数字信号处理

2017年秋冬学期

第十讲

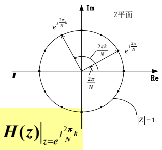
2017年12月11日

5.4 频率取样法

5.6 FIR数字滤波器的实现结构

5.4 频率取样法——$H(e^{j\omega})$对$H_d(e^{j\omega})$的逼近

利用$H(k)$、$H(z)$及$H_d(e^{j\omega})$的关系



Z 变换在单位圆上等间隔取样（频率取样），为 DFT：

$$H(k)=DFT[h(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)W_N^{nk}=H(e^{j\omega})\Big|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k}=H(z)\Big|_{z=e^{j\frac{2\pi}{N}k}}$$

$$H(k)\xrightarrow{IDFT}h(n)$$

$$h(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}H(k)e^{j\frac{2\pi}{N}nk}\qquad n=0,1,2,\cdots,N-1$$

第三章 DFT 和 Z 变换的关系：离散时间信号 $h(n)$ 的 Z 变换 $H(z)$ 可以通过内插公式由其 DFT 变换值 $H(k)$ 得到。

5.4 频率取样法——$H(e^{j\omega})$对$H_d(e^{j\omega})$的逼近

系统函数 H(z) 用离散傅里叶变换 $H(k)$ 内插表示：

$$H(z)=Z[h(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}=\sum_{n=0}^{N-1}[IDFT\{H(k)\}]z^{-n}$$

$$=\sum_{n=0}^{N-1}[\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}H(k)W_N^{-nk}]z^{-n}=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}H(k)[\sum_{n=0}^{N-1}W_N^{-nk}z^{-n}]$$

$$=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}H(k)\frac{1-W_N^{-Nk}z^{-N}}{1-W_N^{-k}z^{-1}}=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}H(k)\frac{1-z^{-N}}{1-W_N^{-k}z^{-1}}\qquad(W_N^{-Nk}=1)$$

$H(k)$：对$H_d(e^{j\omega})$ 取样

$$H(k)=H_d(e^{j\frac{2\pi}{N}k})\qquad k=0,1,2,...,N-1$$

FIR DF 频率取样法的设计过程为：

$$H_d(e^{j\omega})\xrightarrow{\text{取样}}H(k)\xrightarrow{\text{内插}}H(z)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}H(k)\frac{1-z^{-N}}{1-W_N^{-k}z^{-1}}$$

5.4 频率取样法——$H(e^{j\omega})$对$H_d(e^{j\omega})$的逼近

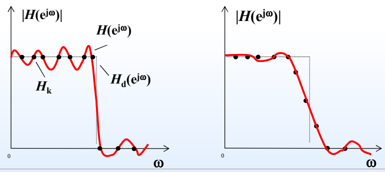
$$H(e^{j\omega})=e^{-j\frac{N-1}{2}\omega}\sum_{k=0}^{N-1}H(k)e^{j(N-1)k\pi/N}\frac{\sin[N(\omega-2\pi k/N)/2]}{N\sin[(\omega-2\pi k/N)/2]}\qquad(5.66)$$

P.85

在这些取样频率上，二者具有相同的频响

$$H(e^{j\frac{2\pi}{N}k})=H(k)=H_d(k)=H_d(e^{j\frac{2\pi}{N}k})$$

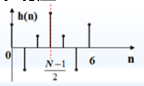
在取样点之间，由内插函数确定。因此，存在逼近误差，误差的大小取决于理想频率响应的曲线形状和取样点数 N。在函数的不连续点附近会产生肩峰和波动。



5.4 频率取样法——$H(k)$的线性相位约束条件

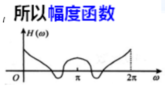
Tpye I FIR DF：$h(n)$ 是偶对称、N 为奇数，频率响应

$$H(e^{j\omega})=H(\omega)e^{-j\frac{N-1}{2}\omega}$$ 其中 $$H(\omega)=\sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}}a(n)\cos n\omega$$



h(n) 为偶对称，N 为奇数

cos(nω) 对于 ω=0、π、2π偶对称，所以幅度函数 H(ω) 对ω=0、π、2π偶对称。



令，$H(k)=H_ke^{j\theta_k}$

$$H(k)=H(e^{j\omega})|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k}=H(\omega)e^{-j\frac{N-1}{2}\omega}|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k}=H(\frac{2\pi}{N}k)e^{-j\frac{N-1}{2}\cdot\frac{2\pi}{N}k}$$

$$\Rightarrow H_k=H(\frac{2\pi}{N}k),\quad\theta_k=-\frac{N-1}{2}\cdot\frac{2\pi}{N}k=-k\pi(1-\frac{1}{N})$$

$$H(\omega)=H(2\pi-\omega)\Big|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k}\Rightarrow H(\frac{2\pi}{N}k)=H(2\pi-\frac{2\pi}{N}k)=H\left[\frac{2\pi}{N}(N-k)\right]$$

