



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI  
DEL SANNIO Benevento

STATISTICA E TECNICA ASSICURATIVA  
CORSO DI LAUREA DI SCIENZE STATISTICHE  
E ATTUARIALI

---

Analisi di un Portafoglio di  
Autocarri e Motoveicoli per un Pool  
di Contratti RCAuto:  
Studio di Ottimizzazione del Rischio

---

**Candidati:**

Morella Matteo  
Lubrano Matteo Pio  
Piccolo Francesco  
Rossi Fabio  
Zampetti Mario  
Crestacci Giacomo

**Professore: :**  
Salvatore Forte

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>2</b>
1.1	Modellizzazione . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Foglio dati</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Dati simulati</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Danno aggregato</b>	<b>7</b>
<b>5</b>	<b>Risultati</b>	<b>8</b>
<b>6</b>	<b>Riassicurazione</b>	<b>11</b>
<b>7</b>	<b>Diversificazione del portafoglio</b>	<b>13</b>
<b>8</b>	<b>Inserimento delle clausole</b>	<b>14</b>
<b>9</b>	<b>Soluzioni</b>	<b>16</b>

# Capitolo 1

## Introduzione

L'obiettivo del progetto è l'analisi dei sinistri relativa ai settori autocarri e motoveicoli secondo i dati ANIA riportati nella *Statistica annuale R.C. Auto* dell'anno 2021. Entrambi i settori vengono analizzati secondo tre diversi scenari basati su un diverso numero di rischi annui assicurati, che ipotizzeremo pari a 100, 500 e 1000. Il modello calcolato mediante opportune simulazioni, partendo da un input di dati verosimili, permette di ottenere una serie di indicatori atti a sviluppare un "Modello Interno" con il quale una compagnia assicurativa sarà in grado di valutare quali sono i rischi cui può incorrere e quale il guadagno atteso in relazione alle condizioni praticate (Franchigia, Massimale, Riassicurazione). Alcuni valori dati sono stati modificati in modo da rendere i risultati finali maggiormente credibili.

### 1.1 Modellizzazione

Formulazione di un modello che, generato un numero casuale, sia in grado di ipotizzare un numero aleatorio di sinistri mediante una opportuna distribuzione di probabilità. L'importo relativo ad ogni singolo sinistro è invece il risultato di un archivio sinistri simulato, calcolato anch'esso con una opportuna distribuzione di probabilità. Fra le diverse scelte possibili utilizzate durante il corso (Poisson, Binomiale negativa, Log-normale), la nostra scelta è caduta sulla:

- **d.d.p. Binomiale Negativa** per il calcolo del numero di sinistri, certamente preferibile rispetto alla Poisson una volta appurato che il valore della Varianza si discosta sensibilmente dal Valore Atteso del numero di sinistri
- **d.d.p. Log-Normale** per la simulazione degli importi relativi al numero di singoli sinistri calcolato con la Binomiale Negativa

Per la Log-Normale sono stati calcolati i parametri A e B:

$$A = \ln \frac{Valore\ medio\ danno^2}{\sqrt{Varianza\ danni + Valore\ medio\ danno^2}}$$

$$B = \sqrt{\ln \frac{Varianza\ danni + Valore\ medio\ danno^2}{Valore\ medio\ danno^2}}$$

La sommatoria degli importi simulati ottenuti relativi ai singoli sinistri permetterà di calcolare il valore del danno aggregato (simulato). L'operazione appena descritta, grazie ad un Ciclo "For...Next" programmato all'interno di una macro, verrà ripetuta 10000 volte restituendo altrettante volte i valori relativi al calcolo del danno aggregato. L'alto numero di ripetizioni è necessario per rendere credibile il risultato secondo la *Legge dei Grandi Numeri*, per la quale: il comportamento della media di una sequenza di n prove indipendenti e caratterizzate dalla stessa distribuzione di probabilità di una variabile casuale tende verso la media al tendere all'infinito della numerosità n della sequenza stessa. Prima di procedere al prossimo passo (calcolo del valore atteso della varianza del danno aggregato) è necessario accertarsi che il valore del danno aggregato calcolato mediante simulazione si discosti quanto meno possibile dal dato relativo al danno aggregato calcolato in modo analitico, cosa questa atta a rendere credibile l'archivio sinistri simulato. Qualora i due risultati si discostino sensibilmente l'uno dall'altro è consigliabile:

- ripetere più volte la simulazione Archivio sinistri fino ad ottenere un risultato verosimile
- Incrementare il numero di ripetizioni relative al ciclo "For...Next".

Eseguite le suddette operazioni su una singola modalità di un settore, si è proceduto in modo speculare gli altri casi oggetto di analisi. La procedura di calcolo verrà perciò descritta a seguire in maniera univoca; eventuali particolarità verranno affrontate in maniera specifica.

# Capitolo 2

## Foglio dati

Il foglio “Dati” permette di giungere con semplicità al calcolo della Deviazione Standard e della Varianza relativa al numero di sinistri utilizzando i Dati Ania 2021:

- Frequenza dei sinistri
- Coefficiente di variazione in quanto:  $CV = \frac{\text{Deviazione standard}}{\text{Valore atteso sinistri}}$

Banalmente, elevando il valore della Deviazione Standard al quadrato, ricaveremo la Varianza. In maniera analoga, calcolato il Valore Atteso dell'importo del singolo sinistro, dividendo l'importo totale per il numero di sinistri, si è ricavata la Dev Std e la Varianza relativa all'importo dei sinistri, sempre mediante il CV.

# Capitolo 3

## Dati simulati

Nei Fogli Excel “Dati simulati”, divisi opportunamente per numero di rischi e per settore (6 diversi casi in totale), calcoliamo: Valore Atteso e Varianza di Portafoglio relativo al numero di sinistri su base annua (moltiplicando Valore Atteso e Varianza relativi ad un singolo rischio per il numero di rischi assicurati) Dopodiché si è proceduto alla Simulazione relativa al numero di sinistri mediante d.d.p. Binomiale Negativa. Per far ciò, sarà necessario fare ricorso al Metodo dei Momenti con il quale, essendo a conoscenza di Media e Varianza, potremo ricavare due parametri :

$$\alpha = \frac{\text{Valore atteso numero sinistri}^2}{|\text{Valore atteso numero sinistri} - \text{Varianza numero sinistri}|}$$

$$\tau = \frac{\text{Valore atteso numero sinistri}}{|\text{Valore atteso numero sinistri} - \text{Varianza numero sinistri}|}$$

indispensabili per procedere al calcolo delle probabilità mediante “Binomiale Negativa”. Ricaviamo i due parametri impostando un sistema in due equazioni e due variabili. Ottenuto il valore dei due parametri, impostiamo il calcolo della funzione di probabilità per via ricorsiva, partendo dalla formula  $\left(\frac{\tau_{PTF}}{1 + \tau_{PTF}}\right)^{\alpha_{PTF}}$  per  $x = 0$  e con la formula ricorsiva

$$\frac{P(N = n - 1) \cdot P(N = n) + \tau_{PTF} - 1}{P(N = n) \cdot (1 + \alpha_{PTF})}$$

per gli altri valori di x, formando infine una matrice a tre righe, dove la terza delle tre righe è dedicata al calcolo della probabilità cumulativa. Abbiamo utilizzato il medesimo procedimento (Matrice in tre righe) con la d.d.p. Poisson al fine

di dimostrare quanto tale distribuzione sottostimi la Varianza Procedendo oltre, generando un numero casuale compreso tra 0 e 1 (funzione Excel CASUALE() ) e ricorrendo all'utilizzo della funzione CERCA.ORIZZ per calcolare la probabilità cumulata corrispondente al numero di sinistri generato casualmente, si giunge alla stima il numero annuo di sinistri. Si è svolto lo stesso procedimento per 100 casi calcolando così l'ammontare del danno di cento differenti singoli sinistri mediante distribuzione Log-normale di parametri A e B. Tale calcolo è stato svolto:

- Sotto ipotesi di assenza di clausole
- Sotto ipotesi di inserimento di franchigia e massimale

Perveniamo così al calcolo del danno aggregato della compagnia, sommando l'importo dei singoli sinistri dell'Archivio Sinistri simulato.

