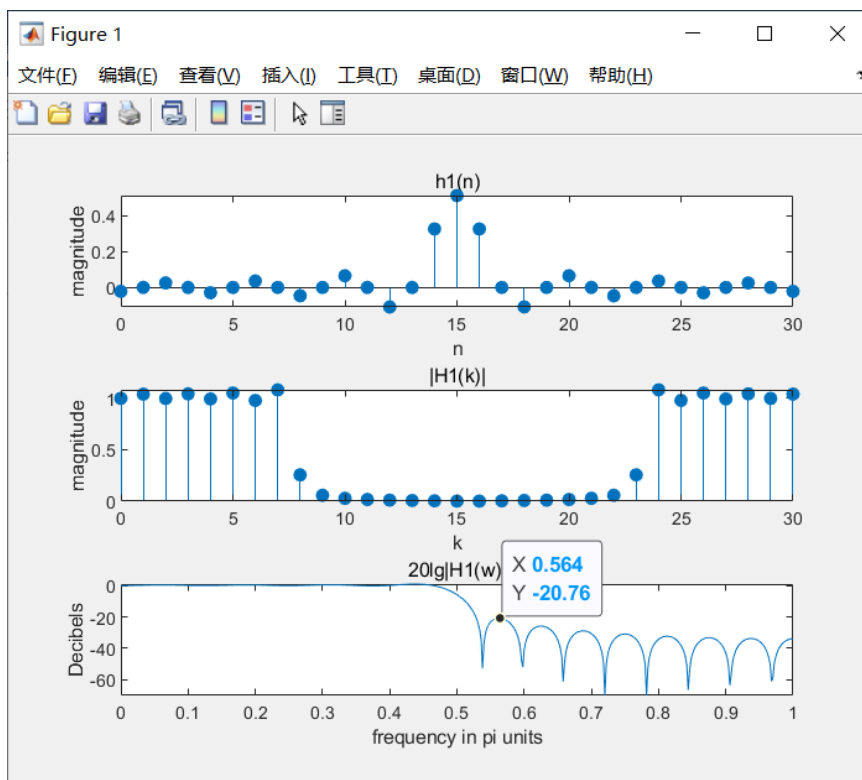
```

h1(0) = -0.021650, h1(1) = 0.000000, h1(2) = 0.024980, h1(3) = -0.000000, h1(4) = -0.029522,
h1(5) = 0.000000, h1(6) = 0.036083, h1(7) = -0.000000, h1(8) = -0.046392, h1(9) = 0.000000,
h1(10) = 0.064949, h1(11) = -0.000000, h1(12) = -0.108249, h1(13) = 0.000000, h1(14) = 0.324746,
h1(15) = 0.510109, h1(16) = 0.324746, h1(17) = 0.000000, h1(18) = -0.108249, h1(19) = -0.000000,
h1(20) = 0.064949, h1(21) = 0.000000, h1(22) = -0.046392, h1(23) = -0.000000, h1(24) = 0.036083,
h1(25) = 0.000000, h1(26) = -0.029522, h1(27) = -0.000000, h1(28) = 0.024980, h1(29) = 0.000000,
h1(30) = -0.021650
H1(0) = 1.000000, H1(1) = -1.035382, H1(2) = 0.978367, H1(3) = -0.995479, H1(4) = 0.913625,
H1(5) = -0.919209, H1(6) = 0.803880, H1(7) = -0.821448, H1(8) = 0.176526, H1(9) = 0.035420,
H1(10) = 0.014899, H1(11) = 0.007336, H1(12) = 0.003649, H1(13) = 0.001640, H1(14) = 0.000547,
H1(15) = 0.000059, H1(16) = 0.000059, H1(17) = 0.000547, H1(18) = 0.001640, H1(19) = 0.003649,
H1(20) = 0.007336, H1(21) = 0.014899, H1(22) = 0.035420, H1(23) = 0.176526, H1(24) = -0.821448,
H1(25) = 0.803880, H1(26) = -0.919209, H1(27) = 0.913625, H1(28) = -0.995479, H1(29) = 0.978367,
H1(30) = -1.035382

```

$h_1(n)$ 、 $|H_1(k)|$  以及滤波器的频率响应图为:



