

数字信号处理

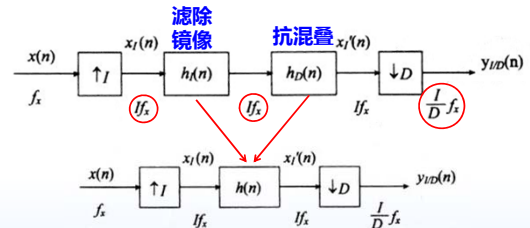
2017年秋冬学期

第十三讲
2018年1月8日

7 多抽样率数字信号处理

7.4 以有理因子 I/D 转换抽样频率

要实现按分数因子 I/D 变换抽样率的系统，只需将一个按整数因子 I 内插的系统与一个按整数因子 D 抽取的系统级联即可。



两个低通滤波器合并为一个

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \min\left(\frac{\pi}{I}, \frac{\pi}{D}\right) \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

2

7.4 以有理因子 I/D 转换抽样频率

例 7.2 设信号 $x(n]$ 的抽样频率为 $f_x = 12\text{kHz}$ ，分别按如下两种情况对其进行抽样率转换：(1) 抽样率转换为 $f_y = 26\text{kHz}$ ；(2) 抽样率转换为 $f_y = 10\text{kHz}$ 。

(1) 有理因子 $\frac{f_y}{f_x} = \frac{26}{12} = \frac{13}{6} = \frac{I}{D}$ 大于1, 无信息损失

低通滤波器通带截止频率 $\min\left(\frac{\pi}{I}, \frac{\pi}{D}\right) = \frac{\pi}{I} = \frac{\pi}{13}$

(2) 有理因子 $\frac{f_y}{f_x} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} = \frac{I}{D}$ 小于1, 有信息损失

低通滤波器通带截止频率 $\min\left(\frac{\pi}{I}, \frac{\pi}{D}\right) = \frac{\pi}{D} = \frac{\pi}{6}$

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

3

7.4 以有理因子 I/D 转换抽样频率

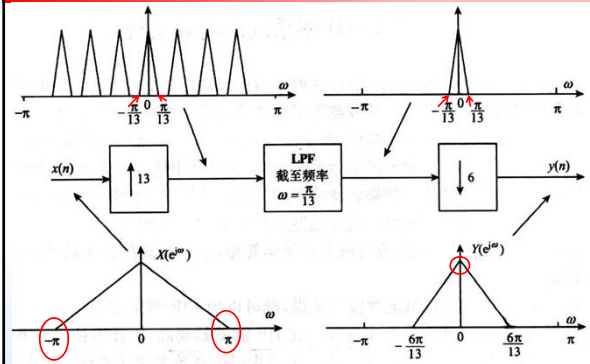


图 7.11 转换因子大于1时系统中信号的频谱分布

4

7.4 以有理因子 I/D 转换抽样频率

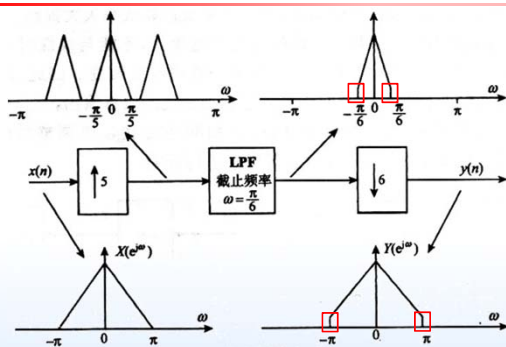


图 7.12 转换因子小于1时系统中信号频谱的分布

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

5

7.5 多抽样率系统的高效实现

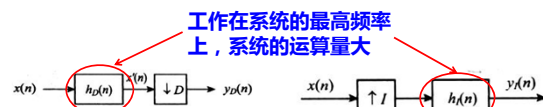


图 7.5 带抗混叠滤波器的抽取器系统框图

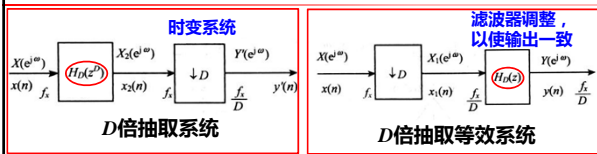
图 7.8 I 倍内插系统框图

- 取样率变换系统中常采用 FIR (相比于 IIR 更高效) 型数字滤波器来实现信号滤波；
- 为高效地实现多率数字系统，将数字滤波器运算单元放在系统中的低抽样率上进行，从而大大减少整个系统的运算量；
- 高效多抽样率系统的实现基础：网络级联的恒等变换和信号的多相分解。

