《电磁场与电磁波》

竝

Chapter 0 一些零散的小知识点

1 几何尺寸 $<<$ 工作波长时，可以忽略传输线影响。

2 微波传输线是一种**分布参数**电路。

3 各向异性介质中，$\vec{k}$ $\vec{D}$ $\vec{B}$ 三者垂直。

4 $\vec{E}$ $\vec{H}$ $\vec{S}$ 三者永远互相垂直，且成右手螺旋关系。

5 一平面波以垂直光轴的方向入射单轴电各向异性介质，电磁波的极化方向与光轴成 45° 。当介质厚度 $d=\lambda/4\Delta n$ 的奇数倍时，出射波旋转 $\pi/2$ ，为圆极化波；偶数倍时，出射波旋转 π ，为线极化波。 $\Delta n=\mid n_o-n_e\mid$

6 同轴线能传输 TEM 模电磁波，且电场与磁场相位差为 $\pi/2$ ，相速与群速相等。

7 圆波导中 TE_{0n} 模与 TM_{1n} 模可简并.

8 两个金属空腔谐振器，形状尺寸完全相同，铜腔比铝腔**品质因数**大。

9 标准微带传输线的传播模式为**准 TEM 波**。

10 理想介质中的均匀平面波是**非色散波**，导电媒质中是**色散波**。

11 满足波动方程的场不一定满足 $Maxwell$ 方程。如 $\vec{B}=x\vec{x}+y\vec{y}\quad\nabla\cdot\vec{B}\neq 0$ 。

12 所有**任意**，**直接**等词语一般都是错的。

13 光纤中，LP_{01} 模截止频率为 0 ，即单模工作在 LP_{01} 模时**任何频率**的波都可以传播。且单模光纤不存在**模式色散**。

14 平面波由复数形式向时谐量进行转化时，记住先乘 e^{jwt} 再取实部。即虚部变成对应的 $-sin(?)$

15 入射角与折射角：$n_1 sin\theta_1=n_2 sin\theta_2$ 。

16 时变场中，矢量位 $\vec{A}$ 和标量位 Φ 两者是由**洛伦兹条件**相互联系的。

17 微波阻抗匹配器中不可以使用**电阻**。

18 用铁锤敲打矩形空腔谐振器的顶部，使之略有凹陷，其谐振频率**变大**。

19 理想介质可视为短路，反射系数为 -1

Chapter 1 波与矢量分析

波动特征

时谐连续波

$$A(z,t)=A_0cos(\omega t-kz+\varphi_0)\longleftrightarrow A_0e^{-j(kz-\varphi_0)}$$

周期

$$T=2\pi/\omega$$

波长

$$\lambda=2\pi/k$$

相速

$$v_p=\omega/k=1/\sqrt{\mu\varepsilon}$$

矢量分析与场论

拉普拉斯算符

$$\nabla=\frac{\partial}{\partial x}\vec{x}+\frac{\partial}{\partial y}\vec{y}+\frac{\partial}{\partial z}\vec{z}$$

梯度（矢量）

$$grad\ \Phi=\nabla\Phi=\frac{\partial\Phi}{\partial x}\vec{x}+\frac{\partial\Phi}{\partial y}\vec{y}+\frac{\partial\Phi}{\partial z}\vec{z}$$

散度（标量）

$$div\ \vec{\Phi}=\nabla\cdot\vec{\Phi}=\frac{\partial\Phi_x}{\partial x}+\frac{\partial\Phi_y}{\partial y}+\frac{\partial\Phi_z}{\partial z}$$

散度定理：$\oint_S\vec{\Phi}\cdot d\vec{S}=\int_V(\nabla\cdot\vec{\Phi})dV$（通量体密度）

旋度（矢量）

$$Curl\ \vec{\Phi}=\nabla\times\vec{\Phi}=\begin{bmatrix}\overrightarrow{x_0} & \overrightarrow{y_0} & \overrightarrow{z_0}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ \Phi_x & \Phi_y & \Phi_z\end{bmatrix}$$

旋度定理：$\oint_l\vec{\Phi}\cdot d\vec{l}=\int_S(\nabla\times\vec{\Phi})d\vec{S}$（环量面密度）

Chapter 2 传输线基本理论与圆图

传输线方程

$$V=V^ie^{-jkz}+V^re^{jkz}$$

$$I=I^ie^{-jkz}-I^re^{jkz}$$

电压反射系数

$$\Gamma_V(z)=\frac{V^re^{jkz}}{V^ie^{-jkz}}=\Gamma(0)e^{j2kz}$$

得到 $V(z)=[1+\Gamma_V(z)]V^ie^{-jkz}\qquad I(z)=[1-\Gamma_V(z)]V^ie^{-jkz}/Z_c$

阻抗与反射系数关系

$$Z(z)=Z_c\frac{1+\Gamma_V(z)}{1-\Gamma_V(z)}\qquad \Gamma_V(z)=\frac{Z(z)-Z_c}{Z(z)+Z_c}$$