## Capitolo 4

### Danno aggregato

È il Foglio Excel sul quale sono state effettuate le simulazioni relative ai diversi casi dei due settori Autocarri e Motoveicoli. Si è fatto ricorso ad una macro grazie alla quale, per mezzo di un ciclo di tipo “For...Next” non si perde l’informazione relativa ad ogni simulazione del danno aggregato, collezionando così alla fine di ogni ciclo il risultato ottenuto, conservandone copia in una apposita colonna di celle. Gli insoddisfacenti risultati ottenuti mediante una simulazione limitata a 1000 simulazioni ci ha spinto ad effettuarne una ulteriore da 10000 simulazioni, in modo tale da riuscire ad avvicinarsi quanto più possibile a dati realistici secondo i dettami della legge dei grandi numeri. Calcolata inoltre media e varianza con metodo analitico, abbiamo dato luogo a più simulazioni per trovare un archivio dati la cui Media e Varianza si rivelasse quanto più possibile vicina al dato analitico. In questa fase si è reso necessario cambiare i Coefficienti di Variazione, in quanto, in assenza di clausole, Media e Varianza calcolate con metodo simulato differivano molto rispetto a quelle calcolate con metodo analitico. Sono stati quindi inseriti dei Coefficienti di Variazione dei sinistri che rendessero la varianza poco superiore alla media, impostando una soglia di tollerabilità pari al 5%, e successivamente, mediante l’utilizzo della funzione “ricerca obiettivo” in Excel, si è ottenuto un CV per l’importo dei sinistri che rendesse il valore della varianza analitica uguale a quello della varianza simulata. È risultato evidente come, dopo queste modifiche, in assenza di clausole i valori di Media e Varianza coincidessero, mentre con l’utilizzo di clausole come massimale e franchigia, il modello analitico perdesse validità poiché la Varianza tendeva gradualmente a diminuire. Questa differenza diviene peraltro molto evidente soprattutto nel momento in cui viene utilizzato il massimale, in quanto gli altissimi valori superiori ad esso vengono eliminati dal calcolo riducendo drasticamente la varianza. Si è proceduto infine al calcolo del percentile al livello del 50% (Mediana), 75% e 99,5% (riferimento di mercato).



# Capitolo 5

## Risultati

Il foglio dei risultati è stato schematizzato in funzione delle simulazioni e dei dati ottenuti con entrambe le clausole, considerando tutti e tre gli scenari di 100, 500 e 1000 rischi. Sono presenti tutti i risultati importanti ricavabili dalle simulazioni effettuate. Il premio equo è calcolato dividendo la media simulata per il numero annuo di rischi. La varianza, alla stregua, è calcolata dividendo la varianza simulata per il numero annuo di rischi. Dopo aver stimato un  $\beta$ , è stato calcolato il premio puro con il criterio della deviazione standard:  $Premio\ Puro = Premio\ Equo \cdot \beta DS$ . In seguito, è stato calcolato il Premio Equo di Portafoglio e Premio Puro di Portafoglio, rispettivamente moltiplicando il premio equo e il premio puro (per un singolo rischio) per il numero di assicurati; la differenza tra i due genera il Guadagno Atteso. Esso non è l'utile totale perché va decurtato di un'ulteriore quantità, il **Cost Of Capital**. È stato calcolato il Value at Risk (VAR) al 99,5% con la funzione PERCENTILE e calcolata la perdita massima al 99,5% sottraendo il VAR al premio puro di portafoglio. Con l'ausilio di questo strumento di calcolo è possibile prevedere le perdite inattese a un livello di significatività del 99,5%.