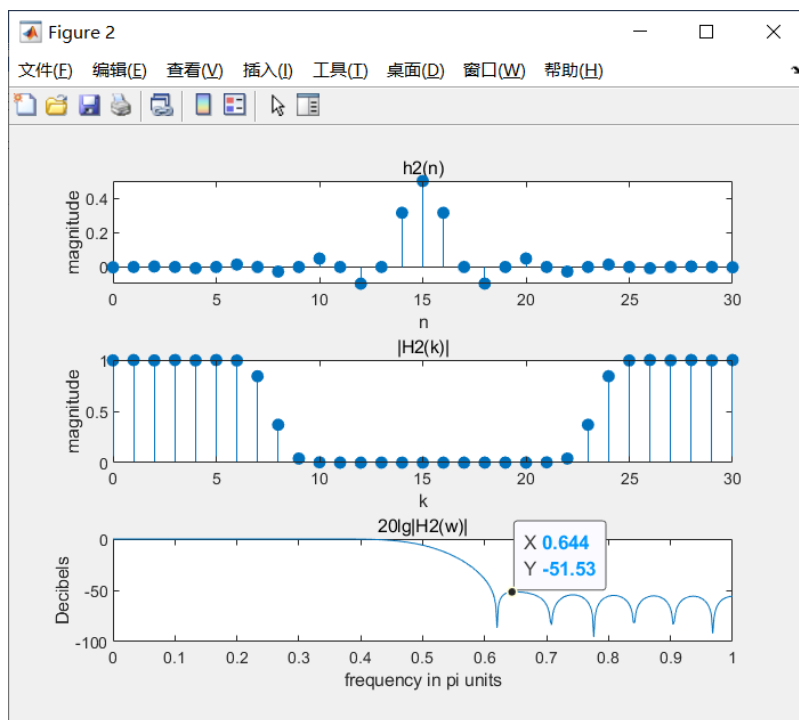
图 3.2.1.1 第一个滤波器（矩形窗， $N=31$ ）

(2) 用汉明窗，窗长  $N=31$ 。此时第二个滤波器的单位抽样响应序列  $h_2(n)$ 和频率响应的

$N$  个抽样值分别为（如文件 LPHamming.txt 所示）：

$h_2(0) = -0.001700, h_2(1) = 0.000000, h_2(2) = 0.002937, h_2(3) = -0.000000, h_2(4) = -0.006730,$   
 $h_2(5) = 0.000000, h_2(6) = 0.014094, h_2(7) = -0.000000, h_2(8) = -0.026785, h_2(9) = 0.000000,$   
 $h_2(10) = 0.049099, h_2(11) = -0.000000, h_2(12) = -0.096938, h_2(13) = 0.000000, h_2(14) = 0.315620,$   
 $h_2(15) = 0.500808, h_2(16) = 0.315620, h_2(17) = 0.000000, h_2(18) = -0.096938, h_2(19) = -0.000000,$   
 $h_2(20) = 0.049099, h_2(21) = 0.000000, h_2(22) = -0.026785, h_2(23) = -0.000000, h_2(24) = 0.014094,$   
 $h_2(25) = 0.000000, h_2(26) = -0.006730, h_2(27) = -0.000000, h_2(28) = 0.002937, h_2(29) = 0.000000,$   
 $h_2(30) = -0.001700$   
 $H_2(0) = 1.000000, H_2(1) = -0.998103, H_2(2) = 0.979459, H_2(3) = -0.957382, H_2(4) = 0.918689,$   
 $H_2(5) = -0.877539, H_2(6) = 0.820105, H_2(7) = -0.641342, H_2(8) = 0.255460, H_2(9) = -0.024333,$   
 $H_2(10) = -0.001412, H_2(11) = -0.000091, H_2(12) = 0.000061, H_2(13) = 0.000049, H_2(14) = 0.000020,$   
 $H_2(15) = 0.000002, H_2(16) = 0.000002, H_2(17) = 0.000020, H_2(18) = 0.000049, H_2(19) = 0.000061,$   
 $H_2(20) = -0.000091, H_2(21) = -0.001412, H_2(22) = -0.024333, H_2(23) = 0.255460, H_2(24) = -0.641342,$   
 $H_2(25) = 0.820105, H_2(26) = -0.877539, H_2(27) = 0.918689, H_2(28) = -0.957382, H_2(29) = 0.979459,$   
 $H_2(30) = -0.998103$

$h_2(n)$ 、 $|H_2(k)|$ 以及滤波器的频率响应图为：

图 3.2.1.2 第二个滤波器（汉明窗， $N=31$ ）

- ② 产生长度为 200 点、均值为零的均匀分布 $[-0.5, 0.5]$ 随机信号序列  $x(n)$ 。其图形及幅度谱 $|X(k)|$ 为（幅度谱值见文件 randomSeq.txt）：

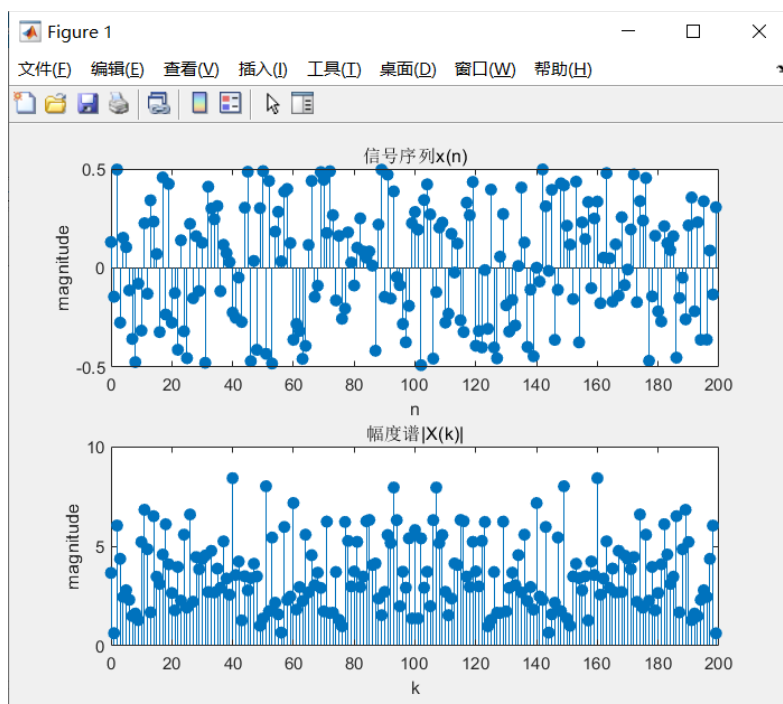


图 3.2.2 随机信号序列

- ③ 滤波。

- (1) 将  $x(n)$  作为输入，经过第一个滤波器后的输出序列记为  $y_1(n)$ ，其幅度谱记为  $|Y_1(k)|$ 。

则 $|X(k)|$ 与 $|Y_1(k)|$ 如图所示:

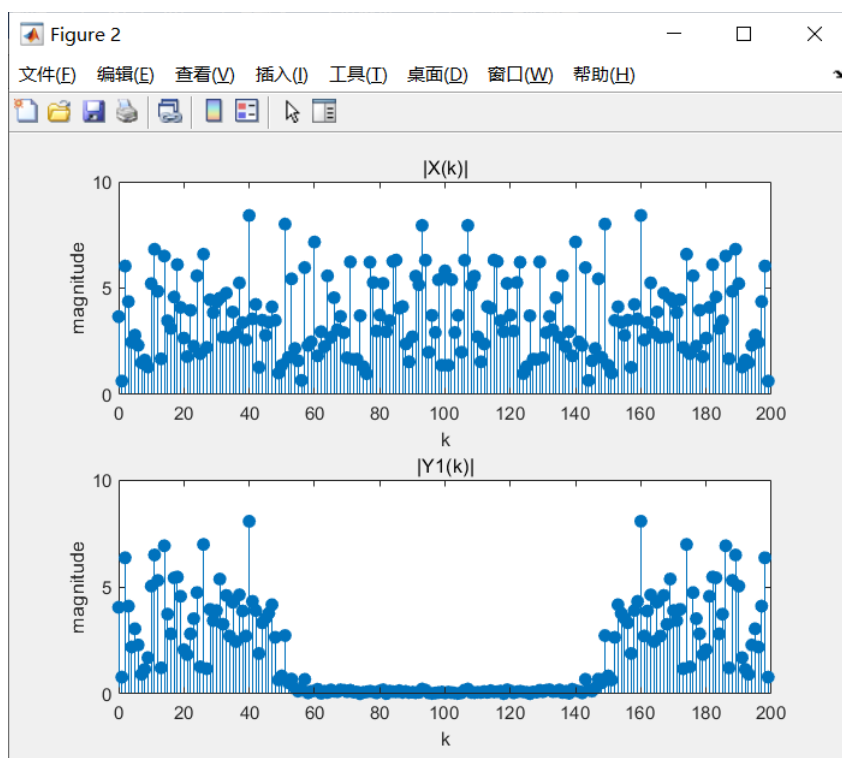


图 3.2.3.1 第一个滤波器输出 (矩形窗,  $N=31$ )

- (2) 将  $x(n)$  作为输入, 经过第二个滤波器后的输出序列记为  $y_2(n)$ , 其幅度谱记为  $|Y_2(k)|$ , 则 $|X(k)|$ 与 $|Y_2(k)|$ 的图形为:

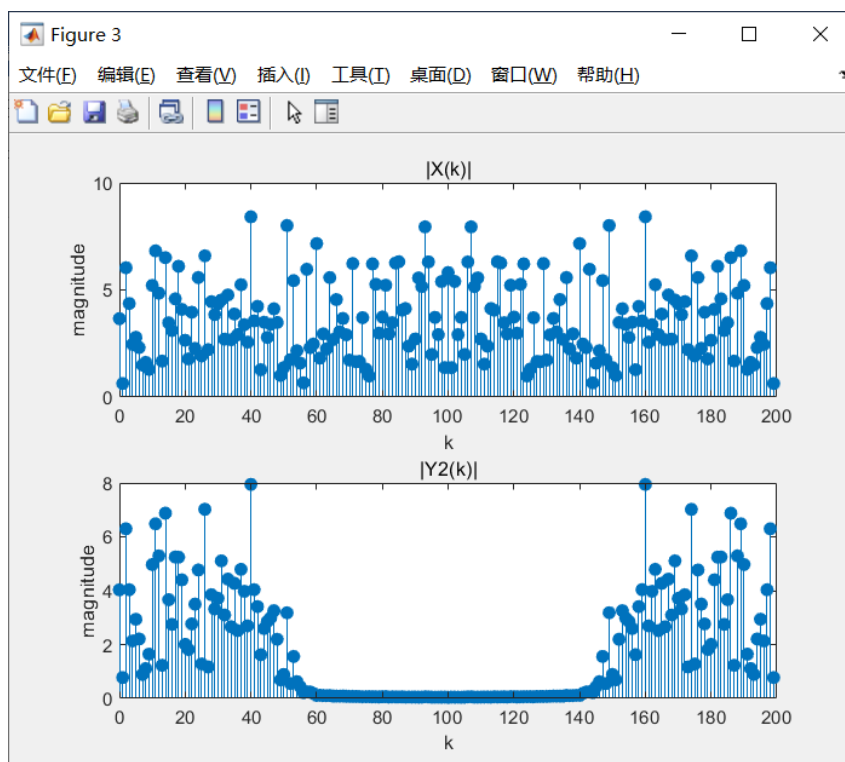


图 3.2.3.2.1 第二个滤波器输出 (汉明窗,  $N=31$ )

$|Y_1(k)|$ 与 $|Y_2(k)|$ 的图形比较为:

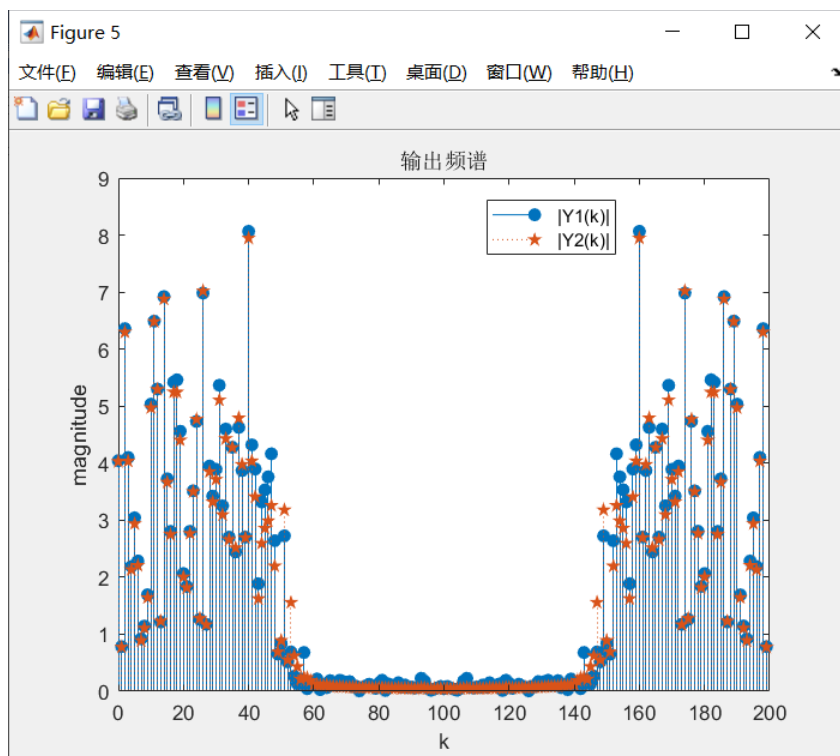


图 3.2.3.2.2  $|Y_1(k)|$ 与 $|Y_2(k)|$ 比较

- ④ 设计第三个 FIR 低通滤波器, 截止频率 $\omega_c=0.5\pi$ 。用矩形窗, 窗长  $N=127$ 。用它对  $x(n)$  进行滤波。显示输出信号  $y_3(n)$  的幅度谱 $|Y_3(k)|$ :

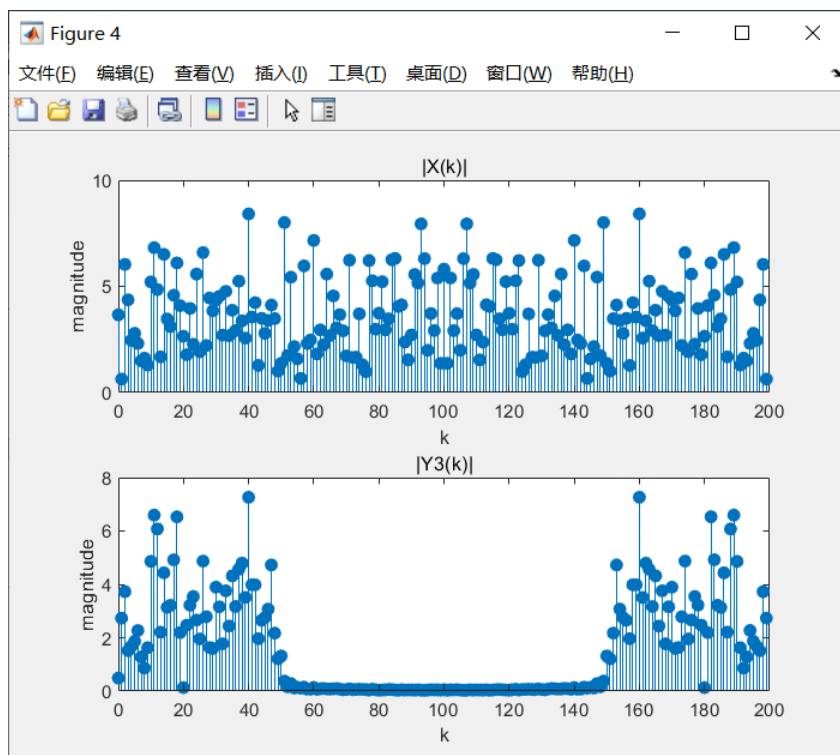


图 3.2.4.1 第三个滤波器输出 (矩形窗,  $N=127$ )

与 $|Y_1(k)|$ 比较可得:

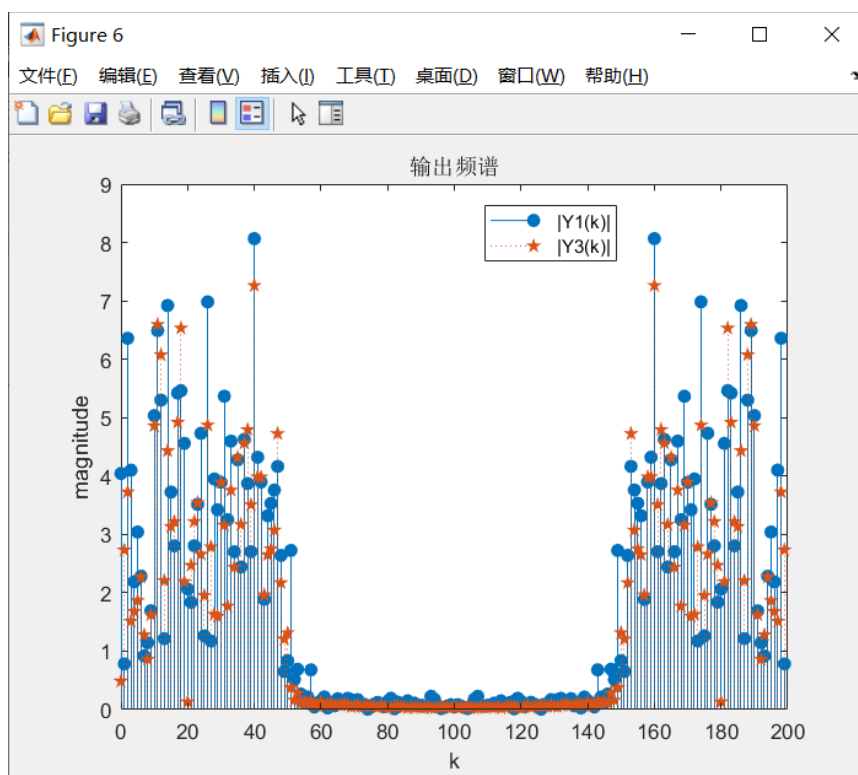


图 3.2.4.2  $|Y_1(k)|$ 与 $|Y_3(k)|$ 比较

第一和第三个滤波器的幅频响应比较为:

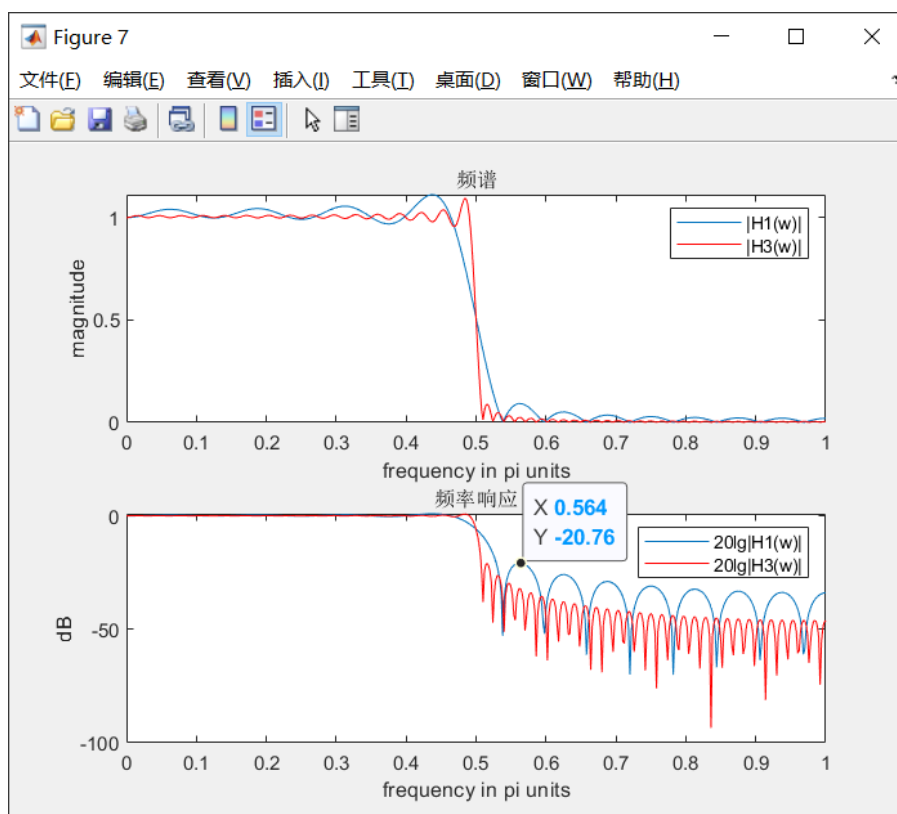


图 3.2.4.3  $|H_1(\omega)|$ 与 $|H_3(\omega)|$ 比较

- ⑤ 分别用矩形窗及汉宁窗设计 FIR 带通数字滤波器，再用设计得到的数字滤波器对附件音频文件“05-03-noisy.wav”进行滤波。其原始信号的时域序列及频谱为：