进一步得到输入阻抗 $Z_{in}=Z_c\frac{Z_L+jZ_c tankl}{Z_c+jZ_L tankl}$

负载开路：$Z_{in}=Z_c/jtankl$

负载短路：$Z_{in}=jZ_c tankl$

描述传输线状态的特征量沿传输线的变换图示

反射系数变换图示

$\Gamma_V(z=-l)=|\Gamma(0)|e^{j[\phi(0)-2kz]}$ （负载向源移动，顺时针旋转）

$|\Gamma_V|=1$: 纯驻波 $|\Gamma_V|=0$: 行波，只有入射波没有反射波，$V_{max}=V_{min}$

电压电流变换图示

$V_{max}=1+|\Gamma_V|$ （即圆图右端点）

$V_{min}=1-|\Gamma_V|$ （即圆图左端点）

第一个电压腹点位置：$d_{max}=\frac{\varphi(0)}{2k}=\frac{\varphi(0)\lambda}{4\pi}$

第一个电压节点位置：$d_{min}=\frac{\varphi(0)}{2k}\pm\frac{\lambda}{4}=\frac{\varphi(0)\lambda}{4\pi}\pm\frac{\lambda}{4}$

驻波系数 **VSMR**

$\rho=\frac{1+|\Gamma_V|}{1-|\Gamma_V|}$ 或 $|\Gamma_V|=\frac{\rho-1}{\rho+1}$

传输功率

$|\Gamma_V|^2=\frac{p^r}{p^i}$

取电压腹点：$P=\frac{1}{2}\cdot\frac{|V_{max}|^2}{Z_c\rho}$

取电压节点：$P=\frac{1}{2}\cdot\frac{Z_c|I_{max}|^2}{\rho}$

☆传输线圆图

本质上还是反射系数圆图

归一化电阻图

圆心 $(\frac{r}{r+1},0)$ 半径 $\frac{1}{r+1}$

归一化电抗图

圆心 $(1,\frac{1}{x})$ 半径 $|\frac{1}{x}|$

阻抗圆图

1 上半圆 $x>0$ 是感抗，下半圆 $x<0$ 是容抗。

2 实轴 $x=0$ 为纯电阻线，$|\Gamma|=1$ 圆为纯电抗圆。

3 左端点为短路点，右端点为开路点，圆心 $|\Gamma|=0$ $\rho=1$ 为阻抗匹配点。

4 实轴左半径上的点代表电压波节点/电流波腹点，即 $\rho=\frac{1}{r_{min}}$ 。实轴右半径上的点代表电压波腹点/电流波节点，即 $\rho=r_{max}$ 。

