若令

$$\frac{\Omega_{st}}{\Omega_p}=\lambda_s \tag{7.5.25a}$$

$$\sqrt{\frac{10^{0.1A_s}-1}{10^{0.1R_p}-1}}=g \tag{7.5.25b}$$

则有

$$N\geqslant \lg g/\lg\lambda_s \tag{7.5.26a}$$

取滤波器阶数为$\lfloor N+1 \rfloor$(即取$(N+1)$的整数部分)。

* 若$R_p=3\text{dB}$，即$\Omega_p=\Omega_c$，则$R_p=10\lg\left[1+\left(\frac{\Omega_c}{\Omega_c}\right)^{2N}\right]=10\lg 2$将其代入(7.5.24)式可得$R_p=3\text{dB}$时的阶次$N$为

$$N\geqslant \lg(10^{0.1A_s}-1)\Big/\left(2\lg\left(\frac{\Omega_{st}}{\Omega_p}\right)\right)=\lg(10^{0.1A_s}-1)/(2\lg(\lambda_s)),\quad (R_p=3\text{dB 时}) \tag{7.5.26b}$$

(3) 求Ω_c。

当$R_p\neq 3\text{dB}$时，$\Omega_p\neq\Omega_c$，巴特沃思滤波器归一化低通原型的通带截止频率为$\Omega_c=1$，去归一化成任意截止频率Ω_c时必须是3dB衰减处的Ω_c，才能进行转换[见(7.5.18)式]，为此必须求Ω_c。从(7.5.23a)式及(7.5.23b)式可分别求得两个Ω_c的表达式

$$\Omega_c\geqslant\Omega_p\Big/\sqrt[2N]{10^{0.1R_p}-1}=\Omega_{cp} \tag{7.5.27a}$$

$$\Omega_c\leqslant\Omega_{st}\Big/\sqrt[2N]{10^{0.1A_s}-1}=\Omega_{cs} \tag{7.5.27b}$$

即

$$\Omega_{cp}\leqslant\Omega_c\leqslant\Omega_{cs}$$

由于阶次选为$\lfloor N+1 \rfloor$，比要求的N大，故若用(7.5.27a)式取等号求Ω_c，则通带衰减满足要求，阻带指标则可超过要求(Ω_{st}处衰减可大于A_sdB)；若用(7.5.27b)式取等号求Ω_c，则阻带衰减满足要求，通带指标则可超过要求(Ω_p处衰减可小于R_pdB)。

若选

$$\Omega_c=(\Omega_{cp}+\Omega_{cs})/2 \tag{7.5.27c}$$

则通带、阻带衰减皆可超过要求。

7.5.3 模拟切贝雪夫低通滤波器

切贝雪夫滤波器有两种：①切贝雪夫Ⅰ型：通带内$|H_a(j\Omega)|$是等波纹的，阻带内$|H_a(j\Omega)|$是单调下降的；②切贝雪夫Ⅱ型：通带内$|H_a(j\Omega)|$是单调的，阻带内$|H_a(j\Omega)|$是等波纹的。图7.7和图7.8分别画出了$N=$奇数，$N=$偶数时这两种切贝雪夫滤波器的$|H_a(j\Omega)|$。

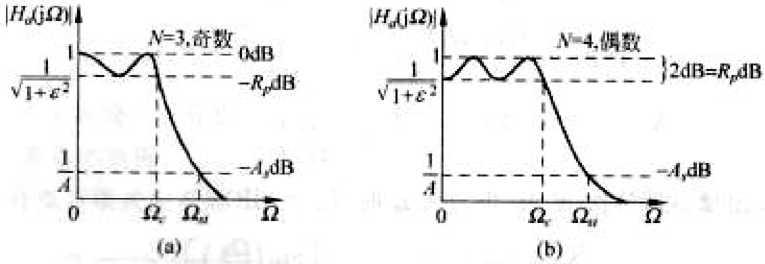

图7.7 切贝雪夫Ⅰ型模拟滤波器的幅度特性(通带波纹2dB)