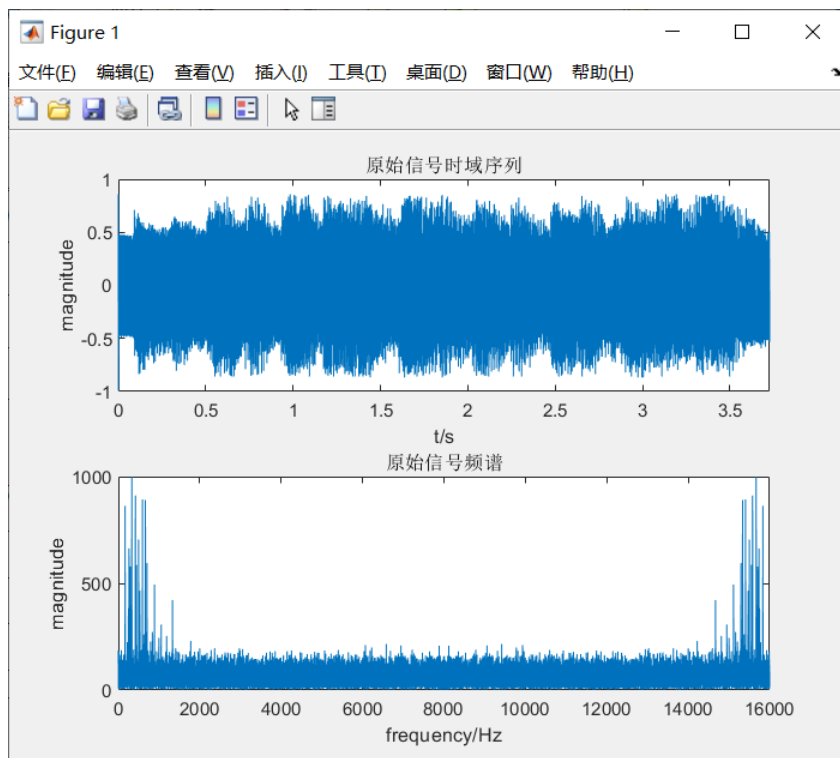


图 3.2.5.1 原始信号

设计得到的数字滤波器的幅频响应图为：

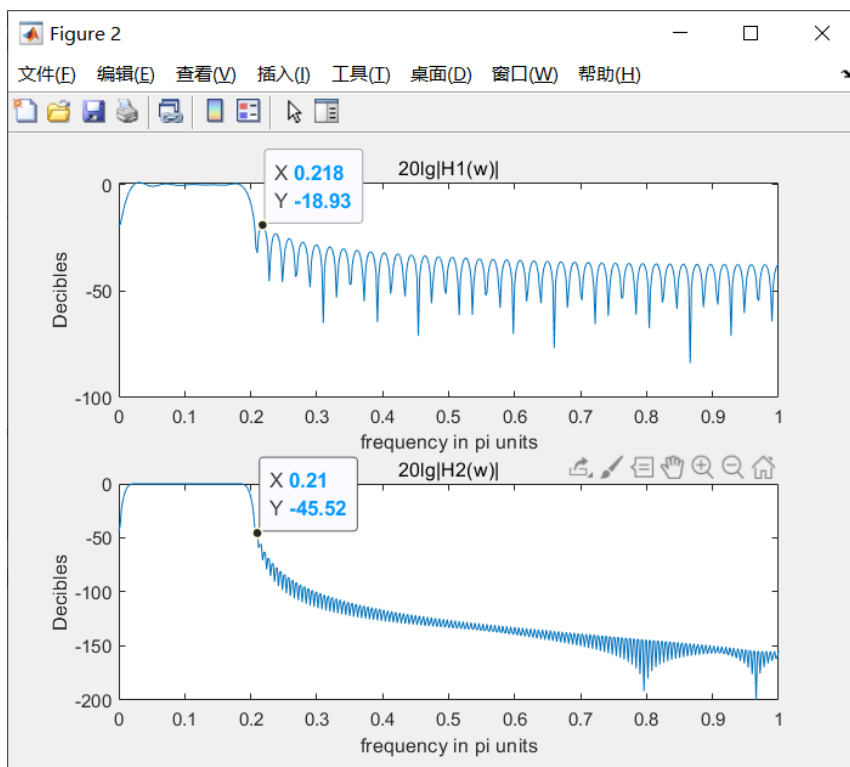


图 3.2.5.2 滤波器幅频响应图（矩形窗与汉宁窗）

经滤波后得到的信号时间序列为:

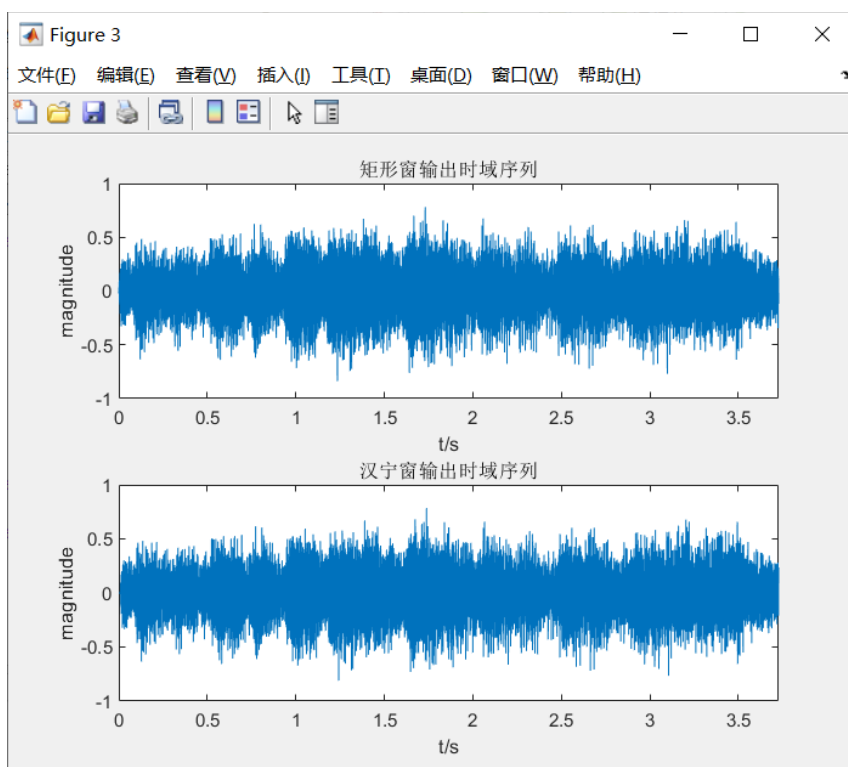


图 3.2.5.3 滤波所得信号时间序列

其频谱为:

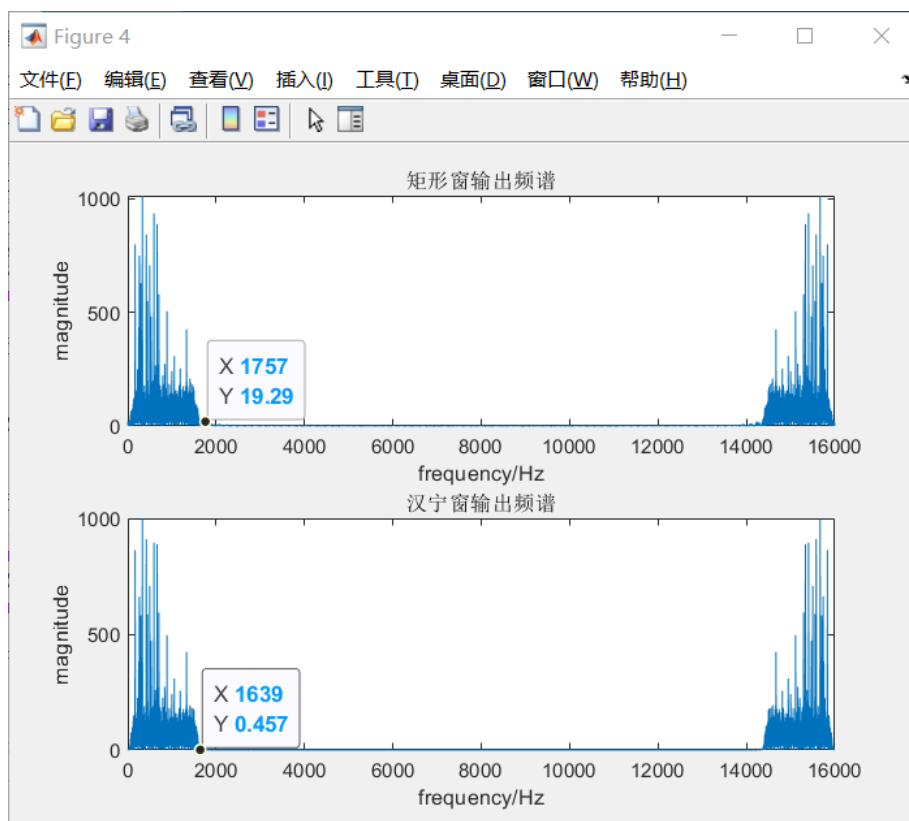


图 3.2.5.4 滤波所得信号频谱

#### 四、实验结果与分析

4.1 设计两个 FIR 低通滤波器, 截止频率  $\omega_c = 0.5\pi$ 。根据图形, 比较  $h_1(n)$  与  $h_2(n)$  的差异,  $|H_1(k)|$  与  $|H_2(k)|$  的差异。