5 沿着原图旋转一周为 $\lambda/2$ 。

6 负载向源移动，顺时针旋转。

7 阻抗原图旋转180°为导纳圆图：左端点开路，右端点短路，左半径 $\rho=\frac{1}{g_{min}}$ ，右半径 $\rho=g_{max}$

8 沿等 $|\Gamma|$ 圆转到左半轴的电长度即 d_{min}/λ，转到右半轴的电长度即 d_{max}/λ。

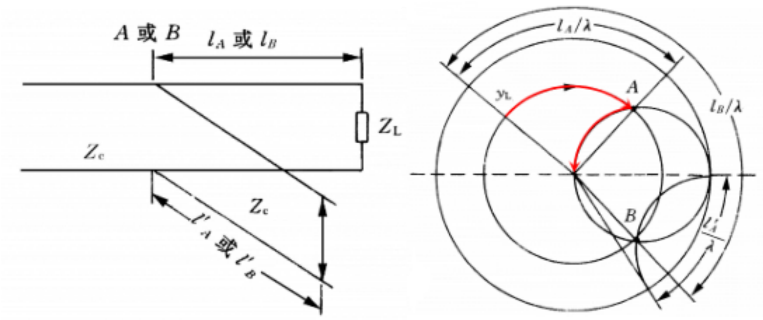
9 计算前先归一化。

阻抗匹配及阻抗匹配器

$\lambda/4$ 变换器

接在传输线与纯电阻负载间的一段长为 $\lambda/4$ 的传输线，其特征阻抗 $Z_{c1}=\sqrt{R_L Z_c}$

☆单可变电纳匹配器



① 计算归一化导纳 $Y=Z_c/Z_L$

② 负载处电流反射系数 $|\Gamma_i|=\frac{Y-1}{Y+1}$

③ 沿等 $|\Gamma|$ 圆旋转 l_A/λ 落到等 $g=1$ 圆上，记为点 A，设 A 点坐标为 (x,y)，算得 $x=|\Gamma|^2 \quad y=|\Gamma|\sqrt{1-|\Gamma|^2}$，则点 A 用相位可表示为 $|\Gamma|e^{j\varphi_A}$，其中 $\varphi_A=arctan\frac{y}{x}$，同时也可算得 $l_A=(\varphi_0-\varphi_A)\frac{\lambda}{2}/360^\circ$。

④ 设 A 点导纳为 $Y_{in}=\frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}=1+jb$，其中 $\Gamma=|\Gamma|e^{j\varphi_A}$。则支路端（归一化特征导纳 $Y_c=1$）对应的输入导纳应为 $-jb$。

⑤ 对于终端短路的支路，$jY_c tankl'_A=-jb \quad l'_A=arctan(-b)/k$；终端开路的支路，$Y_c/jtankl'_A=-jb \quad l'_A=arctan(1/b)/k$

⑥ 负载阻抗实部为 0 时无法匹配

双可变电纳匹配器

调节第一段支路长度 l_1 使与 $g=1$ 圆中心对称的圆相交，经 $\lambda/4$ 变换到 $g=1$ 圆上，之后同**单可变电纳匹配器**。

（l_1 的调节不可使其进入 $g=1$ 圆内）

Chapter 3 麦克斯韦方程

积分形式	微分形式
$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=-\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$	$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$
$\oint_l \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=\int_S\left(\boldsymbol{J}+\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$	$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$
$\oint_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=\int_V \rho_V \mathrm{d}V$	$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho_V$
$\oint_S \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=0$	$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$
反映场在局部区域的平均性质	反映场在空间每一点的性质

物质的本构关系

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}\qquad\vec{B}=\mu\vec{H}\qquad\overrightarrow{J_c}=\sigma\vec{E}$$

坡印廷定理

瞬时坡印廷矢量

$$\vec{S}(\vec{r},t)=\vec{E}(\vec{r},t)\times\vec{H}(\vec{r},t)$$

时间平均坡印廷矢量

$$<\vec{S}(\vec{r})>=\frac{1}{2}Re[\vec{E}(\vec{r})\times\vec{H}^*(\vec{r})]$$

Chapter 4 平面波

波方程

无源空间（$J=\rho_v=0$）中，$(\nabla^2+k)^2=\begin{cases}\vec{E}\\ \vec{H}\end{cases}=0\qquad k^2=\omega\mu\varepsilon$ 为色散方程

平面电磁波

$\vec{E}\quad\vec{H}\quad\vec{k}$ 三者相互垂直且构成右手螺旋关系。

$$\begin{cases}\vec{E}=-\frac{1}{\omega\varepsilon}\vec{k}\times\vec{H}=-\eta\overrightarrow{k_0}\times\vec{H}\\ \vec{H}=\frac{1}{\omega\mu}\vec{k}\times\vec{E}=\frac{1}{\eta}\overrightarrow{k_0}\times\vec{E}\end{cases}$$ 其中 $\overrightarrow{k_0}$ 为单位波矢量。

波阻抗

$$\eta=\frac{\omega\mu}{k}=\frac{k}{\omega\varepsilon}=\sqrt{\mu/\varepsilon}\qquad\eta_0\approx377\Omega$$

极化

对电场进行考量，设 $\vec{E}=(\overrightarrow{x_0}E_x+\overrightarrow{y_0}E_y)e^{-jkz}$ ，令 $E_y/E_x=Ae^{j\varphi}$ 。（注意这里传播方向为 $+z$）

线极化波

$\varphi=0$ 或 π

圆极化波

$A=1$ ，$\varphi=\pm\frac{\pi}{2}$ ，即 $Ae^{j\varphi}=\pm j$（在极化圆上，上半圆左旋，下半圆右旋）

椭圆极化波

除了线极化波或圆极化波就是椭圆极化波（在极化圆上，上半圆左旋，下半圆右旋）

有耗介质中的平面波

定义复介电常数 $\tilde{\varepsilon}=\varepsilon-j\sigma/\omega$ ，实数部分代表位移电流的贡献，它不能引起电磁波功率的耗散；虚数部分是传导电流的贡献，它引起能量耗散。