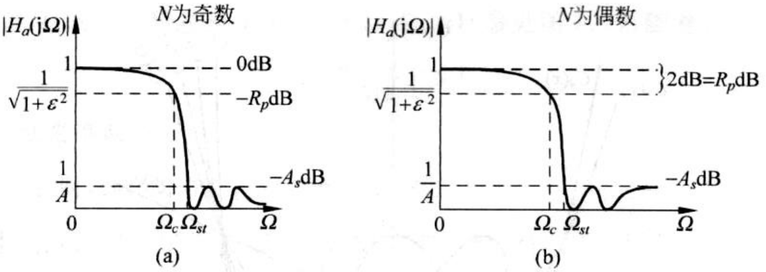

图 7.8　切贝雪夫Ⅱ型模拟滤波器的幅度特性

一、切贝雪夫Ⅰ型低通滤波器

1. 幅度平方响应 $|H_a(j\Omega)|^2$，N 及 Ω_c，ε

$$|H_a(j\Omega)|^2=\frac{1}{1+\varepsilon^2C_N^2\left(\dfrac{\Omega}{\Omega_c}\right)} \tag{7.5.28}$$

ε：通带波纹参数，$\varepsilon<1$ 正数，ε 越大，波纹越大。

Ω_c：截止频率，表示幅度响应某一衰减分贝数（例为 0.1dB，1dB，3dB 等等）处的截止频率。与巴特沃思滤波器不同，不是特指 3dB 衰减处的截止频率。也就是说切贝雪夫滤波器 Ω_c 不必须是 3dB 衰减处的带宽。

N：滤波器阶次，正整数。

$C_N(x)$：N 阶切贝雪夫多项式，定义为

$$C_N(x)=\begin{cases}\cos(N\cdot\arccos x), & x\leqslant 1 \quad (7.5.29a)\\ \mathrm{ch}(N\cdot\mathrm{arcch}x), & x>1 \quad (7.5.29b)\end{cases}$$

$C_N(x)$ 可展开成 x 的多项式如表 7.1 所示。

表 7.1　切贝雪夫多项式

N	$C_N(x)$	N	$C_N(x)$
0	1	4	$8x^4-8x^2+1$
1	x	5	$16x^5-20x^3+5x$
2	$2x^2-1$	6	$32x^6-48x^4+18x^2-1$
3	$4x^3-3x$	7	$64x^7-112x^5+56x^3-7x$

可以看出，$C_N(x)$ 的首项 x^N 的系数为 2^{N-1}，由表 7.1 可导出 $N\geqslant1$ 时，切贝雪夫多项式的递推公式

$$C_{N+1}(x)=2xC_N(x)-C_{N-1}(x) \tag{7.5.30}$$

图 7.9 画出了 $N=0,1,\cdots,5$ 的切贝雪夫多项式 $C_N(x)$ 的曲线。由图上看出，$C_N(x)$ 在 $|x|\leqslant1$ 内具有等波纹特性，且满足

$$|C_N(x)|\leqslant 1, \quad |x|\leqslant 1$$

$$|C_N(x)|\ \text{单调增加}, \quad |x|>1$$

2. 切贝雪夫Ⅰ型低通滤波器幅度响应及其特点

其幅度响应为

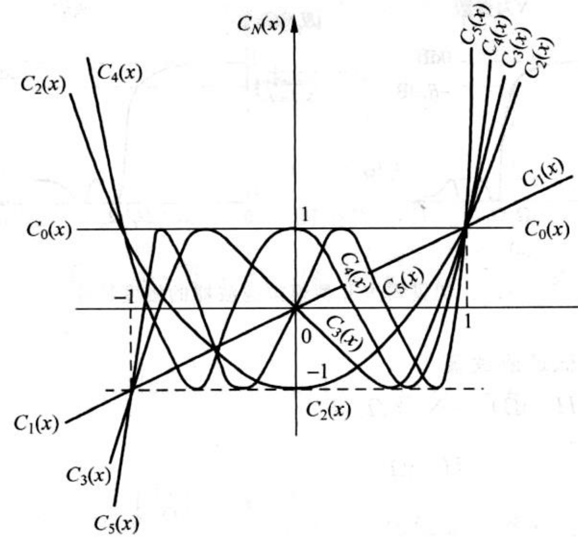

图 7.9　$N=0,1,\cdots,5$ 等各阶切贝雪夫多项式 $C_N(x)$ 曲线

$$|H_a(\mathrm{j}\Omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2C_N^2\left(\dfrac{\Omega}{\Omega_c}\right)}} \tag{7.5.31}$$