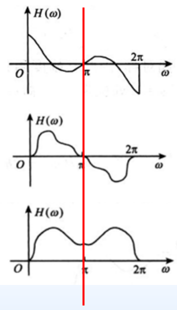
约束条件
$$\begin{cases}H_k=H_{N-k}\\ \theta_k=-k\pi(1-\frac{1}{N})\end{cases}$$

5.4 频率取样法——$H(k)$的线性相位约束条件

Type II FIR DF
$$\begin{cases}H_k=-H_{N-k}\\ \theta_k=-\frac{N-1}{N}k\pi\end{cases}$$

Type III FIR DF
$$\begin{cases}H_k=-H_{N-k}\\ \theta_k=\frac{\pi}{2}-\frac{(N-1)}{N}k\pi\end{cases}$$

Type IV FIR DF
$$\begin{cases}H_k=H_{N-k}\\ \theta_k=\frac{\pi}{2}-\frac{N-1}{N}k\pi\end{cases}$$



5.4 频率取样法

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\frac{N-1}{2}\omega}\sum_{k=0}^{N-1} H(k)e^{j(N-1)k\pi/N}\frac{\sin[N(\omega-2\pi k/N)/2]}{N\sin[(\omega-2\pi k/N)/2]}$$

例 5.7 利用频率取样法，设计一个低通 FIR 数字滤波器，其理想频率特性是矩形

$$|H_d(e^{j\omega})| = \begin{cases} 1 & 0 \leqslant \omega \leqslant \omega_c \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

已知通带截止频率 $\omega_c = 0.4\pi$，取样点数为奇数 $N = 41$，要求滤波器具有线性相位。

解 由设计指标，可画出频率取样后的 $H(k)$ 序列，如图 5.46(a)所示。由于 $|H(k)|$ 的对称性，此处只画出了 $0 \leqslant \omega \leqslant \pi$ 即 $0 \leqslant k \leqslant 20$ 区间的情况。

$N=41$，则

$$H(k) = H_k e^{j\theta_k}$$

$$H(k) = \begin{cases} 1 & 0 \leqslant k \leqslant \mathrm{Int}\left(\frac{N\omega_c}{2\pi}\right) = 8 \\ 0 & \mathrm{Int}\left(\frac{N\omega_c}{2\pi}\right)+1 \leqslant k \leqslant 20 \end{cases}$$

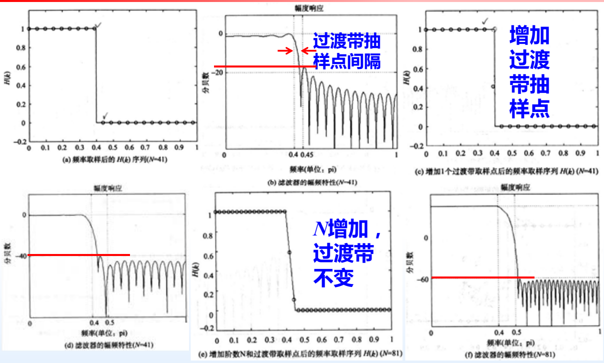
H_k

此处 Int[.]表示取整，将这些取样值带入 $H(e^{j\omega})$ 的表达式中，得

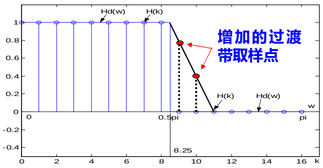
$$H(e^{j\omega}) = e^{-j16\omega}\left\{\frac{\sin\left(\frac{41}{2}\omega\right)}{41\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)} + \sum_{k=1}^{8}\left[\frac{\sin\left[41\left(\frac{\omega}{2}-\frac{k\pi}{41}\right)\right]}{41\sin\left(\frac{\omega}{2}-\frac{k\pi}{41}\right)} + \frac{\sin\left[41\left(\frac{\omega}{2}+\frac{k\pi}{41}\right)\right]}{41\sin\left(\frac{\omega}{2}+\frac{k\pi}{41}\right)}\right]\right\}$$