则 $k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}(1-j\sigma/\omega\varepsilon)^{\frac{1}{2}}=k_r-jk_i$ 。这里 k_r 为相位常数，k_i 为衰减常数，损耗正切 $\sigma/\omega\varepsilon$ 。

波阻抗 $\eta=\sqrt{\mu/\tilde{\varepsilon}}=\sqrt{\omega\mu/2\sigma}(1+j)=\sqrt{\omega\mu/\sigma}\cdot e^{j\pi/4}\qquad|\eta|=\sqrt{\omega\mu/\sigma}$

相速 $v_p=\omega/k_r$　波长 $\lambda=2\pi/k_r$

电导率很小的介质

$\sigma/\omega\varepsilon << 1 \quad k \approx \omega\sqrt{\mu\varepsilon}(1 - j\sigma/2\omega\varepsilon)$ **穿透深度：** $d_p = 1/k_i = \frac{2}{\sigma}\sqrt{\varepsilon/\mu}$

电导率很大的介质

$\sigma/\omega\varepsilon >> 1 \quad k \approx \sqrt{\omega\mu\sigma/2}(1 - j)$ **穿透深度：** $d_p = 1/k_i = \sqrt{2/\omega\mu\sigma} = \delta$

完纯导体

$\sigma \to \infty \quad \delta \to 0 \quad E \to 0$ 导体内无电磁场

色散与群速

色散介质

相速 v_p 与 ω 有关，有耗介质 $\Leftrightarrow$ 色散

群速

振幅包络的传播速度，代表电磁能流运动的速度，真正传播信息。

$v_g = d\omega/dk_z$ 或 $v_g = v_p/(1 - \frac{\omega}{v_p} \cdot \frac{dv_p}{d\omega})$

电各向异性介质中的平面波

我感觉不考。

磁化铁氧体中的平面波

我感觉也不考。

平面波传播的传输线模型

电磁波可以分解成 TE 模与 TM 模的线性组合。如果坐标轴的选择使得波矢 $\vec{k}$ 在 $x - z$ 平面内，即只有 k_x, k_z 两个分量，$k_y = 0$，因为 $\vec{E}\ \vec{H}\ \vec{k}$ 相互垂直，$\vec{E}\ \vec{H}$ 必有一个在 y 方向。如果电场在 y 方向，就是 TE 模；如果磁场在 y 方向，就是 TM 模。

TE 模

电场只有横向分量，没有纵向分量。特征阻抗 $\eta = \omega\mu/k'_z$

TM 模

磁场只有横向分量，没有纵向分量。特征阻抗 $\eta = k'_z/\omega\varepsilon$

Chapter 5 波的反射与折射

边界条件

$$\begin{cases} \overrightarrow{n_0} \times (\overrightarrow{H_1} - \overrightarrow{H_2}) = \overrightarrow{J_s} \\ \overrightarrow{n_0} \times (\overrightarrow{E_1} - \overrightarrow{E_2}) = 0 \\ \overrightarrow{n_0} \cdot (\overrightarrow{D_1} - \overrightarrow{D_2}) = \rho_s \\ \overrightarrow{n_0} \cdot (\overrightarrow{B_1} - \overrightarrow{B_2}) = 0 \end{cases}$$

特殊情况： 介质-导体表面（导体内部无电磁场）电场强度切向分量 E_t 与磁感应强度法向分量 B_n 均为 0 。

介质交界面的反射与折射

假设从介质 1 进入介质 2

$$\begin{cases} k_x^r = k_x^i = k_x^t = k_x \\ k_z^r = k_z^i = k_{z1} \\ k_i^2 = k_0^2 \varepsilon_{ri} = k_0^2 \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_{ri} \mu_0 = k_{z1}^2 + k_x^2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \theta^r = \theta^i \\ n_1 sin\theta^i = n_2 sin\theta^t \end{cases}$$

即沿 x 方向 k 不变，沿 z 方向 k 与介质有关。其中 $n_i = \sqrt{\varepsilon_{ri}} \qquad k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ 一直适用。

TE 模

定义： 反射系数 $\Gamma = E^r/E^i$ 透射系数 $T = E^t/E^i$

$\Gamma(z=0) = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \qquad T(z=0) = \frac{2Z_2}{Z_2+Z_1} = 1 + \Gamma(z=0)$

特征阻抗 $Z_i = \omega\mu_i/k_{zi}$

TM 模

定义： 反射系数 $\Gamma = E_x^r/E_x^i$ 　透射系数 $T = H^t/H^i$（设 $\vec{k}$ 在 $x-z$ 平面，则取 E 在 x 方向即切向的分量）