下面结合图 7.7(a)及图 7.7(b)来讨论$|H_a(\mathrm{j}\Omega)|$的特点。

(1) $\Omega=0$ 时，分两种情况。

$$H_a(\mathrm{j}0)=\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}},\quad N=\text{偶数} \tag{7.5.32a}$$

$$H_a(\mathrm{j}0)=1,\qquad N=\text{奇数} \tag{7.5.32b}$$

即 N 为偶数时，$|H_a(\mathrm{j}0)|$是通带内最小值，N 为奇数时，$|H_a(0)|$是通带内最大值。

(2) $\Omega=\Omega_c$ 时。

$$|H_a(\mathrm{j}\Omega_c)|=\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \tag{7.5.33}$$

即不管阶数 N 为多少，所有幅度响应曲线都在 Ω_c 频率处通过$\dfrac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}$点，所以把 Ω_c 称为切贝雪夫滤波器的通带截止频率，但是在 Ω_c 下幅度响应衰减分贝数由$\dfrac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}$确定，而后者又和所给的通带衰减 R_p(分贝)有关，因而这一衰减不一定是 3dB，这是与巴特沃思滤波器不同之处。

$$R_p=20\lg\frac{|H_a(\mathrm{j}\Omega)|_{\max}}{|H_a(\mathrm{j}\Omega_c)|}=-20\lg|H_a(\mathrm{j}\Omega_c)|=10\lg(1+\varepsilon^2) \tag{7.5.34}$$

(3) 在 $0\leqslant\Omega\leqslant\Omega_c$ 的通带内，由于 $\Omega/\Omega_c<1$，故$|H_a(\mathrm{j}\Omega)|$在 $1\sim\dfrac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}$之间等波纹的起伏，$N$ 就等于通带内起伏波纹的极值数(极大值加上极小值)如图 7.7(a)和图 7.7(b)所示，其中图 7.7(a)中，$N=3$，有 3 个极值，图 7.7(b)中，$N=4$，则有 4 个极值。

(4) 在 $\Omega>\Omega_c$ 的过渡带及阻带中，由于 $\Omega/\Omega_c>1$（参见图 7.9），随着 Ω 的增加，有

$$\varepsilon^2 C_N^2\left(\frac{\Omega}{\Omega_c}\right)\gg 1$$

使得 $|H_a(\mathrm{j}\Omega)|$ 迅速单调地趋近于零。

(5) 当 $\Omega=\Omega_{st}$ 时，即在阻带截止频率处，衰减为 $A_s=20\lg\dfrac{|H_a(\mathrm{j}\Omega)|_{\max}}{|H_a(\mathrm{j}\Omega_{st})|}=-20\lg|H_a(\mathrm{j}\Omega_{st})|$，$A_s$ 为阻带最小衰减，当 $\Omega>\Omega_{st}$ 时，幅度响应衰减值会大于 A_s(dB)。

3. 切贝雪夫Ⅰ型低通滤波器的系统函数 $H_a(s)$

(1) $H_a(s)H_a(-s)$。幅度平方函数在 s 平面的解析延拓即为 $H_a(s)H_a(-s)$，由于 $h_a(t)$ 为实数，故有

$$\begin{aligned}H_a(s)H_a(-s)&=|H_a(\mathrm{j}\Omega)|^2_{\Omega=s/j}=H_a(\mathrm{j}\Omega)H_a^*(\mathrm{j}\Omega)|_{\Omega=s/j}=H_a(\mathrm{j}\Omega)H_a(-\mathrm{j}\Omega)|_{\Omega=s/j}\\&=|H_a(s)|^2=\frac{1}{1+\varepsilon^2C_N^2\left(\dfrac{s}{\mathrm{j}\Omega_c}\right)}\end{aligned}\tag{7.5.35}$$