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

6

7.5 多抽样率系统的高效实现——网络级联的恒等变换



$$X_2(e^{j\omega}) = H_D(e^{j\omega D})X(e^{j\omega})$$

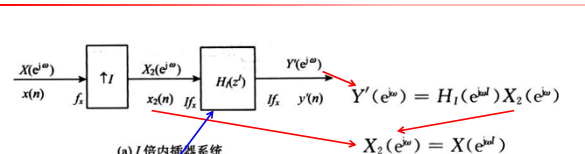
$$Y'(e^{j\omega}) = \frac{1}{D} \sum_{i=0}^{D-1} X_2(e^{j(\omega - 2\pi i/D)}) = \frac{1}{D} \sum_{i=0}^{D-1} H_D(e^{j(\omega - 2\pi i/D)})X(e^{j(\omega - 2\pi i/D)})$$

$$= \frac{1}{D} \sum_{i=0}^{D-1} H_D(e^{j\omega})X(e^{j\omega}) = H_D(e^{j\omega})X(e^{j\omega}) = Y(e^{j\omega})$$

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

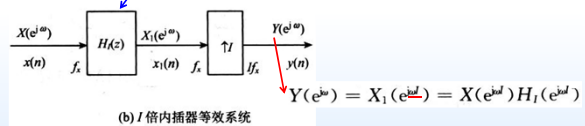
7

7.5 多抽样率系统的高效实现——网络级联的恒等变换



$$Y'(e^{j\omega}) = H_I(e^{j\omega})X(e^{j\omega})$$

$$X_2(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega D})$$



数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

8

7.5 多抽样率系统的高效实现——FIR滤波器的多相分解表示

目的：更有效地利用网络恒等关系，将系统中的滤波器单元与抽样率变换单元进行级联顺序的交换，从而获得更高效的系统实现

分成M组，每组长度L

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n} = h(0)z^{-0} + h(1)z^{-1} + h(2)z^{-2} + \dots + h(L-1)z^{-(L-1)} + h(L)z^{-L} + h(L+1)z^{-(L+1)} + h(L+2)z^{-(L+2)} + \dots + h(2L-1)z^{-(2L-1)} + h(2L)z^{-2L} + h(2L+1)z^{-(2L+1)} + \dots + h(3L-1)z^{-(3L-1)} + \dots + h((M-1)L)z^{-(M-1)L} + h((M-1)L+1)z^{-(M-1)L+1} + h((M-1)L+2)z^{-(M-1)L+2} + \dots + h(ML-1)z^{-(ML-1)}$$

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

9

7.5 多抽样率系统的高效实现——FIR滤波器的多相分解表示

$$= \sum_{i=0}^{L-1} h(i)z^{-i} + \sum_{i=0}^{L-1} h(L+i)z^{-(L+i)} + \sum_{i=0}^{L-1} h(2L+i)z^{-(2L+i)} + \dots + \sum_{i=0}^{L-1} h((M-1)L+i)z^{-(M-1)L+i}$$

$$= \sum_{i=0}^{L-1} h(i)z^{-i} + z^{-L} \sum_{i=0}^{L-1} h(L+i)z^{-i} + z^{-2L} \sum_{i=0}^{L-1} h(2L+i)z^{-i} + \dots + z^{-(M-1)L} \sum_{i=0}^{L-1} h((M-1)L+i)z^{-i}$$

$$= \sum_{j=0}^{M-1} z^{-jL} \sum_{i=0}^{L-1} h(jL+i)z^{-i} = \sum_{j=0}^{M-1} z^{-jL} \sum_{i=0}^{L-1} h(jL+i)z^{-i}$$

$$= \sum_{j=0}^{M-1} z^{-jL} \left[\sum_{i=0}^{L-1} h(jL+i)z^{-i} \right]$$

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

10

7.5 多抽样率系统的高效实现——FIR滤波器的多相分解表示

$$\text{定义 } E_i(z^L) = \sum_{j=0}^{L-1} h(jL+i)z^{-j} \quad i = 0, 1, 2, \dots, L-1$$