20 k N-k

5.4 频率取样法



5.4 频率取样法

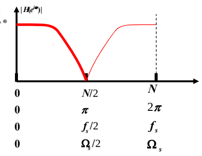


- 如果要进一步增加阻带衰减，可再添加不等于 0 也不等于 1 的取样值，即在过渡带处增加取样点。这样过渡带继续加宽。
- 如果不允许增加过渡带宽，又希望增加阻带衰减，则可增加取样点数 N，所付出的代价是阶次提高了，增加了运算量。

5.4 频率取样法

例 5.8 用频率抽样法设计一个低通 FIR DF，其截止频率是抽样频率的 1/10，取 $N=20$。

解 此处 N 为偶数，且在通带内对 $H_d(e^{j\omega})$ 抽样时，仅得两个点。



由于

$$H(k) = H_d(e^{j\frac{2\pi}{N}k}) \qquad k = 0,1,2,\cdots,N-1$$

因此有

$$\begin{cases} H_k = -H_{N-k} \\ \theta_k = -\frac{N-1}{N}k\pi \end{cases}$$

$$H_d(0) = 1$$

$$H_d(1) = e^{-j19\pi/20}$$

$$H_d(k) = H_d(N-k) = 0 \qquad k = 2,3,\cdots,10$$

$$\boxed{H_d(19) = H_d(20-1) = -e^{-j19(20-1)\pi/20} = e^{j19\pi/20} = H_d^*(1)}$$

基于 $H_d(k)$ 通过 DFT 反变换则可求得 $h(n)$

$h(0) = h(19) = -0.04877$ $h(1) = h(18) = -0.0391$

$h(2) = h(17) = -0.0207$ $h(3) = h(16) = 0.0046$

$h(4) = h(15) = 0.03436$ $h(5) = h(14) = 0.0656$

$h(6) = h(13) = 0.0954$ $h(7) = h(12) = 0.12071$

$h(8) = h(11) = 0.1391$ $h(9) = h(10) = 0.14877$

5.4 频率取样法

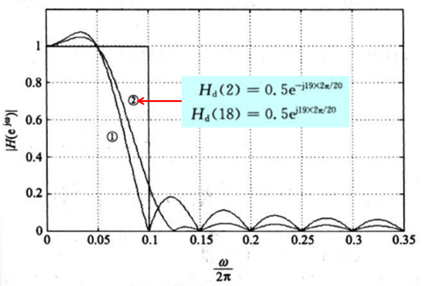


图 5.47 例 5.8 的 $|H(e^{j\omega})|$ 曲线

5.4 频率取样法

例 5.9 用频率抽样法设计一个带通数字滤波器，其通带频率是 500Hz～700Hz，取样频率 $f_s=3300$Hz，使用阶次 $N=33$。

解 此时 N 为奇数，按照设计要求，可指定 $H_d(k)$ 为

$$\begin{cases} H_k = H_{N-k} \\ \theta_k = -k\pi\left(1-\frac{1}{N}\right) \end{cases}$$

$$H_d(k) = \begin{cases} e^{-j32k\pi/33} & k = 5,6,7,26,27,28 \\ 0 & k = 0 \sim 4, 8 \sim 25, 29 \sim 32 \end{cases}$$