可以看出 $H_a(s)H_a(-s)$ 的全部零点都在 $s=\infty$ 处，在 $0<s<\infty$ 处有极点，因而也是“全极点型”滤波器。

$H_a(s)H_a(-s)$ 的极点（推导过程可见本书第三版）为

$$s_k=\sigma_k+\mathrm{j}\Omega_k,\quad k=1,2,\cdots,2N\tag{7.5.36}$$

σ_k 与 Ω_k 分别为

$$\left.\begin{aligned}\sigma_k&=\mp\Omega_c a\sin\left[\frac{\pi}{2N}(2k-1)\right]\quad(7.5.37\text{a})\\\Omega_k&=\Omega_c b\cos\left[\frac{\pi}{2N}(2k-1)\right]\quad(7.5.37\text{b})\end{aligned}\right\}k=1,2,\cdots,2N$$

其中

$$a=\mathrm{sh}\left[\frac{1}{N}\mathrm{arcsh}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right]\tag{7.5.38a}$$

$$b=\mathrm{ch}\left[\frac{1}{N}\mathrm{arcch}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right]\tag{7.5.38b}$$

将(7.5.37a)式与(7.5.37b)式分别取平方再化简，可以得到 $H_a(s)H_a(-s)$ 在 s 平面的极点分布满足以下关系式

$$\frac{\sigma_k^2}{\Omega_c^2a^2}+\frac{\Omega_k^2}{\Omega_c^2b^2}=1\tag{7.5.39}$$

这是一个椭圆方程，由于 $\mathrm{ch}(\cdot)>\mathrm{sh}(\cdot)$，故长轴为 $\Omega_c b$（在 s 平面的虚轴上），短轴为 $\Omega_c a$（在 s 平面实轴上）。

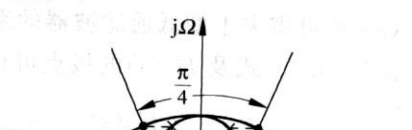

图 7.10　$N=4$ 时模拟切贝雪夫Ⅰ型滤波器 $H_a(s)H_a(-s)$ 的极点位置图（左半平面极点为 $H_a(s)$ 的）。极点以“×”表示

图 7.10 画出了确定切贝雪夫Ⅰ型滤波器极点在椭圆上的位置的方法。先求出大圆（半径为 $b\Omega_c$）和小圆（半径为 $a\Omega_c$）上按等间隔角 π/N 均分的各个点，这些点是虚轴对称的，且一定都不落在虚轴上。N 为奇数时，有落在实轴上的点，N 为偶数时，实轴上也没有。幅度平方函数的极点（在椭

圆上)的位置是这样确定的:其垂直坐标由落在大圆上的各等间隔点确定,其水平坐标由落在小圆上的各等间隔点确定。

(2) $H_a(s)$的极点及波纹参数 ε

$H_a(s)H_a(-s)$在 s 左半面的极点就是 $H_a(s)$的极点,即有

$$s_k = \sigma_k + \mathrm{j}\Omega_k,\quad k = 1,2,\cdots,N \tag{7.5.40}$$

其中 σ_k 及 Ω_k 为

$$\left.\begin{aligned}\sigma_k &= -\Omega_c a\sin\left[\frac{\pi}{2N}(2k-1)\right]\\ \Omega_k &= \Omega_c b\cos\left[\frac{\pi}{2N}(2k-1)\right]\end{aligned}\right\} k = 1,2,\cdots,N \tag{7.5.41}$$

实际应用中(7.5.38a)式及(7.5.38b)式求解 a、b 时并不方便,但是利用数学手册中的以下关系式

$$\operatorname{arcsh}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = \ln\left(\frac{1}{\varepsilon} + \sqrt{\frac{1}{\varepsilon^2}+1}\right) \tag{7.5.42}$$