对序列进行该复变量的Z变换

L个子网络并联构成的并联网络

$$H(z) \text{ 的 } L \text{ 元多相分解表示 } H(z) = \sum_{i=0}^{L-1} E_i(z^L)z^{-i}$$

$$\text{频域表示 } H(e^{j\omega}) = \sum_{i=0}^{L-1} E_i(e^{j\omega L})e^{-j\omega i} \quad \text{代表着不同的相位信息，即多相分解}$$

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

11

7.5 多抽样率系统的高效实现——FIR滤波器的多相分解表示

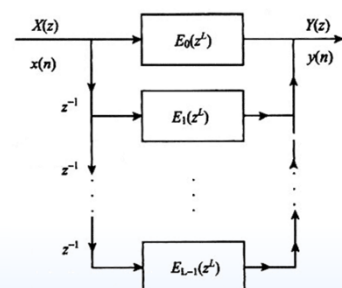


图 7.15 FIR 滤波器的多相分解结构

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

12

7.5 多抽样率系统的高效实现 —FIR滤波器的多相分解表示

定义 $E_i(z^L) = \sum_{j=0}^{M-1} h(jL+i)(z^L)^{-j} \quad i=0,1,2,\dots,L-1$

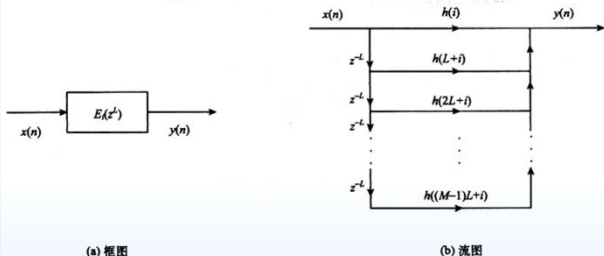


图 7.16 并联网络 $E_i(z^L)$ 的结构 ($i=0,1,\dots,L-1$)

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

13

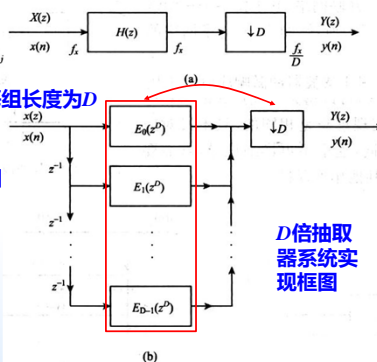
7.5 多抽样率系统的高效实现 D倍抽取系统的FIR多相实现

$$E_i(z^D) = \sum_{j=0}^{M-1} h(jD+i)(z^D)^{-j}$$

$M=N/D$ 分成M组, 每组长度为D

$i=0,1,2,\dots,D-1$

低通滤波器用D元多相分解结构实现；滤波器工作于抽取前的高频率上，由于其中包含着许多对最终要被抽取操作丢弃的点的无用运算，因此系统的实现效率不高



数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

14

7.5 多抽样率系统的高效实现 D倍抽取系统的FIR多相实现

利用网络级联的恒等变换 (图7.13)

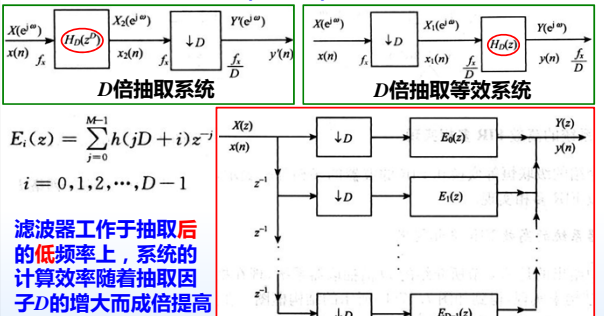


图 7.18 D倍抽取器系统的高效 FIR 多相结构

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

15

7.5 多抽样率系统的高效实现 D倍抽取系统的FIR多相实现

例 7.3 对抽样频率为 f_s 的信号 $x(n)$ 进行 4 倍抽取，设滤波器冲激响应 $h(n)$ 的长度为 12，用高效 FIR 多相结构实现此抽取系统。