由此可求得系统冲激响应为

$h(0) = h(32) = -0.0505$ $h(1) = h(31) = 0.00793$

⋮ ⋮

$h(14) = h(18) = -0.1134$ $h(15) = h(17) = 0.0746$

$h(16) = 0.181819$

如图 5.48 中曲线①给出了 $H(e^{j\omega})$ 的幅频特性，可以看到其通带及阻带内都有较大

5.4 频率取样法

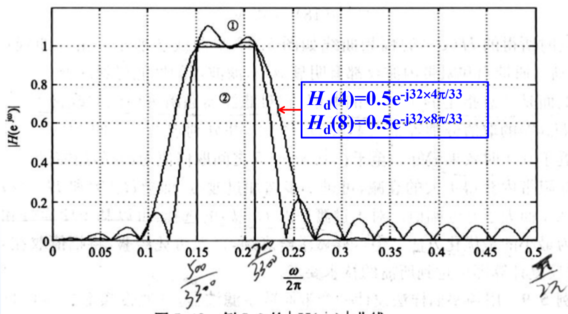


图 5.48 例 5.9 的 $|H(e^{j\omega})|$ 曲线

5.4 频率取样法

小结：

1) 在取样点处，$H(e^{j\omega})$ 和 $H_d(e^{j\omega})$ 相同

2) 在非取样点处，$H(e^{j\omega})$ 和 $H_d(e^{j\omega})$ 存在偏差
（各取样点间由内插函数延伸迭加而形成）

✧所要求的特性越平缓，内插值越接近要求值，逼近也越好。
✧反之，则内插值与要求值间误差较大，且在不连续点处出现起伏。

3) 出现过渡带，通带和阻带内存在波动。

4) 具有线性相位特征

5) 抽样点 N 取的越大，近似程度越好。

5.4 频率取样法

6) 在不连续点的边缘，增加一些过渡取样值

提高逼近质量，减少逼近误差，增大了阻带最小衰减，但增加了过渡带。

7) 优点：

– 在频域直接设计，并且适合于最优化设计；
– 通过改变阶数 N 和设置过渡点，通常都能取得满意的结果。

8) 缺点：

不能精确地确定其通带和阻带的边缘频率。因为取样频率只能等于 $2\pi/N$ 的整数倍，因而不能确保截止频率 ω_c 的自由取值，要想实现自由选择截止频率，必须增加取样点数 N，但这增加计算量。

5.6 FIR数字滤波器的实现结构 ——直接型结构

线性系统输入与输出关系 $y(n)=\sum_{i=0}^{N-1}h(i)x(n-i)=h(n)*x(n)$

可直接得到 FIR DF 的直接型结构，又称为卷积型结构，或横截型结构。

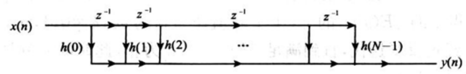


图 5.51 直接型结构(一)

利用转置定理

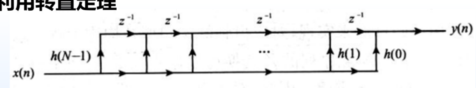


图 5.52 直接型结构(二)

5.6 FIR数字滤波器的实现结构 ——级联型结构

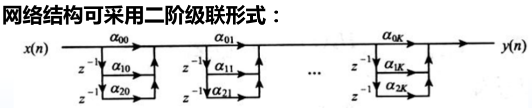
系统函数 H(z) 可写成按零点表示的二阶因式的形式

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}=\prod_{i=0}^{K}[\alpha_{0i}+\alpha_{1i}z^{-1}+\alpha_{2i}z^{-2}]$$

若 N 为偶数，则 $K = N/2$；

若 N 为奇数，则 $K = (N+1)/2$，且有一因式中的 $\alpha_{2i} = 0$。

网络结构可采用二阶级联形式：



缺点：抽头系数α的个数比直接型 $h(n)$ 多，因此，所需乘法器也多。
优点：每一个子网络控制一对零点，零点可独立调整，系统特性随零点变化的灵敏度优于直接型的。

5.6 FIR数字滤波器的实现结构 ——级联型结构

例5.10 FIR 滤波器系统函数：

$$H(z)=1+16z^{-4}+z^{-8}$$

求出并画出直接型和级联型结构。

```
b = [1,0,0,0,16,0,0,0,1];
a = [1,0,0,0,0,0,0,0,0];
% 与分子多项式 b 的长度一样
[z,p,k] = tf2zp(b,a);
% 传输函数转换为零极点形式
sos = zp2sos(z,p,k)
%零极点转换为二次因式
```

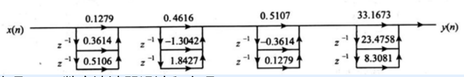
解 直接型：由传输函数可写出其对应的系统差分方程：$y(n) = x(n) + 16x(n-4) + x(n-8)$