解: 将两个低通滤波器的单位抽样响应序列、频谱抽样值及频率响应图进行对比, 如图:

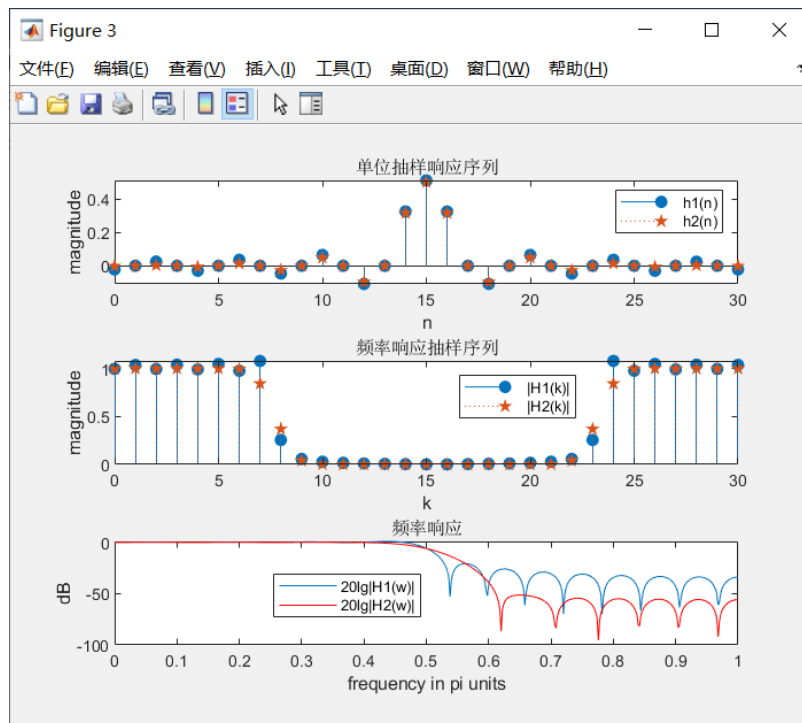


图 4.1 两滤波器比较 (矩形窗与汉明窗)

分析: 由图 4.1, 两滤波器的单位抽样响应序列  $h_1(n)$  与  $h_2(n)$  都关于  $\frac{N-1}{2}=15$  呈偶对称, 且在对称点附近的幅度值基本相同, 此时其满足恒相延时和恒群延时同时成立。但与汉明窗相比, 使用矩形窗所得滤波器的冲激响应序列幅度值在 0 周围的波动更大, 不如加汉明窗所得滤波器稳定。比较其频谱抽样值, 显然, 其都是低通滤波器, 且关于中心呈偶对称。在  $10 \leq k \leq 20$  点处, 两频谱抽样值都几乎为 0。但总的来说,  $|H_1(k)|$  在通带内的取值波动比  $|H_2(k)|$  更大, 过渡带宽度比  $|H_2(k)|$  更小, 这与两者的幅频响应图相呼应。当  $\omega = \omega_c = 0.5\pi$  时, 两滤波器都已开始进入衰减, 但加汉明窗所得滤波器的阻带衰减明显更大, 与理论计算相一致。

4.2 观察随机信号幅度谱  $|X(k)|$  的特征。

解: 由图 3.2.2, 随机信号序列既存在高频分量, 也存在低频分量。由于其为实信号, 故其幅度谱关于  $k=100$  呈偶对称, 与理论吻合。



#### 4.3 使用设计的三个滤波器对 $x(n)$ 进行滤波。

① 比较  $|X(k)|$  与  $|Y_1(k)|$  的图形, 讨论滤波前后信号的频谱特征。

解: 由图 3.2.3.1, 经过滤波后, 输出信号的频谱在  $50 \leq k \leq 150$  之间的高频部分基本被滤除, 用数字角频率表示即为大于  $\frac{\pi}{100} \times 50 = 0.5\pi$  的高频部分, 这与滤波器的截止频率  $0.5\pi$  相一致。当然, 由于滤波器过渡带的存在、阻带有波动等原因, 高频部分仍保留有微小分量, 但大部分都已被有效除去, 表明滤波器设计正确。

② 比较  $|Y_1(k)|$  与  $|Y_2(k)|$  的图形, 讨论不同的窗函数设计出的滤波器的滤波效果。

解: 由图 3.2.3.2.2, 加矩形窗和加汉明窗所得到的低通滤波器都有效滤除掉了输入信号大于截止频率  $0.5\pi$  的高频分量, 但通过比较可以发现, 加矩形窗设计出的滤波器在高频部分还存在有波动, 些许微小分量尚还留存, 而加汉明窗所得滤波器基本可将高频分量完全清除, 滤波效果更好; 但在另一个方面, 前者滤波器的过渡带更窄、衰减更快, 在  $k=50$  附近很快便进入阻带、衰减为 0, 而此时后者还存在有较大分量, 因此, 在过渡带衰减方面, 加矩形窗设计出的滤波器表现更为优秀, 这与理论是一致的。