解 因为 $D=4, N=12$ ，所以 $M=N/D=3$ 。滤波器以 4 个 3 阶并联网络实现，由式 (7.32) 可得并联网络的系统函数分别为

$$E_0(z) = h(0) + h(4)z^{-1} + h(8)z^{-2}$$

$$E_1(z) = h(1) + h(5)z^{-1} + h(9)z^{-2}$$

$$E_2(z) = h(2) + h(6)z^{-1} + h(10)z^{-2}$$

$$E_3(z) = h(3) + h(7)z^{-1} + h(11)z^{-2}$$

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

16

7.5 多抽样率系统的高效实现 D倍抽取系统的FIR多相实现

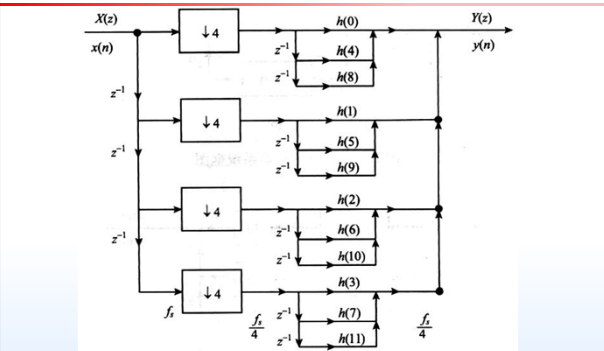


图 7.19 例 7.3 中抽取器的高效 FIR 多相结构

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

17

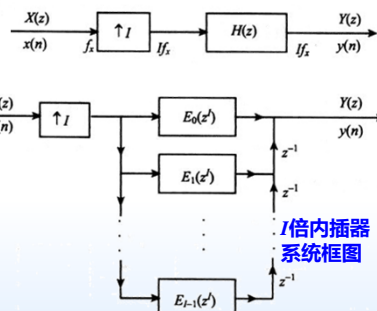
7.5 多抽样率系统的高效实现 I倍内插系统的FIR多相实现

$$E_i(z^I) = \sum_{j=0}^{M-1} h(jI+i)(z^I)^{-j}$$

$M=N/I$

$i=0,1,2,\dots,I-1$

低通滤波器用I元多相分解结构实现；滤波器工作于内插后的高频率上，由于其中包含着许多与插入的零值相乘的无用运算，因此系统的实现效率不高

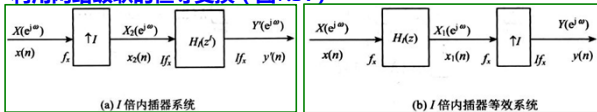


数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

18

7.5 多抽样率系统的高效实现 I 倍内插系统的FIR多相实现

利用网络级联的恒等变换 (图7.14)



并联网络的系统函数

$$E_i(z) = \sum_{j=0}^{M-1} h(jI+i)z^{-j} \quad i = 0, 1, 2, \dots, I-1$$

滤波器工作于内插前的低频率上

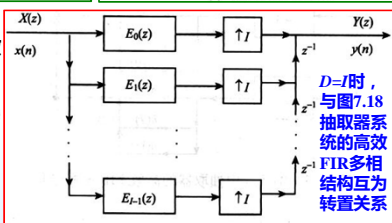


图 7.21 I 倍内插器系统的高效 FIR 多相结构

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

7.5 多抽样率系统的高效实现 I 倍内插系统的FIR多相实现

例 7.4 对抽样频率为 f_s 的信号 $x(n)$ 进行 4 倍内插处理, 设滤波器冲激响应 $h(n)$ 的长度为 12, 用高效 FIR 多相结构实现此内插系统。

解 因为 $I=4, N=12$, 所以 $M=N/I=3$ 。滤波器以 4 个 3 阶并联子网络实现, 由式 (7.34) 同样可得并联子网络的系统函数

$$E_0(z) = h(0) + h(4)z^{-1} + h(8)z^{-2}$$

$$E_1(z) = h(1) + h(5)z^{-1} + h(9)z^{-2}$$

$$E_2(z) = h(2) + h(6)z^{-1} + h(10)z^{-2}$$

$$E_3(z) = h(3) + h(7)z^{-1} + h(11)z^{-2}$$

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

7.5 多抽样率系统的高效实现 I 倍内插系统的FIR多相实现

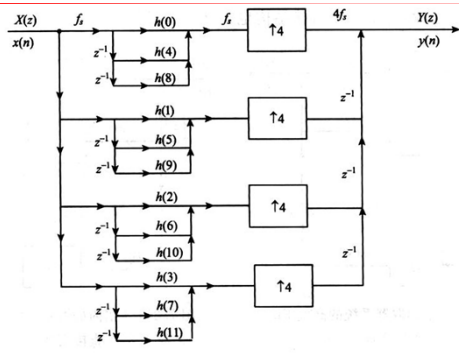


图 7.22 例 7.4 中内插器的高效 FIR 多相结构

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

7.5 多抽样率系统的高效实现 多抽样率系统的FIR直接实现

令 $M=1$ 则 $L=N$

$$E_i(z^L) = \sum_{j=0}^{M-1} h(jL+i)(z^L)^{-j} \quad i = 0, 1, 2, \dots, L-1 \quad (7.28)$$