图 5.54 FIR DF 直接型结构

级联型：

$$H(z)=1+16z^{-4}+z^{-8}$$
$$=(0.1279+0.3614Z^{-1}+0.5106Z^{-2})(0.4616-1.3042Z^{-1}+1.8427Z^{-2})$$
$$\cdot(0.5107-0.3614Z^{-1}+0.1279Z^{-2})(33.1673+23.4758Z^{-1}+8.3081Z^{-2})$$

由上式则可得到级联型结构如下：



5.6 FIR数字滤波器的实现结构——频率取样型

FIR DF 是非递归型，但也可以采用递归型算法来实现 FIR DF——频率取样型。

系统函数 $H(z)$，可以用 $h(n)$ 的 DFT $H(k)$ 内插表示：

$$H(z)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}H(k)\frac{1-z^{-N}}{1-W_N^{-k}z^{-1}}=\frac{1-z^{-N}}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H(k)}{1-W_N^{-k}z^{-1}}$$

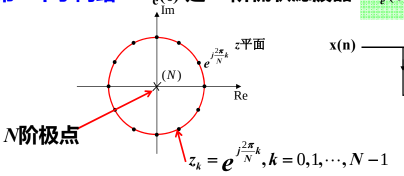
设 $H_c(z)=1-z^{-N}$　　$H_k(z)=\frac{H(k)}{1-W_N^{-k}z^{-1}}$

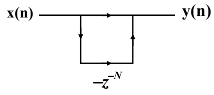
则 $H(z)$ 可以写成：$H(z)=\frac{1}{N}H_c(z)[\sum_{k=0}^{N-1}H_k(z)]$

系统由 $H_c(z)$ 和 $\sum_{k=0}^{N-1}H_k(z)$ 两个子网络级联而成。

5.6 FIR数字滤波器的实现结构——频率取样型

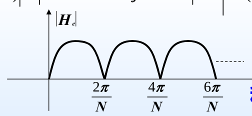
第 1 个子网络：$H_c(z)$ 是 N 阶梳状滤波器 $H_c(z)=1-z^{-N}=\frac{z^N-1}{z^N}$





频率响应 $H_c(e^{j\omega})=1-e^{-jN\omega}$

幅频响应 $|H(e^{j\omega})|=|1-\cos N\omega+j\sin N\omega|=2\left|\sin(\frac{N\omega}{2})\right|$



称为梳状滤波器

5.6 FIR数字滤波器的实现结构——频率取样型

第 2 个子网络：$\sum_{k=0}^{N-1}H_k(z)=\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H(k)}{1-W_N^{-k}z^{-1}}$

$$\sum_{k=0}^{N-1}H_k(z)=\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H(k)}{1-W_N^{-k}z^{-1}}=\sum_{k=0}^{N-1}\frac{z\cdot H(k)}{z-W_N^{-k}}=z\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H(k)}{z-W_N^{-k}}$$

是 N 个一阶网络的并联。在单位圆上有 N 个极点：

$$z_k=e^{j\frac{2\pi}{N}k}\quad k=0,1,\cdots,N-1$$

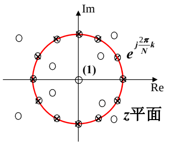
- 通分求和：$z=0$ 有一阶零点，在有限 z 平面上有N-1个零点。
- 在 $\omega=\frac{2\pi}{N}k$（极点）的幅频响应为无穷大，故此并联网络等效于一个无耗并联谐振器，其谐振频率为 $\omega=\frac{2\pi}{N}k,\quad k=0,1,\cdots,N-1$。

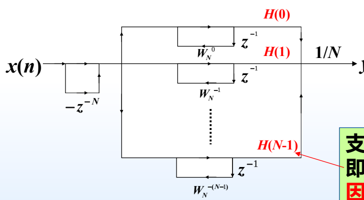
5.6 FIR数字滤波器的实现结构——频率取样型

1) 单位圆上，并联谐振器极点各自正好抵消梳状滤波器零点。

2) 并联谐振器在$z=0$处的一阶零点抵消了梳状滤波器在$z=0$处的一个极点，在 $z=0$ 处的极点正好保留 (N-1) 个。

级联的结果保留了 FIR DF 原有的零极点。





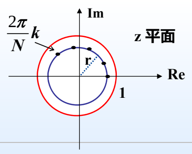
$$H(z)=\frac{1-z^{-N}}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H(k)}{1-W_N^{-k}z^{-1}}$$