$\Gamma(z=0) = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \qquad T(z=0) = \frac{2Z_1}{Z_2+Z_1} = 1 - \Gamma(z=0)$

特征阻抗 $Z_i = k_{zi}/\omega\varepsilon_i$

$Brewster$ 角

以某一角度 θ_B 入射时，无反射，即 $\Gamma = 0$ ，此时反射波为线极化波。只有 TM 模才有布儒斯特角。

可得 $\theta_B = \frac{\pi}{2} - \theta^t = arctan\sqrt{\varepsilon_{r2}/\varepsilon_{r1}}$

临界角

以 $\geq$ 某一角度 θ_C 入射时，透射角为 $\frac{\pi}{2}$ ，即出现表面波。只有 $n_1 > n_2$ 即 $k_1 > k_2$ 时才会出现。

可得 $\theta_C = arcsin\sqrt{\varepsilon_{r2}/\varepsilon_{r1}}$

此时 $|\Gamma_{TE}| = |\Gamma_{TM}| = 1$ 全反射。

各种界面的反射

吸收介质、导体、电离层

我感觉不考。

多层平板介质

以 TE 模为例

① $k_x = k_i sin\theta_i \quad k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2} = \sqrt{k_0^2\varepsilon_r - k_i^2 sin^2\theta}$

② 最右侧开始，逐层往 $z=0$ 处分析。

③ 计算交界面处 $\Gamma \quad T$

④ 场量为入射+反射，但传播方向 z 相反

Chapter 6 波导

矩形波导

矩形波导可看成一个高通滤波器。可分为 TE_{mn} 模与 TM_{mn} 模，其中 TM_{mn} 模的 m,n 不能为 0 。TE_{10} 模为主模。

TE 模

$$E_x = \sum_{m,n} A_{mn} \frac{n\pi}{b} cos(\frac{m\pi}{a}x) sin(\frac{n\pi}{b}y) e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$E_y = \sum_{m,n} -A_{mn} \frac{m\pi}{a} sin(\frac{m\pi}{a}x) cos(\frac{n\pi}{b}y) e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$E_z = 0$$

$$H_x = \sum_{m,n} A_{mn} \frac{k_z}{\omega\mu} \frac{m\pi}{a} sin(\frac{m\pi}{a}x) cos(\frac{n\pi}{b}y) e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$H_y = \sum_{m,n} A_{mn} \frac{k_z}{\omega\mu} \frac{n\pi}{b} cos(\frac{m\pi}{a}x) sin(\frac{n\pi}{b}y) e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$H_z = \sum_{m,n} A_{mn} \frac{\pi^2}{j\omega\mu} (\frac{n^2}{b^2} + \frac{m^2}{a^2}) cos(\frac{m\pi}{a}x) cos(\frac{n\pi}{b}y) e^{j(\omega t - k_z z)}$$

TM 模

$$E_x = \sum_{m,n} -B_{mn} \frac{k_z}{\omega\varepsilon} \frac{n\pi}{b} cos(\frac{m\pi}{a}x) sin(\frac{n\pi}{b}y) e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$E_y = \sum_{m,n} -B_{mn} \frac{k_z}{\omega\varepsilon} \frac{n\pi}{b} sin(\frac{m\pi}{a}x) cos(\frac{n\pi}{b}y) e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$E_z = \sum_{m,n} B_{mn} \frac{\pi^2}{j\omega\varepsilon} (\frac{n^2}{b^2} + \frac{m^2}{a^2}) sin(\frac{m\pi}{a}x) sin(\frac{n\pi}{b}y) e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$H_x = \sum_{m,n} B_{mn} \frac{n\pi}{b} sin(\frac{m\pi}{a}x) cos(\frac{n\pi}{b}y) e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$H_y = \sum_{m,n} -B_{mn} \frac{m\pi}{a} cos(\frac{m\pi}{a}x) sin(\frac{n\pi}{b}y) e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$H_z = 0$$

色散关系

$k_z = \sqrt{\omega^2 \mu\varepsilon - (\frac{m\pi}{a})^2 - (\frac{n\pi}{b})^2}$ $k_z = 0$ 时截止。其中 $k_x = \frac{m\pi}{a}$ $k_y = \frac{n\pi}{b}$

截止频率

$$f_c = \sqrt{(\frac{m\pi}{a})^2 + (\frac{n\pi}{b})^2} v / 2\pi$$

截止波长

$$\lambda_c = 2\pi / \sqrt{(\frac{m\pi}{a})^2 + (\frac{n\pi}{b})^2}$$

相速与群速

$v_p = v / \sqrt{1 - (\frac{\lambda}{\lambda_c})^2}$ $v_g = v \cdot \sqrt{1 - (\frac{\lambda}{\lambda_c})^2}$ 可见 $v_p \cdot v_g = v^2 = 1/\mu\varepsilon = c^2/\mu_r\varepsilon_r$