$$H(z) = \sum_{i=0}^{L-1} E_i(z^L)z^{-i} \quad (7.29)$$

$$\begin{aligned} E_i(z^L) &= \sum_{j=0}^{M-1} h(jN+i)(z^N)^{-j} \\ &= \sum_{j=0}^{N-1} h(jN+i)(z^N)^{-j} = E_i(z) = h(i), \\ H(z) &= \sum_{i=0}^{N-1} E_i(z^N)z^{-i} \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} E_i(z)z^{-i} = \sum_{i=0}^{N-1} h(i)z^{-i} \end{aligned}$$

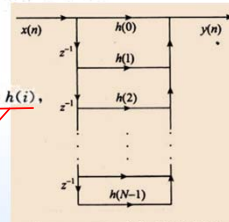


图 7.23 FIR 直接型结构流图

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

7.5 多抽样率系统的高效实现

应用于高效FIR多相结构 $E_i(z^D) = E_i(z)$

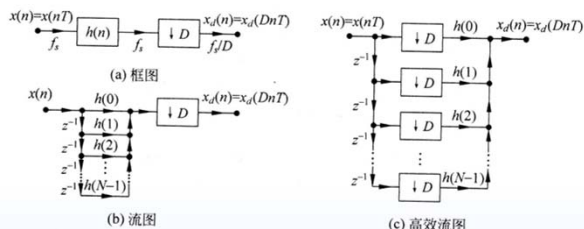


图 9.11 抽取的 FIR 直接型流图结构 $[h(n) = h(nT), \text{延时}(z^{-1}) \text{为 } T]$

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

7.5 多抽样率系统的高效实现 多抽样率系统的FIR直接实现

应用于高效FIR多相结构

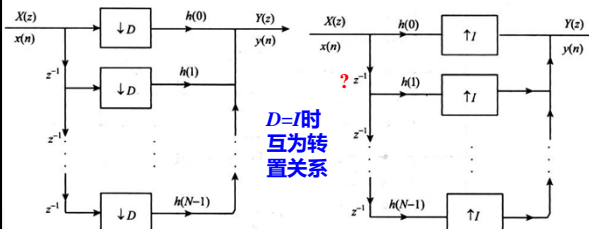


图 7.24 D 倍抽取器系统的高效 FIR 直接实现

$$E_i(z^D) = E_i(z)$$

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

图 7.25 I 倍内插器系统的高效 FIR 直接实现

24

7.5 多抽样率系统的高效实现

应用于高效FIR多相结构

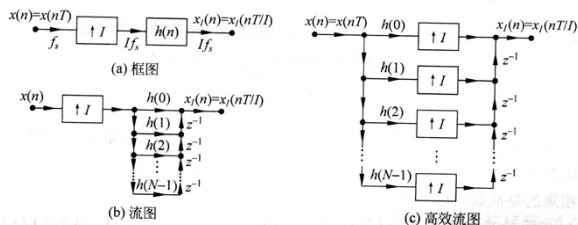


图 9.12 插值的 FIR 直接型流图结构 [$h(n) = h(nT/D)$, 延时 (z^{-1}) 为 T/I]

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

25

7.5 多抽样率系统的高效实现 多抽样率系统的FIR直接实现

若FIR滤波器具有线性相位特性，根据冲击响应函数的奇偶对称性，可进一步提升系统效率

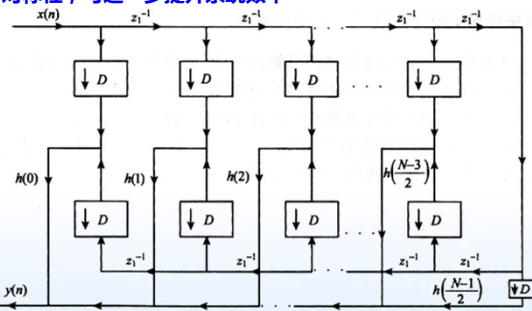


图 9.26 抽取器的线性相位 FIR 高效结构流图 (N 为奇数, $h(n)$ 偶对称)