支路系数就是频率取样值，即冲激响应 $h(n)$ 的DFT，因而可直接控制滤波器的频率响应。

5.6 FIR数字滤波器的实现结构——频率取样型

- **稳定性问题**
  - 在实际中，单位圆上的零极点抵消不完全。原因：
    - 梳状滤波器 $H_c(z)$ 的零点能够靠延时来准确地实现；
    - 并联谐振器在单位圆上的极点是靠复数乘法来实现的，故不能准确实现。
    - 结果：零极点抵消不完全，滤波器会出现不稳定现象，因此，应当对网络结构进行修正。
- **修正方法：**
  - 将单位圆上的零点和极点都移到半径 r 约小于 1 的圆上，用 rz^{-1} 来代替$H_c(z)$ 和 $H_k(z)$ 中的 z^{-1}，r 上取样 $H_r(k)\approx H(k)$，得：

$$H(z)=\frac{(1-r^Nz^{-N})}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H_r(k)}{1-W_N^{-k}rz^{-1}}\approx\frac{1}{N}H_{cr}(z)\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H(k)}{1-rW_N^{-k}z^{-1}}$$



5.6 FIR数字滤波器的实现结构——频率取样型

子网络合并

用W_N^k 和 $H(k)$ 的周期性和对称性，可将网络转化为实数运算

$$\begin{cases}① \; W_N^{-(N-k)}=W_N^k=W_N^{*(-k)}\\ ② \; h(n)\text{是实函数，}\quad H^*(k)=H(N-k)\end{cases}$$

可将第 k 及第 N-k 个谐振器合并为一个二阶网络：

$$H(k,z)=\frac{H(k)}{1-rW_N^{-k}z^{-1}}+\frac{H(N-k)}{1-rW_N^{-(N-k)}z^{-1}}$$

N 为偶数时 $H(z)=\frac{1}{N}(1-r^Nz^{-N})[\sum_{k=1}^{\frac{N}{2}-1}2|H(k)|H_k(z)+H_0(z)+H_{\frac{N}{2}}(z)]$

N 为奇数时 $H(z)=\frac{1}{N}(1-r^Nz^{-N})[\sum_{k=1}^{\frac{N-1}{2}}2|H(k)|H_k(z)+H_0(z)]$

Eq. (5.115)
Eq. (5.116)

5.6 FIR数字滤波器的实现结构——频率取样型

子网络合并

$H_0(z)=\frac{H(0)}{1-rz^{-1}}$ $\qquad H(0)=H(k)|_{k=0}=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)W_N^{nk}|_{k=0}=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)$

其中

$H_{\frac{N}{2}}(z)=\frac{H(\frac{N}{2})}{1+rz^{-1}}$ $\qquad H(\frac{N}{2})=H(k)|_{k=\frac{N}{2}}=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)W_N^{nk}|_{k=\frac{N}{2}}=\sum_{n=0}^{N-1}(-1)^n h(n)$

$$H_k(z)=\frac{\alpha_{0k}+\alpha_{1k}z^{-1}}{1-z^{-1}2r\cos[\frac{2\pi}{N}k]+r^2z^{-2}}$$

$\alpha_{0k}=2|H(k)|\cos[\theta(k)]$

$\alpha_{1k}=-2|H(k)|r\cos[\theta(k)-\frac{2\pi}{N}k]$

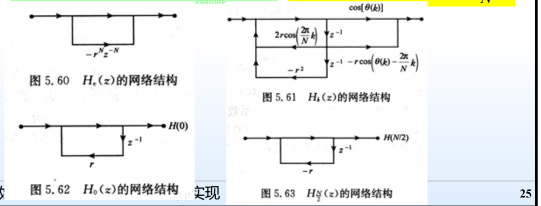
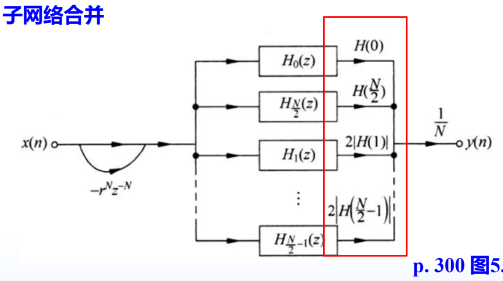