并利用 $\operatorname{sh}x=(\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x})/2$,$\operatorname{ch}x=(\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x})/2$,将它们代入(7.5.38a)式、(7.5.38b)式,经化简后,可得更简便的 a,b 表达式

$$a = \frac{1}{2}(\gamma^{\frac{1}{N}} - \gamma^{-\frac{1}{N}}) \tag{7.5.43a}$$

$$b = \frac{1}{2}(\gamma^{\frac{1}{N}} + \gamma^{-\frac{1}{N}}) \tag{7.5.43b}$$

其中

$$\gamma = \frac{1}{\varepsilon} + \sqrt{\frac{1}{\varepsilon^2}+1} \tag{7.5.44}$$

将(7.5.43)式、(7.5.44)式代入(7.5.41)式即可求得 $H_a(s)$的极点。其中 ε 为波纹参数,由通带衰减 R_p 确定,见(7.5.34)式,有

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0.1R_p}-1} \tag{7.5.45}$$

(3) 切贝雪夫Ⅰ型低通滤波器的系统函数 $H_a(s)$

由(7.5.35)式及 $H_a(s)$的极点可得到

$$H_a(s) = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2 C_N^2\left(\frac{s}{\mathrm{j}\Omega_c}\right)}} = \frac{K}{\prod\limits_{k=1}^{N}(s-s_k)} \tag{7.5.46}$$

求待定系数 K:上式第二个等号右端分母展开后是 s 的 N 阶多项式,其最高阶次 s^N 的系数是 1,而第二个等号左端 $C_N\left(\frac{s}{\mathrm{j}\Omega}\right)$是$\frac{s}{\mathrm{j}\Omega_c}$的多项式,由表 6.5 看出,此多项式最高价项为 $\left(\frac{s}{\mathrm{j}\Omega_c}\right)^N$,此最高阶项的系数为 2^{N-1},即 s^N 的系数为$\frac{2^{N-1}}{\Omega_c^N}$,再考虑 ε 在内,则整个分母多项式 s^N 项(首项)的系数则为$\frac{\varepsilon 2^{N-1}}{\Omega_c^N}$,故可得

$$K = \frac{\Omega_c^N}{\varepsilon 2^{N-1}} \tag{7.5.47}$$

因此将 K 代入(7.5.46)式,最后得到系统函数为

$$H_a(s) = \frac{\frac{1}{\varepsilon 2^{N-1}}\Omega_c^N}{\prod_{k=1}^{N}(s - s_k)} \tag{7.5.48}$$

（4）切贝雪夫Ⅰ型归一化低通原型滤波器的系统函数 $H_{an}(s)$

与巴特沃思归一化滤波器一样，也是将以上所有公式中的 Ω_c，即通带截止频率 Ω_c 归一化为 $\Omega_c=1$（Ω_c 不一定为 3dB 衰减处的频率，这是和巴特沃思滤波器不同的），就得到归一化后的所有公式。

在滤波器设计手册中都是列出归一化的低通滤波器的数据。

归一化切贝雪夫滤波器系统函数的极点 s_k 为

$$s_k = \sigma_k + \mathrm{j}\Omega_k \tag{7.5.49}$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_k &= -a\sin\left[\frac{\pi}{2N}(2k-1)\right] \quad (7.5.50\text{a}) \\ \Omega_k &= b\cos\left[\frac{\pi}{2N}(2k-1)\right] \quad (7.5.50\text{b}) \end{aligned}\right\} k = 1,2,\cdots,N$$

其中 a，b 以及与 a、b 相关的 γ 和 ε 的公式仍和非归一化低通滤波器的（7.5.43）式、（7.5.44）式、（7.5.45）式相同。

归一化切贝雪夫滤波器的系统函数 $H_{an}(s)$为

$$H_{an}(s) = \frac{\frac{1}{\varepsilon 2^{N-1}}}{\prod_{k=1}^{N}(s - s_k)} \tag{7.5.51}$$