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

26

7.5 多抽样率系统的高效实现 多抽样率系统的FIR直接实现

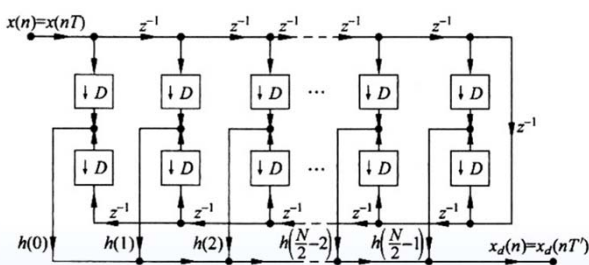


图 9.13 具有线性相位的 FIR 滤波器的高效抽取结构

[N 为偶数, $h(n)$ 偶对称, $T' = DT$, $h(n) = h(nT)$, 延时 (z^{-1}) 为 T]

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

27

7.5 多抽样率系统的高效实现 多抽样率系统的FIR直接实现

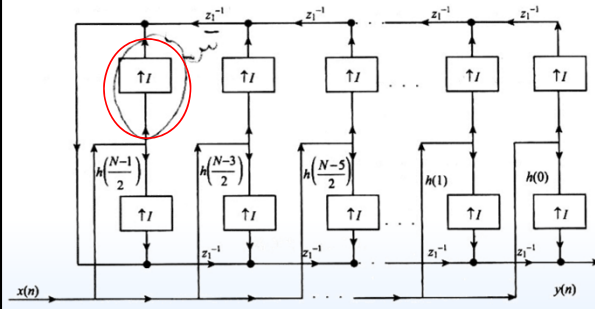


图 7.27 内插器的线性相位 FIR 高效结构流图 (N 为奇数, $h(n)$ 偶对称)

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

28

7.5 多抽样率系统的高效实现 多抽样率系统的FIR直接实现

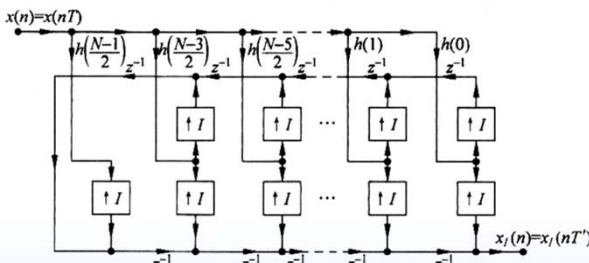


图 9.14 具有线性相位的 FIR 滤波器的高效插值结构

[N 为奇数, $h(n)$ 偶对称, $T' = T/I$, $h(n) = h(nT')$, 延时 (z^{-1}) 为 T']

数字信号处理 - 多抽样率数字信号处理

29

习题

第13次作业请到DSP公邮下载：
邮箱：zju_dsp@163.com

1月15日交

30

<p>没讲过的章节，不作要求</p> <p>各章涉及的Matlab函数</p> <p>2.9 一些常用的z变换对</p> <p>3.5.2 CZT及其快速计算</p> <p>3.6 DFT相关变换</p> <p>4.3 模拟滤波器的数字仿真</p> <p>4.6.1 数字滤波器的频率变换</p> <p>4.6.2 利用数字频率变换的IIR设计</p> <p>4.7 IIR数字滤波器的计算机辅助设计</p> <p>4.9 IIR数字滤波器的应用</p> <p>5.5 FIR数字滤波器的优化设计</p> <p>5.6.4 格型结构</p> <p>7.6 数字滤波器组</p> <p>7.7 多抽样率数字信号处理的应用</p>	<p>讲过的章节，不作要求</p> <p>1.2 数学预备知识</p> <p>2.4.2 信号流程图表示</p> <p>混合基FFT</p>
	<p>概念要掌握，计算不作要求</p> <p>3.3.4-1 线性卷积的逐段计算方法</p> <p>4.2.2 巴特沃思滤波器中截止频率不是3dB的情况</p> <p>4.2.3 切比雪夫滤波器</p> <p>5.3 窗函数法中除矩形窗、汉宁窗、汉明窗之外的</p> <p>5.6.3 频率取样型结构中的修正</p> <p>6.1.3 浮点表示</p> <p>6.4.2 极限环振荡</p>

<p>题型范围</p> <p>是非题（不答不给分）</p> <p>多项选择题</p> <p>填空题</p> <p>计算题/简答题/证明题</p> <p>可带简单的计算器</p> <p>成绩：平时作业及实验40%，期末考试60%</p> <p>补交作业及实验报告1月17日截止，联系助教王丹蓉</p>

32