### Matematica Avanzata

Lez. 4 – Esercizi sulla formulazione di modelli

Prof. Antonio VIOLI

Un'azienda produttrice di bibite vuole creare un composto contenente tre tipi di zucchero ( di canna, di mais e di barbabietola) per usarla nei suoi prodotti. I fornitori di zucchero vendono delle miscele di questi tre tipi di prodotti a base di zucchero e non una varietà pura. Nella tabella che segue vengono riportate le percentuali delle tre tipologie di zucchero presenti nelle miscele vendute dai vari fornitori (indicati con le lettere da A a G) e i prezzi:

	A	В	С	D	E	F	G
% zucchero di canna	10	10	20	30	40	20	60
% zucchero di mais	30	40	40	20	60	60	10
% zucchero di barbabietola	60	50	40	50	0	20	30
Costo \$/ton	10	11	12	13	14	12	15

L'azienda vuole ottenere una miscela contenente esattamente 52 tonnellate di zucchero di canna, 56 tonnellate di zucchero di mais e 59 tonnellate di zucchero di barbabietola minimizzando il costo d'acquisto. Per ragioni contrattuali l'azienda deve effettuare un ordine minimo per ogni fornitore:

	Α	В	С	D	Е	F	G
ton	1	5	7	10	5	8	10

Formulare il corrispondente modello di PL.

Una dieta prescrive che giornalmente debbano essere assimilate quantità predeterminate di calorie, proteine e calcio, intese come fabbisogni minimi giornalieri, disponendo di cinque alimenti base (pane, latte, uova, carne, dolce). Tali fabbisogni minimi sono di 2000 calorie, 50 g. di proteine, 700 mg. di calcio. Dalle tabelle dietetiche si ricavano i seguenti contenuti di calorie (in cal.), proteine (in g.), calcio (in mg.) per ogni singola porzione di ciascun alimento, intendendo come porzione una quantità espressa in grammi e quindi frazionabile.

	Pane	Latte	Ūova	Carne	Dolce
calorie	110	160	180	260	420
proteine	4	8	13	14	4
calcio	2	285	54	80	22



I costi (in euro) e il numero massimo di porzioni tollerate giornalmente sono i seguenti:

	Pane	Latte	Uova	Carne	Dolce
costo	2	3	4	19	20
porz.	4	8	3	2	2

Determinare una dieta a costo minimo che soddisfi le prescrizioni considerando che:

- devono essere presenti almeno una porzione di dolce e due di latte;
- le porzioni totali giornaliere di uova e carne non possono essere più di tre.

Un'azienda produttrice di monitor per PC deve pianificare la produzione mensile in tre stabilimenti diversi. I costi di produzione (unitari) così come la capacità produttiva (mensile) dipendono dallo stabilimento considerato come riportato nella seguente tabella:

Stabilimento	Costo unitario (euro)	Capacità prod max (unità)
Napoli	45	7.500
Roma	65	4800
Cosenza	37	6500

L'azienda fornisce i monitor a 4 clienti diversi i quali, in base a stime di mercato, richiedono rispettivamente 4000, 3400, 2700, 3500 unità. Si richiede che la produzione realizzata nell'impianto di Napoli sia almeno la metà dei monitor prodotti presso ciascuno degli altri impianti.

Formulare un piano di produzione che soddisfi le richieste dei 4 clienti e che minimizzi i costi.

L'industria Berl produce quattro tipi di frigoriferi. L'azienda dispone di tre reparti produttivi indipendenti l'uno dall'altro in ognuno dei quali lavorano rispettivamente 40, 30 e 30 operai. Studi di mercato richiedono una pianificazione ottimale della produzione in modo che la quantità realizzata del frigorifero di tipo B sia compresa tra il 25% e il 50% della produzione totale. Formulare un modello che consenta di pianificare la produzione settimanale dei quattro tipi di frigoriferi massimizzando il profitto complessivo ottenuto dalla vendita delle quantità prodotte sapendo che:

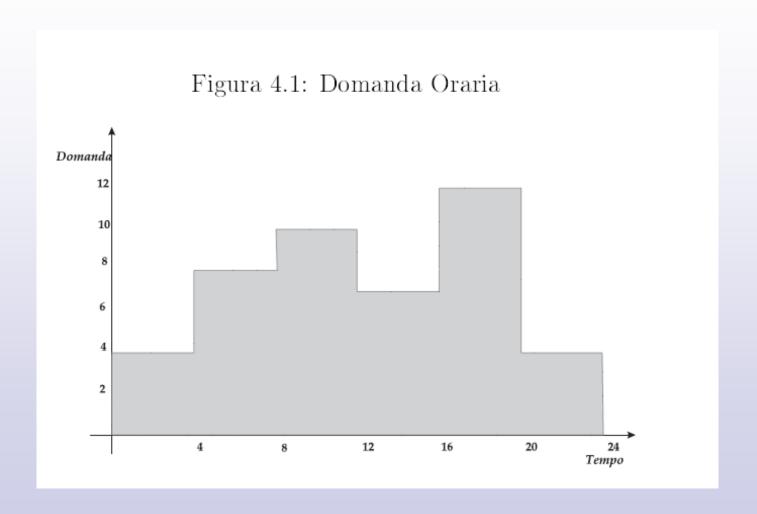
- 1) ogni operaio lavora 8 ore al giorno per 5 giorni alla settimana;
- 2) i tempi di lavorazione (in ore) in ogni reparto per ogni frigorifero e il profitto unitario (in Euro) sono riportati nella tabella seguente:

	A	В	C	D
Reparto 1	1	1	2	1
Reparto 2	2	2	1	3
Reparto 3	1	0,5	1	2
Profitto unitario (Euro)	150	100	70	50

La Giat è una piccola fabbrica di surgelati che produce, tra gli altri, melanzane alla parmigiana. Tale prodotto può essere venduto nello stesso mese di produzione o immagazzinato e venduto nei mesi successivi. Il costo delle melanzane varia con la produzione stagionale, per cui si ipotizza che il costo del prodotto finito (in €/quintale) sia quello riportato nella tabella seguente. Sempre nella stessa tabella è riportata la domanda del mercato (in quintali) nei vari mesi e la capacità produttiva degli operai (in quintali). Il magazzino per i surgelati ha una capacità di 100 quintali. All'inizio del mese di marzo ci sono 42 quintali di prodotto in magazzino, alla fine di maggio si desidera avere 50 quintali. Formulare il problema di soddisfare la domanda produttiva a costo minimo.

	Mese				
	MARZO	APRILE	MAGGIO		
Costo unitario [€/q]	200	300	400		
Capacità produttiva [q]	160	150	140		
Domanda [q]	100	130	150		

Esercizio 4.7 Una compagnia di trasporto deve programmare la schedulazione del personale conducente gli autobus che coprono una data zona urbana. La richiesta degli autobus (e quindi di conducenti) varia di ora in ora secondo il diagramma di Figura (4.1), che riporta in ascissa il tempo (espresso in ore) a partire dalla mezzanotte. (Per semplicità si assume che le richieste siano uguali per ogni giorno della settimana). I conducenti hanno turni della durata di 8 ore a partire dai tempi: 0,4,8,12,16,20,24. Un conducente che inizia il turno alle 20 lavora fino alle 4 della mattina successiva. Pianificare la schedulazione del personale in modo da impiegare il minor numero di autisti.



Esercizio 4.12 Un'azienda produce tre modelli (M1,M2,M3) di un certo prodotto. Ciascun modello richiede due tipi di materiali grezzi (A,B) di cui sono disponibili 4000 e 6000 unità. In particolare, per produrre una unità del modello M1 sono necessarie 3 unità di A e 4 unità di B; per una unità del modello M2 sono invece necessarie 3 unità di A e 2 di B; infine per una unità del modello M3 sono necessarie 5 unità di A e 7 di B. Il modello M1 richiede una forza lavoro doppia rispetto al modello M2 e tripla rispetto ad M3; la forza di lavoro disponibile è in grado di produrre al massimo l'equivalente di 700 unità del modello M1. Il settore marketing ha reso noto che la domanda minima per ciascun modello è rispettivamente 200, 200 e 150 unità. Il profitto unitario di ciascun modello è di 30, 20, e 50 euro rispettivamente. Formulare un modello di PL che massimizzi il profitto totale.