Le spese di gestione sono calcolate, rispettando la traccia, sul 25% del premio equo di portafoglio. Dato il CV delle spese di gestione, la deviazione standard è data dalla formula  $DS = Media \cdot CV$ .

L'obiettivo ora è calcolare l'SCR (Solvency Capital Requirement) da richiedere agli azionisti da parte della compagnia. Esso consiste nel capitale necessario per coprire le perdite inattese che potrebbero verificarsi, costruito con un intervallo di confidenza del 99,5%, seguendo tre possibili approcci:

- **Metodo empirico**, con la funzione PERCENTILE(). Seguendo questo approccio, si è calcolato il  $VAR(0,995,S(PTF)+E((PTF))$  sommando il  $Var(99,5\%,S(PTF))$  e SPESE DI GESTIONE

- **Modello interno**, con la funzione  $\text{INV.LOGNORM}()$  che risulta essere tra quelle più adatte perché caratterizzata da una coda pesante a destra, utilizzando come parametri A e B calcolati con la media e la varianza simulate. Di seguito si calcola il  $\text{VaR}(99, 5\%, S(\text{PTF}), \text{LOGN})$  e di conseguenza l'SCR.
- **Formula Standard**. In questo caso vengono utilizzati i parametri stabiliti dalla direttiva Solvency II. Richiede un calcolo meno oneroso e dispendioso; conduce a risultati più prudenziali in termini di utile atteso, dato che ipotizza  $E(U) = 0^1$ .

Si procede adesso al calcolo del COC (Cost of Capital). Il costo del capitale viene calcolato nell'ottica in cui la compagnia debba necessariamente garantire all'azionista un rendimento superiore a quello ottenuto mediante investimento a tasso Risk Free. Al tempo stesso, per mantenere stabile la solvibilità dell'impresa dovranno essere effettuati investimenti in attività prive di rischio. La differenza tra i rendimenti garantiti agli azionisti e quelli realmente realizzati dall'Impresa rappresentano il calcolo del costo del capitale che dovrà essere decurtato dall'utile atteso lordo. Il Costo del capitale è stato calcolato secondo diverse modalità:

- $\text{COC}(\text{SIMULATO}) = \text{SCR} \cdot \frac{0.06}{1 + 0.01}$
- $\text{COC}(\text{MI}) = \text{SCR} \cdot \frac{0.06}{1 + 0.01}$
- $\text{COC}(\text{FS}) = \text{SCR} \cdot \frac{0.06}{1 + 0.01}$

Il COC sottratto all'utile lordo permette di calcolare l'utile netto dalla compagnia:

- **UTILE NETTO COC(SIMULATO)**
- **UTILE NETTO COC(MI)**
- **UTILE NETTO COC(FS)**

Si giunge quindi all'obiettivo finale, ovvero il calcolo del **RORAC** (Return on Risk Adjusted Capital), rapporto tra utile netto e capitale richiesto agli azionisti (l'SCR). Esso indica l'utile garantito all'azionista per ogni euro richiesto. A seguito dei calcoli effettuati, avendo ottenuto come risultato un valore negativo, si è proceduto a cambiare il coefficiente  $\beta$  affinché esso risultasse positivo.

---

<sup>1</sup>L'Ipotesi  $E(U) = 0$  relativa alla Formula Standard è sensata in virtù del fatto che a livello europeo vi saranno sia compagnie in utile che compagnie in perdita, cosa che rende l'utile atteso pari a zero una ipotesi sensata.