③ 比较  $|Y_1(k)|$  与  $|Y_3(k)|$  的图形, 讨论不同的窗长设计出的滤波器的滤波效果。

解: 由图 3.2.4.2 和图 3.2.4.3, 当窗长更长时, 设计得到的滤波器性能更佳。首先, 比较两滤波器的输出频谱  $|Y_1(k)|$  与  $|Y_3(k)|$  的图形可以发现, 随着窗长的增加, 滤波器对高频分量的滤除效果更加彻底, 残留部分明显减少。除此之外, 在过渡带上, 当  $N=127$  时, 输出频谱在  $k=50$  附近衰减的速度比  $N=31$  更快, 即其过渡带更窄更陡, 这与幅频响应图所示相吻合。当然, 两滤波器都是从  $\omega=0.5\pi$  附近开始衰减, 与其截止频率一致。进一步比较频谱, 可以看到随着  $N$  的增大, 滤波器在通带和阻带内的波动明显增多, 波动幅度减小, 但最大振幅不变, 证明了吉布斯效应的存在。相对来说, 更长窗长设计出的滤波器的过渡带更窄, 阻带衰减更大 (阻带最小衰减基本相同, 都为 -21dB 左右), 故其滤波效果更好。

#### 4.4 分别用矩形窗及汉宁窗设计 FIR 带通数字滤波器对音频文件进行滤波, 讨论滤波效果。

解: 由图 3.2.5.2, 使用汉宁窗设计出的滤波器在通带内的波动明显小于加矩形窗设计出的滤波器, 且过渡带更陡、阻带衰减更大, 滤波性能相对更好。分析其图形, 各截止频率与过渡带宽都与要求指标一致, 滤波器设计正确。比较原始信号频谱与滤波后的信号频谱可以发现, 原信号中的高频部分都已经基本被滤除, 低于 160Hz 的低频分量也得到了抑制; 时域图形已发生了相应改变。当然, 加两种窗所得滤波器的滤波效果仍存在微小差异。由图 3.2.5.4 可以发现, 经用矩形窗设计出的滤波器滤波后, 输出频谱在 1500Hz 左右开始衰减, 但在 2000Hz 左右存在波动, 部分微小分量依旧留存, 而经用汉宁窗设计出的滤波器滤波后所得输出在 1650Hz 左右便已基本衰减至 0; 在更高频的部分, 两者的滤波效果基本相同。在过渡带中, 加汉宁窗滤波器的衰减变化相对更快 (图中表现为频谱变化更陡); 在通带中, 两者存在有轻微不同, 这与滤波器的幅频响应一致。将滤波后的信号写入音频文件, 可以听出滤波后背景噪音已被滤除很多, 但相对来说, 使用汉宁窗设计出的滤波器的滤波效果更好。

4.5 总结: 滤波器的频率响应中的过渡带宽度取决于哪些设计参数? 有什么规律? 阻带最小衰减取决于哪些设计参数? 有什么规律?

解: 通过上述实验, 可做总结如下:

- ① 滤波器频率响应中的过渡带宽取决于窗型和窗长。在窗长相同的情况下, 使用矩形窗设计出的滤波器过渡带宽最窄, 汉宁窗其次, 汉明窗最宽; 在窗型相同的情况下, 窗长越长, 则滤波器过渡带越窄, 此与理论分析的结果是相同的。
- ② 阻带最小衰减取决于窗型, 与窗长无关。以第一和第三个滤波器为例, 在都使用矩形窗的情况下,  $N=31$  与  $N=127$  所得的滤波器的最小衰减都在 -21dB 左右。与此同时, 从实验结果中可以发现, 加矩形窗所得滤波器的阻带最小衰减最小, 汉宁窗其次 (-45dB 左右), 汉明窗最大 (-52dB 左右), 与理论值基本一致。

## 五、心得与讨论

此次实验, 我们利用窗函数设计法完成了多个滤波器的设计, 探究了不同窗长、窗型对滤波器性能的影响, 既学会了利用 MATLAB 完成滤波器设计, 也对窗函数设计法有了更加深入的理解和掌握, 受益匪浅。

当然, 在实验的过程当中, 我们也观察到了其他比较重要的滤波器现象, 如吉布斯

效应等等,不仅在实践中回顾了这些现象发生的原因,也对如何选择窗长、窗型进行了了解。一般来说,过渡带的宽度等同于所用窗谱的主瓣宽度,而后者恰与窗长成反比。因此,对某一特定的窗函数,增大窗长可以有效减小过渡带宽度,但会在一定程度上加大计算量,同时使通、阻带内波动起伏变密,但相对振荡幅度不变,即吉布斯效应;同理,当窗长一定时,选择频谱主瓣越窄的窗函数,则滤波器的过渡带也会越窄。除此之外,由于滤波器的阻带最小衰减与窗谱的第一旁瓣决定,故其与窗长  $N$  无关。当增加主瓣宽度时,对旁瓣的抑制也会增加,此时可以得到比较平坦的幅度响应和较小的阻带波纹,且阻带最小衰减也会增大;否则滤波器频谱在通带和阻带内将产生波动,同时降低阻带衰减。可以发现,这些理论分析结果与实验结果是完全一致的。

通过此次实验,我们知道了不同设计参数对滤波器性能的巨大影响。以滤波得到的音频文件为例,频谱上一点细微的不同都会导致最后结果的巨大差异。我们知道,一个理想的窗谱,应具有最窄的主瓣宽度和最小的旁瓣峰值,以使滤波器过渡带和阻带衰减最优,但由于能量限制,这两个要求不能同时实现。尽管如此,在以后设计滤波器时,我们会根据实际需要,合理选择窗函数和窗长,使滤波器更符合指标要求,以得到最好的工程效果。