图 5.60 $H_c(z)$的网络结构 $\qquad$ 图 5.61 $H_k(z)$的网络结构

图 5.62 $H_0(z)$的网络结构 $\qquad$ 图 5.63 $H_{\frac{N}{2}}(z)$的网络结构

5.6 FIR数字滤波器的实现结构——频率取样型

子网络合并



p. 300 图5.64

合并后的 FIR 滤波器频率取样型完整网络结构（N 为偶数）

5.6 FIR数字滤波器的实现结构——频率取样型

例 设 $h(n)=\frac{1}{9}\{1,2,3,2,1\}$，求出并画出频率取样型结构。

$N=5$ 是奇数，有 1 个一阶网络和2个二阶网络。

$$H(z)=\frac{1}{9}(1+2z^{-1}+3z^{-2}+2z^{-3}+z^{-4})$$

$$H(k)=H(z)\Big|_{z=e^{-j\frac{2\pi k}{N}}}=\frac{1}{9}\left[1+2e^{-j\frac{2\pi}{5}k}+3e^{-j\frac{4\pi}{5}k}+2e^{-j\frac{6\pi}{5}k}+e^{-j\frac{8\pi}{5}k}\right]$$

因而 $H(0)=1 \qquad H(1)=-0.2353-0.1710j \qquad H(2)=0.0131+0.0404j$

$H_0(z)=\frac{H(0)}{1-rz^{-1}}=\frac{1}{1-0.9z^{-1}}$ $\qquad$ **取 r =0.9**

k = 1时 $\alpha_{01}=-0.4706$ $\qquad \alpha_{11}=0.4236$

$$H_1(z)=\frac{\alpha_{01}+\alpha_{11}z^{-1}}{1-z^{-1}2r\cos[\frac{2\pi}{N}k]+r^2z^{-2}}=\frac{-0.4706+0.4236z^{-1}}{1-z^{-1}2\times0.9\times\cos[\frac{2\pi}{5}]+0.9^2z^{-2}}=\frac{-0.4706+0.4236z^{-1}}{1-0.5562z^{-1}+0.81z^{-2}}$$

5.6 FIR数字滤波器的实现结构——频率取样型

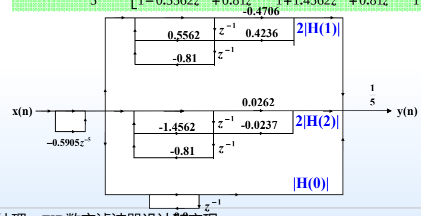
k = 2时 $\alpha_{02}=0.0262$ $\qquad \alpha_{12}=-0.0237$

$$H_2(z)=\frac{\alpha_{02}+\alpha_{12}z^{-1}}{1-z^{-1}2r\cos[\frac{2\pi}{N}k]+r^2z^{-2}}=\frac{0.0262-0.0237z^{-1}}{1-z^{-1}2\times0.9\times\cos[\frac{4\pi}{5}]+0.9^2z^{-2}}=\frac{0.0262-0.0237z^{-1}}{1+1.4562z^{-1}+0.81z^{-2}}$$

最后

$$H(z)=\frac{1}{N}(1-r^Nz^{-N})[\sum_{k=1}^{\frac{N-1}{2}}H_k(z)+H_0(z)]=\frac{1-0.9^5z^{-5}}{5}\left[\sum_{k=1}^{2}H_k(z)+H_0(z)\right]$$

$$=\frac{1-0.5905z^{-5}}{5}\left[\frac{-0.4706+0.4236z^{-1}}{1-0.5562z^{-1}+0.81z^{-2}}+\frac{0.0262-0.0237z^{-1}}{1+1.4562z^{-1}+0.81z^{-2}}+\frac{1}{1-0.9z^{-1}}\right]$$



5.6 FIR数字滤波器的实现结构——频率取样型

例 设 $h(n)=\frac{1}{9}\{1,2,3,2,1\}$,求出并画出频率取样型结构。

Matlab 程序

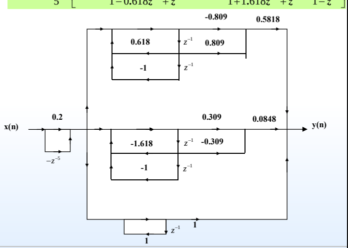
```
% FIR Frequency Sampling Form
%     given h(n)

format short;
h = [1,2,3,2,1]/9;
[C,B,A] = dir2fs(h)

运行结果如下：
C =
   0.5818
   0.0849
   1.0000
B =
  -0.8090   0.8090
   0.3090  -0.3090
A =
   1.0000  -0.6180   1.0000
   1.0000   1.6180   1.0000
   1.0000  -1.0000        0
```