- Nel modello simulato, modificando opportunamente il coefficiente beta, otteniamo un RORAC apprezzabile. Con soli 100 rischi, il RORAC risulta negativo in quanto il numero di rischi annui sottoscritti è troppo basso ed in virtù di una varianza alta l'SCR risultante è elevato, generando un COC maggiore rispetto al guadagno lordo
- Nel modello interno, calcolato con i parametri della Log-normale, alla stregua, risulta invece un RORAC apprezzabile
- L'utilizzo della Formula Standard porta invece ad un RORAC elevato, in quanto le ipotesi prudenziali imposte dall'EIOPA si traducono in un requisito di capitale di solvibilità (SCR) più basso e conseguentemente in un costo del capitale (COC) inferiore ed un utile netto alto.

Un altro dato interessante è il rapporto tra l'utile netto e il premio di tariffa, che misura la percentuale di denaro che viene effettivamente incassato dall'acquisizione dei premi. Successivamente si è ipotizzato un totale di fondi propri di €30000 per entrambi i portafogli e si è calcolata la probabilità di rovina  $\alpha$  e la probabilità annua di perdita  $\beta$ .

# Capitolo 6

## Riassicurazione

L'obiettivo della riassicurazione è quello di trasferire il rischio da una compagnia assicurativa ad un'altra, che in quest'ottica verrà definita di riassicurazione. Si fissa una soglia detta priorità globale, assimilabile ad una sorta di massimale per la compagnia di assicurazione. La differenza con un vero massimale consiste nel fatto che i sinistri sforanti suddetta soglia diventano a carico della compagnia riassicurante che va a pagare la differenza tra il sinistro e la Priorità Globale.<sup>1</sup> Questa soglia viene calcolata andando a fissare il Combined Ratio, la somma tra Expenses Ratio (il rapporto tra spese e premi) ed il Loss Ratio (il rapporto fra sinistri e premi). A questo punto siamo andati a calcolare:

- il **Premio equo di riassicurazione** andando a fare una media dei sinistri a carico del riassicuratore
- il **Premio puro di riassicurazione** con il principio del percentile, fissato in questo caso all'85%
- il **Premio di Tariffa di Riassicurazione** sommando il premio puro e le spese di gestione pari al 25% del premio equo

Successivamente siamo andati a calcolare i premi al netto della riassicurazione, principalmente il premio di tariffa, calcolato come differenza tra il premio di tariffa lordo e quello di riassicurazione.

Per il calcolo corretto SCR e CoC invece ci siamo mossi in modo diverso: siamo andati a ragionare in un'ottica di estinzione pluriennale. Oltre a calcolare il costo del capitale per il primo anno, verificheremo anche il rischio di sottoriservazione sinistri dal secondo anno in poi con l'ausilio della velocità di liquidazione. La compagnia liquida nel primo anno quasi il 28%, e circa il restante 72% nei otto

---

<sup>1</sup>Nel foglio viene indicata sotto la colonna Sinistri CA i sinistri a carico della compagnia e sotto la colonna Sinistri CR i sinistri a carico della compagnia riassicurante

anni successivi. Quindi al secondo anno dovremmo richiedere il 72% del SCR, ma non legati al rischio di aver sbagliato la tariffa, in quanto questi rischi in portafoglio non esistono più, bensì legati a un eventuale errore di riservazione sinistri. A quel punto siamo andati a moltiplicare la percentuale residua per un tasso risk free (in questo caso abbiamo preso gli ultimi dati EIOPA aggiornati a maggio 2023) per poi calcolare il CoC .

# Capitolo 7

## Diversificazione del portafoglio

Dopo aver effettuato singolarmente le operazioni relative ai portafogli dei due settori Autovetture e Motoveicoli, proviamo adesso a calcolare un Portafoglio Aggregato ipotizzando un indice di correlazione ipotizzato in base ai dati forniti da ANIA, R.C.Auto 2021. L'aggregazione è calcolata utilizzando la formula standard proposta dall'EIOPA, disponendo una matrice di correlazione con un coefficiente di correlazione di circa 0.5, ottenuto dalla divisione tra 5% (Frequenza Sinistri Autocarri) e 2,54% (Frequenza Sinistri Motoveicoli). Una volta calcolati i premi aggregati si ottiene l'SCR aggregato sottraendo il percentile della Log-Normale calcolati con i nuovi parametri "complessivi" e la somma dei premi. Si calcola successivamente l'effetto diversificazione, ovvero il risparmio ottenuto mediante coefficiente ed il rapporto tra SCR aggregato e Premi aggregati. Si è infine calcolato

- Valore Atteso e Varianza aggregata di entrambi i premi aggregati sommandovi le spese di gestione
- I parametri per la log-normale 'SCR con il modello interno mediante la funzione `INV.LOGNORM()`.
- COC
- utile netto
- RORAC con entrambi gli approcci.