波导波长

$$\lambda_g = v_p / f = \lambda / \sqrt{1 - (\frac{\lambda}{\lambda_c})^2}$$

特征阻抗

$Z_{TE} = \eta \cdot \lambda_g / \lambda$ $Z_{TM} = \eta \cdot \lambda / \lambda_g$

等效阻抗

以 TE_{10} 模为例，$Z_{e10} = \frac{b}{a} Z_{10}$

TE_{10} 模的色散特性

$\lambda_c = 2a \quad f_c = v/2\pi a \quad v_p = v/\sqrt{1-(\frac{\lambda}{2a})^2} \quad \lambda_g = \lambda/\sqrt{1-(\frac{\lambda}{2a})^2}$

圆波导

可分为 TE_{mn} 模与 TM_{mn} 模。m 表示场沿圆周分布的驻波数，n 表示场沿半径分布的半驻波数或场的最大值个数。TE_{11} 模为主模。

色散关系

$k_z^2 = \omega^2\mu\varepsilon - k_t^2 \qquad k_t^2 = \begin{cases} \frac{u'_{mn}}{a} & TE \\ \\ \frac{u_{mn}}{a} & TM \end{cases}$ 其中 a 为圆波导半径，下同。

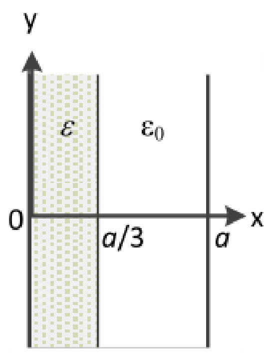
截止波长

$$\lambda_c = \begin{cases} \frac{2\pi a}{u'_{mn}} & TE \\ \\ \frac{2\pi u_{mn}}{a} & TM \end{cases}$$

平板介质波导

☆横向谐振原理

$\underline{\overleftarrow{Y} + \overrightarrow{Y} = 0}$（参考面开路） $\underline{\overleftarrow{Z} + \overrightarrow{Z} = 0}$（参考面短路）



以 $x = a/3$ 为参考面。左侧记为区域 1 ，右侧记为区域 2 。

$k_{x1} = \sqrt{k_1^2 - k_z^2} = \sqrt{\omega^2\varepsilon\mu_0 - k_z^2} \qquad k_{x2} = \sqrt{k_2^2 - k_z^2} = \sqrt{\omega^2\varepsilon_0\mu_0 - k_z^2}$

区域 1 特征导纳 $Y_1 = k_{x1}/\omega\mu_0$ 区域 2 特征导纳 $Y_2 = k_{x2}/\omega\mu_0$

利用传输线等效，可将 $x = 0$ 与 $x = a$ 处看成短路。

有 $\overleftarrow{Y} = Y_1/jtan(k_{x1}\frac{a}{3}) \qquad \overrightarrow{Y} = Y_2/jtan(k_{x2}\frac{2a}{3})$

根据谐振原理，有 $Y_1/jtan(k_{x1}\frac{a}{3}) + Y_2/jtan(k_{x2}\frac{2a}{3}) = 0$

代入数值可得关于 k_z 的方程，即**色散方程**。

此时截止频率易求，即取 $k_z = 0$ ，求出 k_0 ，截止波长 $\lambda_c = 2\pi/k_0$ ，截止频率 $f_c = c/\lambda_c$

对称情况

奇对称：对称面短路，用阻抗。

偶对称：对称面开路，用导纳。

光纤

梯度光纤中的模间色散要比阶跃光纤小得多，因而具有更高的传输带宽。

定义纤芯折射率 n_1 包层折射率 n_2 纤芯半径 a

数值孔径 NA

定义 $\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \approx (n_1 - n_2)/n_1$

$NA = sin\theta_0 = n_1 sin(\frac{\pi}{2} - \theta_c) \approx n_1\sqrt{2\Delta}$

其中 θ_0 为入射临界角（入射角$\leq \theta_0$ 时可在光纤内传播），$\theta_c = arcsin\frac{n_2}{n_1}$ 为全反射临界角（反射角$\geq \theta_0$ 时可在光纤内发生全反射）