由于 N =5 是奇数，因此，只有 1 个一阶网络，并且 r=1。从而

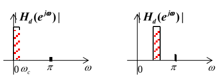
$$H(z)=\frac{1-z^{-5}}{5}\left[0.5818\frac{-0.809+0.809z^{-1}}{1-0.618z^{-1}+z^{-2}}+0.0849\frac{0.309-0.309z^{-1}}{1+1.618z^{-1}+z^{-2}}+\frac{1}{1-z^{-1}}\right]$$



5.6 FIR数字滤波器的实现结构——频率取样型

❶ **缺点：**

– 需要较多的存储器
– 乘法运算量较大
– 结构较复杂

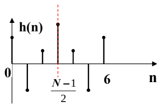


❷ **优点：**

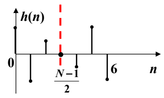
– **在窄带情况下**，例如窄带低通或带通滤波器，大部分的频率取样值 $H(k)$ 均为 0，从而可以减少 $H(k)$ 的数量，减少运算量。
– 在FIR DF 长度相等的情况下，不需要改变整个结构及其它系数，仅需要**改变部分系数就可以得到不同的滤波器（改变$H(k)$）；**
– **并行结构**，计算快，时延小。

5.6 FIR数字滤波器的实现结构 ——线性相位DF结构

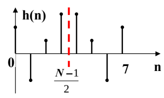
$h(n)$ 满足偶对称或奇对称，由对称性可将结构简化



h(n) 为偶对称，N 为奇数



$h(n)$ 为奇对称，N 为奇数



h(n) 为偶对称，N 为偶数

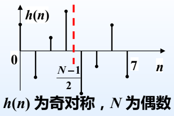
N为奇数

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-N}=\sum_{n=0}^{(N-1)/2-1}h(n)[z^{-n}\pm z^{-(N-1-n)}]+h\left(\frac{N-1}{2}\right)z^{-\frac{N-1}{2}}$$

N为偶数

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N/2-1}h(n)[z^{-N}\pm z^{-(N-1-n)}]$$

n



$h(n)$ 为奇对称，N 为偶数

5.6 FIR数字滤波器的实现结构 ——线性相位DF结构

N为奇数

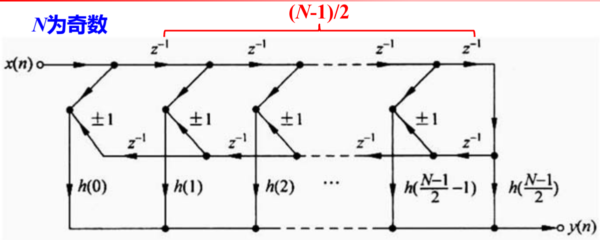


图 5.21 N 为奇数时线性相位 FIR 滤波器的直接型结构

$h(n)$偶对称时±1 取+1；

$h(n)$奇对称时±1 取−1，且 $h\left(\frac{N-1}{2}\right)=0$ 即 $h\left(\frac{N-1}{2}\right)$处的连线断开

5.6 FIR数字滤波器的实现结构 ——线性相位DF结构

N为偶数

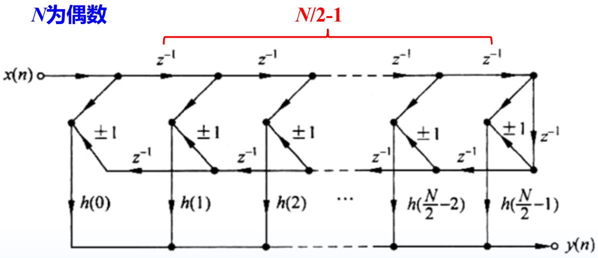


图 5.22 N 为偶数时，线性相位 FIR 滤波器的直接型结构

$h(n)$偶对称时±1 取+1，$h(n)$奇对称时±1 取−1

- 第10次作业请到DSP公邮下载
邮箱：zju_dsp@163.com

- 实验四请到DSP公邮下载

作业12月18日交，实验四1月8日交