Successivamente si è andato a riassicurare il portafoglio complessivo, continuando a mantenere fisso un combined ratio pari al 110%.

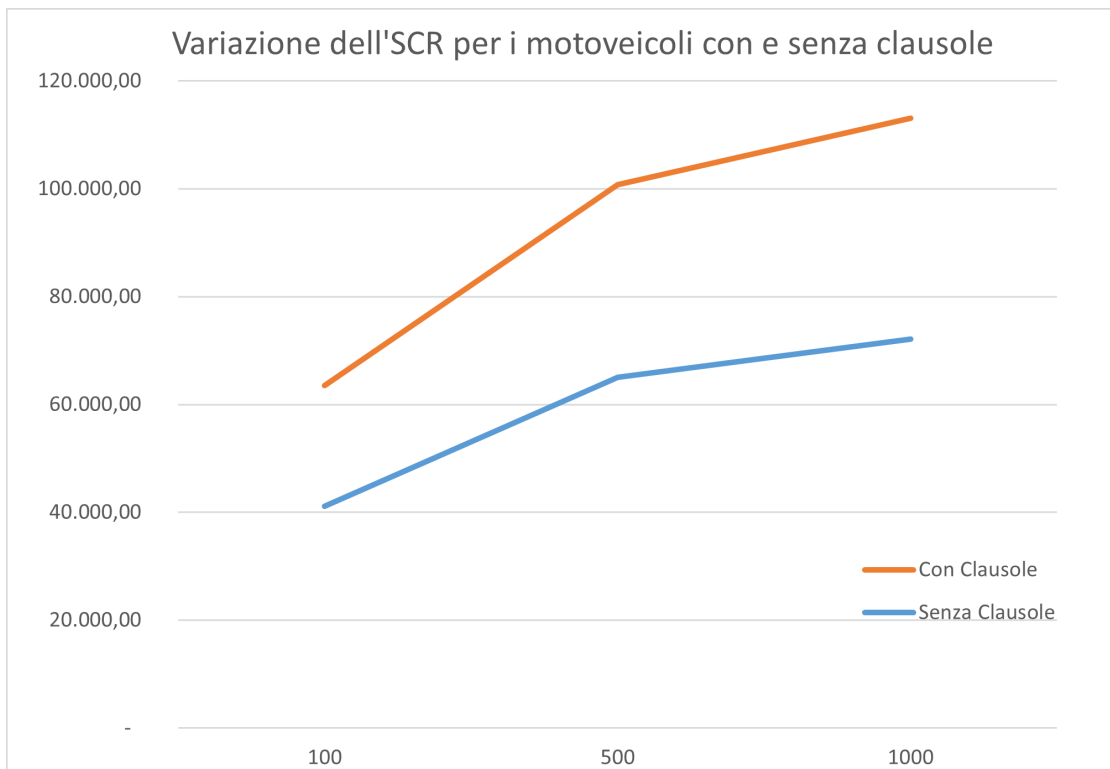
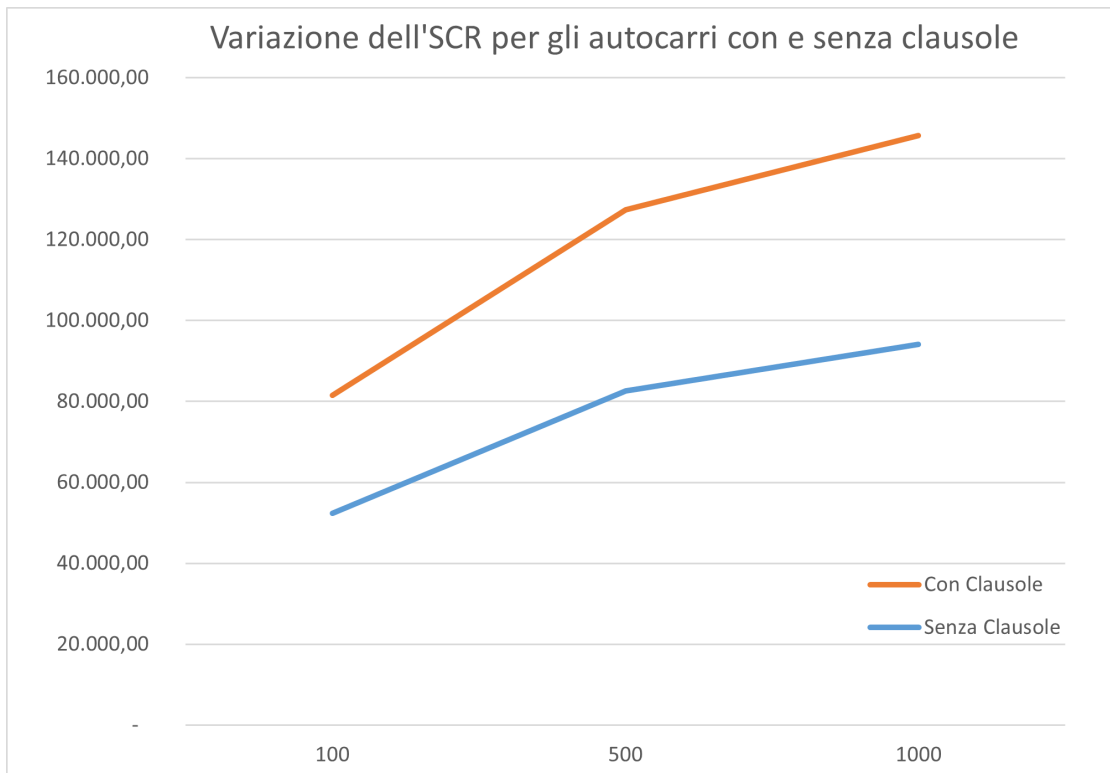
# Capitolo 8