其中 s_k 由（7.5.49）式、（7.5.50）式确定。

表 7.5、表 7.6、表 7.7 分别给出了归一化切贝雪夫Ⅰ型低通原型滤波器分母多项式用系数、根及因式表示的数据。

$H_{an}(s)$分母多项式用系数 $a_0,a_1,\cdots,a_{N-1},a_N=1$ 表示及用根表示时为

$$H_{an}(s) = \frac{d_0}{s^N + a_{N-1}s^{N-1} + \cdots + a_1 s + a_0} = \frac{d_0}{(s-s_1)(s-s_2)\cdots(s-s_N)} \tag{7.5.52}$$

其中

$$d_0 = \frac{1}{\varepsilon 2^{N-1}} \tag{7.5.53}$$

（5）与巴特沃思低通滤波器一样，将切贝雪夫Ⅰ型归一化低通滤波器的系统函数 $H_{an}(s')$“去归一化”后，就得到在衰减为 R_p(dB)，通带截止频率为 Ω_p（即 Ω_c）时，所需非归一化低通滤波器的系统函数 $H_a(s)$，去归一化的方法是用$\frac{s}{\Omega_c}$代替 $H_{an}(s')$中的 s'，见（7.5.18）式，重写如下（$\Omega_c=\Omega_p$）

即

$$H_a(s) = H_{an}(s')\big|_{s'=\frac{s}{\Omega_c}} = H_{an}\left(\frac{s}{\Omega_c}\right)$$

4. 切贝雪夫Ⅰ型低通滤波器的设计参数的确定

（1）设计时给定的参数。

Ω_p：所需通带截止频率；R_p：Ω_p 处$|H_a(\mathrm{j}\Omega_p)|$的衰减(dB)

Ω_{st}：所需阻带截止频率；A_s：Ω_{st}处$|H_a(\mathrm{j}\Omega_{st})|$的衰减(dB)

$$R_p = 20\lg\frac{|H_a(\mathrm{j}\Omega)|_{\max}}{|H_a(\mathrm{j}\Omega_p)|} = -20\lg|H_a(\mathrm{j}\Omega_p)| \tag{7.5.54}$$

$$A_s = 20\lg\frac{|H_a(\mathrm{j}\Omega)|_{\max}}{|H_a(\mathrm{j}\Omega_{st})|} = -20\lg|H_a(\mathrm{j}\Omega_{st})| \tag{7.5.55}$$

(2) 通带波纹参数ε与R_p的关系，由于Ω_p就是通带截止频率Ω_c，以下用Ω_p代替Ω_c，将$\Omega=\Omega_c=\Omega_p$代入(7.5.31)式的$|H_a(\mathrm{j}\Omega)|$中，有$[C_N^2(\Omega_p/\Omega_p)=C_N^2(1)=1]$

$$|H_a(\mathrm{j}\Omega_p)| = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \tag{7.5.56}$$

将它代入(7.5.54)式中，可得

$$R_p = 10\lg(1+\varepsilon^2) \tag{7.5.57}$$

即

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0.1R_p}-1} \tag{7.5.58}$$

(3) 阻带截止频率处响应幅度$1/A$(见图7.7(a)、图7.7(b))与A_s的关系。

由于

$$|H_a(\mathrm{j}\Omega_{st})| = \frac{1}{A} \tag{7.5.59}$$

将它代入到(7.5.55)式中，有

$$A_s = 20\lg A \tag{7.5.60}$$

即

$$A = 10^{0.05A_s} \tag{7.5.61}$$

(4) 阶数N。可由阻带边界条件确定N。

由(7.5.29b)式切贝雪夫多项式$C_N(x)$当$x>1$时的定义可知

当$x=\dfrac{\Omega_{st}}{\Omega_p}>1$时，有

$$C_N\left(\frac{\Omega_{st}}{\Omega_p}\right) = \mathrm{ch}\left[N\cdot\mathrm{arcch}\left(\frac{\Omega_{st}}{\Omega_p}\right)\right] \tag{7.5.62}$$

在(7.5.28)式中代入$\Omega=\Omega_{st}$，有

$$|H_a(\mathrm{j}\Omega_{st})| = \frac{1}{A} = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2C_N^2\left(\dfrac{\Omega_{st}}{\Omega_p}\right)}} \tag{7.5.63}$$