数值孔径越大，光纤传输带宽越小，聚光能力越强，光纤模间色散越大，纤芯和包层相对折射率差越大。

波动分析

我感觉不考。

Chapter 7 谐振器

空腔谐振器

谐振条件

$\underline{\overleftarrow{Z} + \overrightarrow{Z} = 0}$

$\overleftarrow{Z} = 0 \quad \overrightarrow{Z} = jZ_z tan(k_z l) \qquad$ 其中 $Z_z = \begin{cases} \omega\mu/k_z & TE \text{ 模} \\ k_z/\omega\varepsilon & TM \text{ 模} \end{cases}$

代入得 $k_z = p\pi/l \quad p = 1, 2, \ldots$ 则 $k^2 = \omega^2\mu\varepsilon = (\frac{p\pi}{l})^2 + k_t^2 = (\frac{2\pi}{\lambda})^2$

TEM 模同轴线：$k_t = 0$ 谐振波长 $\lambda_0 = 2l/p$

矩形波导：$k_t^2 = (m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2$ 谐振波长 $\lambda_0 = 2/\sqrt{(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2 + (\frac{p}{l})^2}$

圆波导：$k_t = \begin{cases} u'_{mn}/a & TE \text{ 模} \\ u_{mn}/a & TM \text{ 模} \end{cases}$ 谐振波长 $\lambda_0 = \begin{cases} 2/\sqrt{(\frac{u'_{mn}}{\pi a})^2 + (\frac{p}{l})^2} & TE \text{ 模} \\ 2/\sqrt{(\frac{u_{mn}}{\pi a})^2 + (\frac{p}{l})^2} & TM \text{ 模} \end{cases}$

微带谐振器、介质谐振器、开放式谐振器

我感觉都不考。

谐振器与传输线的耦合

谐振器与外电路耦合度

$\beta = \frac{Y_0}{n^2 G_0}$ 这里 Y_0 为传输线特征导纳，G_0 为谐振器内部损耗电导。

当 $\beta > 1$ 时，$\rho = \beta$；当 $\beta < 1$ 时，$\rho = 1/\beta$

微扰法判断 β 大小

腔内插入一小损耗（如插入青草叶子），如果随微扰损耗增加，$\omega = 0$ 这一点反射功率单调增加，则 $\beta < 1$，如果反射功率开头变小到零，后又增加，则 $\beta > 1$。

Chapter 8 天线

电基本振子

远区辐射场

$\begin{cases} \vec{E} = \overrightarrow{\theta_0}\sqrt{\mu/\varepsilon}\cdot\frac{jkI\Delta le^{-jkr}}{4\pi r}sin\theta \\ \\ \vec{H} = \overrightarrow{\varphi_0}\cdot\frac{jkI\Delta le^{-jkr}}{4\pi r}sin\theta \end{cases}$ 为非均匀球面波。这里 $sin\theta$ 为天线子的辐射方向函数，记为 $V(\theta)$，下同。

方向性

$G_D = 4\pi r^2\frac{<S>}{P_{out}} = \frac{3}{2}sin^2\theta$ 其中 P_{out} 为发射功率。

无损耗时，$G_D = 4\pi A_e/\lambda^2 = G$ 其中 A_e 为有效面积，G 为天线增益。

辐射电阻

$R_{rad} = \frac{8\pi}{3}\eta_0(\frac{kI\Delta l}{4\pi})^2 = \frac{2\eta_0}{3\lambda^2}\pi\Delta l^2$

接收功率

$P_R = A_e\cdot E^2/2\eta_0 = A_e < S >$

（综上，已知其中任意 4 个量，便可求得所有量）

磁基本振子

我觉得不考。

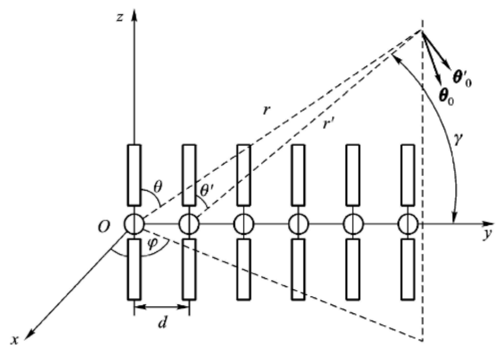
线天线

远区辐射场

$\begin{cases} \vec{E} = \overrightarrow{\theta_0}\cdot\frac{jk\eta e^{-jkr}}{4\pi r}sin\theta U(\theta) \\ \\ \vec{H} = \overrightarrow{\varphi_0}\cdot\frac{jkI\Delta le^{-jkr}}{4\pi r}sin\theta U(\theta) \end{cases}$ 其中 $U(\theta)$ 为修正因子，$U(\theta) = \int_{-l_1}^{l_2} I(z)e^{jkzcos\theta}dz$