## Inserimento delle clausole

Inserendo le clausole, non si può far meno di notare la sensibile riduzione relativa all'ammontare del premio equo, diventando così più competitivo il prodotto finale offerto dalla Compagnia di Assicurazioni. In questo caso si è optato per un Beta leggermente minore per calcolare il Premio Puro con il criterio della Deviazione Standard, in modo tale da ridurre il Premio Puro mantenendo comunque alto il guadagno atteso, comunque minore rispetto ai contratti calcolati senza clausole. Con l'implementazione delle clausole, l'SCR diminuisce, di conseguenza:

- si riduce il COC
- l'utile netto subisce una decurtazione, seppur percentualmente inferiore
- il RORAC aumenta.

È possibile applicare il medesimo ragionamento anche nel caso della diversificazione del Portafoglio.





# Capitolo 9

## Soluzioni

Una volta riassicurato il portafoglio diversificato tramite la stessa procedura predentemente esposta possiamo trarre le nostre conclusioni.

Visto che il RORAC al netto della riassicurazione è maggiore del lordo, la riassicurazione è efficiente.

Andremo quindi a vendere un contratto assicurativo destinato ad autocarri e moto-veicoli ad un prezzo di €87.99, con un massimale pari a €12'000,00 e una franchigia assoluta di €300,00. L'utile al netto del CoC sarà pari a €39'278.37; la compagnia sarà solvibile nel 100% dei casi, con un utile totale che nella peggiore delle ipotesi possibili è di €13'123.35