考虑到(7.5.58)式及(7.5.61)式，从(7.5.63)式可得到

$$C_N\left(\frac{\Omega_{st}}{\Omega_p}\right) = \frac{1}{\varepsilon}\sqrt{A^2-1} = \frac{1}{\varepsilon}\sqrt{10^{0.1A_s}-1} = \frac{\sqrt{10^{0.1A_s}-1}}{\sqrt{10^{0.1R_p}-1}} \tag{7.5.64}$$

再将(7.5.62)式代入，可求得切贝雪夫低通滤波器的阶数N

$$N \geqslant \frac{\mathrm{arcch}\left[\dfrac{1}{\varepsilon}\sqrt{10^{0.1A_s}-1}\right]}{\mathrm{arcch}(\Omega_{st}/\Omega_p)} = \frac{\mathrm{arcch}\left[\sqrt{10^{0.1A_s}-1}\Big/\sqrt{10^{0.1R_p}-1}\right]}{\mathrm{arcch}(\Omega_{st}/\Omega_p)} \tag{7.5.65}$$

(7.5.65)式也可化为另一更简单的表达式。查数学手册知(只取正号)

$$\mathrm{arcch}(x) = \ln(x+\sqrt{x^2-1}) \tag{7.5.66}$$

将此式代入(7.5.65)式，并考虑到$\ln y=(\lg y)\ln 10$，由此可得

$$N \geqslant \frac{\lg\left[\frac{1}{\varepsilon}\sqrt{10^{0.1A_s}-1}+\sqrt{\frac{1}{\varepsilon^2}(10^{0.1A_s}-1)-1}\right]}{\lg\left[\Omega_{st}/\Omega_p+\sqrt{(\Omega_{st}/\Omega_p)^2-1}\right]} = \frac{\lg\left[\sqrt{\frac{10^{0.1A_s}-1}{10^{0.1R_p}-1}}+\sqrt{\frac{10^{0.1A_s}-1}{10^{0.1R_p}-1}-1}\right]}{\lg\left[\Omega_{st}/\Omega_p+\sqrt{(\Omega_{st}/\Omega_p)^2-1}\right]} \tag{7.5.67}$$

将(7.5.25)式表示的 λ_s 及 g 代入上式，则有

$$N \geqslant \frac{\lg\left[g+\sqrt{g^2-1}\right]}{\lg\left[\lambda_s+\sqrt{\lambda_s^2-1}\right]} \tag{7.5.68}$$

取$\lfloor N+1 \rfloor$作为阶数($\lfloor \cdot \rfloor$表示取其整数部分)，仍记为 N。注意此处的 Ω_p 就是切贝雪夫低通滤波器的通带截止频率 Ω_c，在此频率处$|H_a(\mathrm{j}\Omega_c)|$衰减为 R_p(dB)，不一定要 3dB，这是和巴特沃思低通滤波器不同之处。

(5) 由 N 及 ε，查表可求得归一化原型低通滤波器的 $H_{an}(s)$。

(6) 同样(但并不必要)，可引出切贝雪夫Ⅰ型低通滤波器的 3dB 截止频率(若 $R_p<R_{3\mathrm{dB}}$)。由于在 3dB 衰减处的频率 $\Omega_{3\mathrm{dB}}>\Omega_p$ 故有$\frac{\Omega_{3\mathrm{dB}}}{\Omega_p}>1$，仍可利用(7.5.62)式及(7.5.64)式，且考虑到(7.5.58)式，将其 Ω_{st} 用 $\Omega_{3\mathrm{dB}}$代替即可，可导出(此时 $A=\sqrt{2}$)

$$\Omega_{3\mathrm{dB}} = \Omega_p \cdot \mathrm{ch}\left[\frac{1}{N}\mathrm{arcch}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right] = \Omega_p \cdot \mathrm{ch}\left[\frac{1}{N}\cdot \mathrm{arcch}\left[\frac{1}{\sqrt{10^{0.1R_p}-1}}\right]\right] \tag{7.5.69}$$

二、切贝雪夫Ⅱ型低通滤波器