列阵天线

以线天线作为天线子。



令相邻两天线单元的辐射相位差为 Ψ，间距为 d。$r' = r - dcos\gamma = r - dsin\theta sin\varphi$。并假设各天线单元电流值相等。

则 $\vec{E} = \vec{E}_0(1 + e^{j\alpha} + \cdots + e^{j(N-1)\alpha} = \vec{E}_0(1 - e^{jN\alpha})/(1 - e^{j\alpha}) = \vec{E}_0F(\theta,\varphi)$ 其中 $F(\theta,\varphi)$ 为阵因子，$\alpha = \Psi + kdcos\gamma$

$|F(\theta,\varphi)| = |\frac{sin(N(\Psi+kdcos\gamma)/2)}{sin(\Psi+kdcos\gamma)/2}|$ （当 $\Psi + kdcos\gamma = 2k\pi$ 时取最大值 N，当 $N(\Psi + kdcos\gamma)/2 = m\pi(m \neq 0, 2N, \ldots)$ 时为 0）

下面将几种列阵天线可能排布情况一一举例说明

天线组按 x 轴排列

$r' = r - d(\vec{x}_0 \cdot \vec{r}_0) = r - dcos\varphi sin\theta \quad F(\theta,\varphi) = (1 - e^{jN(\Psi + kdcos\varphi sin\theta)})/(1 - e^{j(\Psi + kdcos\varphi sin\theta)})$

二元天线：归一化阵因子 $F = cos[(\Phi + kdcos\varphi sin\theta)/2]$

天线组按 z 轴排列

$r' = r - d(\vec{z}_0 \cdot \vec{r}_0) = r - dcos\theta \quad F(\theta,\varphi) = (1 - e^{jN(\Psi + kdcos\theta)})/(1 - e^{j(\Psi + kdcos\theta)})$

二元天线：归一化阵因子 $F = cos[(\Phi + kdcos\theta)/2]$

（可见，阵因子只与天线组的排列方式有关）

天线子沿 x 轴摆放

$V(\theta) = [cos(klcos\theta_x/2) - cos(kl/2)]/sin(\theta_x)$ 其中 $cos\theta_x = sin\theta cos\varphi$

天线子沿 z 轴摆放

$V(\theta) = [cos(klcos\theta/2) - cos(kl/2)]/sin(\theta)$

（可见，辐射方向函数只与天线子的摆放方式有关）

总的辐射方向函数

$f(\theta) = V(\theta) \cdot F(\theta)$ 当仅仅为一元天线时，$F(\theta) = 1$ 。

对电基本振子求解时只需令 $V(\theta) = sin\theta_x$ （水平放置）或 $V(\theta) = sin\theta$（垂直放置）

口径天线

单元数 N 间距 d 总宽度 $w_x = (N-1)d \approx Nd$ 相邻天线相位差 $\Psi = 0$

阵因子

考虑 $\theta = \pi/2 \quad |F(\varphi)| = |sinc[(w_x sin\varphi)/\lambda]$

波束宽度（半功率宽度）

取 $w_x sin(\varphi_{BX}/2)/\lambda = \pm 0.443$ 求得 φ_{BX} 即为对应波束宽度。

零点

取 $w_x sin(\varphi_0/2)/\lambda = 1, 2, \ldots$ 求得 φ_0 即为对应零点。

方向性

$G_D = 4\pi A_e/\lambda^2$

传输方程、雷达方程和瑞利散射

我觉得都不考。

☆镜像原理

垂直放置的电基本振子的镜像即以导体面为对称的同相的电基本振子；水平放置的电基本振子的镜像即以导体面为对称的方向的电基本振子，分别构成各自的天线阵。

最后写点废话

根据我对于 2011-2017 这 7 套期末卷的分析，选择题类型比较分散，一般 15 道或 20 道。计算题一般从**平面波**、**波的反射与折射**、**波导**、**天线**这四章中各出一题。

（1）选择题：计算方面并没有过多要求，更多的是对一些概念的理解，比如有很多“下列选项中正确/错误的是”这样的题。

（2）计算题：**平面波**主要考 三者的计算，以及复数形式与三角函数形式的互换。**波的反射与折射**主要考反射系数与透射系数的计算，以及极化方式的判断。**波导**主要考矩形波导的相关参数，或是平行板波导的横向谐振原理。**天线**主要考列阵天线，或者镜像原理的应用。**传输线基本理论与圆图**可能会考吧，考点输入阻抗、反射系数啥的。

感觉这套笔记的水平应该能上 4 的吧，如果上不了，那一定是出题人的问题[ac01]