

目录

1 算法思路	2
1.1 线性插值	2
1.1.1 算术均值滤波器	2
1.1.2 几何均值滤波器	2
1.1.3 谐波均值滤波器	2
1.1.4 逆谐波均值滤波器	3
1.2 统计排序滤波器	3
1.2.1 中值滤波器	3
1.2.2 最大值滤波器	3
1.2.3 最小值滤波器	3
1.2.4 中点滤波器	4
1.2.5 修正后的阿尔法均值滤波器	4
1.3 自适应滤波器	4
1.4 自适中值滤波器	5
2 测试结果	6
2.1 加噪结果	6
2.2 滤波器结果	6
2.3 滤波器比较	13

1 算法思路

1.1 线性插值

1.1.1 算术均值滤波器

算术均值滤波器是最简单的均值滤波器。令 S_{xy} 表示中心在 (x, y) 点，尺寸为 $m \times n$ 的矩形子图像窗口的坐标组。计算由 S_{xy} 定义的区域中被干扰图像 $g(x, y)$ 的平均值。在任意点 (x, y) 处复原图像就是用 S_{xy} 定义区域的像素计算出来的算术均值。即：

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S(x,y)} g(s, t) \quad (1)$$

1.1.2 几何均值滤波器

每一个被复原像素由子图像窗口中像素点的乘积并自乘到 $\frac{1}{mn}$ 次幂给出。

$$\hat{f}(x, y) = \left[\prod_{(s,t) \in S(x,y)} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}} \quad (2)$$

几何均值滤波器所达到的平滑度可以与算术均值滤波器相比，但在滤波过程中会丢失更少的图像细节。

1.1.3 谐波均值滤波器

使用谐波均值滤波器的操作由如下表达式给出：

$$\hat{f}(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t) \in S(x,y)} \frac{1}{g(s, t)}} \quad (3)$$

谐波均值滤波器对于“盐”噪声效果较好，但不适于“胡椒”噪声。它善于处理高斯噪声。

1.1.4 逆谐波均值滤波器

逆谐波均值滤波操作对一幅图像的复原基于表达式：

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(s,t) \in S(x,y)} g(s, t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t) \in S(x,y)} g(s, t)^Q} \quad (4)$$

其中 Q 称为滤波器的阶数。这种滤波器适合减少或是在实际中消除椒盐噪声的影响。当 Q 值为正数时，滤波器用于消除“胡椒”噪声；当 Q 值为负数时，滤波器用于消除“盐”噪声。但它不能同时消除这两种噪声。注意，当 Q=0 时，逆谐波均值滤波器退变为算术均值滤波器；当 Q=-1 时，逆谐波均值滤波器退变为谐波均值滤波器。

1.2 统计排序滤波器

1.2.1 中值滤波器

最著名的顺序统计滤波器是中值滤波器，用该像素的相邻像素的灰度中值来替代该像素的值：

$$\hat{f}(x, y) = Median_{(s,t) \in S_{x,y}} g(s, t) \quad (5)$$

中值滤波器的应用非常普遍，对于很多种随机噪声，它都有良好的去噪能力，且在相同尺寸下比起线性平滑滤波器引起的模糊较少。中值滤波器尤其对单极或双极脉冲噪声非常有效。

1.2.2 最大值滤波器

使用序列中最后一个数值，得出最大值滤波器，由下式给出：

$$\hat{f}(x, y) = Max_{(s,t) \in S_{x,y}} g(s, t) \quad (6)$$

最大值滤波器在发现图像中的最亮点时非常有用。同样，因为“胡椒”噪声是非常低的值，作为子图像区域 S_{xy} 的最大值选择结果，它可以通过这种滤波器消除。

1.2.3 最小值滤波器

使用序列中起始位置的数值，得出最小值滤波器，由下式给出：

$$\hat{f}(x, y) = Min_{(s,t) \in S_{x,y}} g(s, t) \quad (7)$$

这种滤波器对发现图像中的最暗点非常有用。作为最小值操作的结果，它可以用来消除“盐”噪声。

1.2.4 中点滤波器

中点滤波器是在滤波器涉及范围内计算最大值和最小值之间的中点：

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{2} [Max_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t) + Min_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)] \quad (8)$$

这种滤波器结合了顺序统计和求平均，对于高斯和均匀随机分布这类噪声有最好的效果。

1.2.5 修正后的阿尔法均值滤波器

假设在 S_{xy} 邻域内去掉 $g(s, t)$ 最高灰度值的 $d/2$ 和最低灰度值的 $d/2$ 。用 $g_r(s, t)$ 来代表剩余的 $mn - d$ 个像素。由这些剩余像素点的平均值形成的滤波器称为修正后的阿尔法均值滤波器。

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn - d} sum_{(s,t) \in S_{xy}} g_r(s, t) \quad (9)$$

其中，d 值可以取 0 到 $mn - 1$ 之间的任意数。修正后的阿尔法均值滤波器在包括多种噪声的情况下非常适用，例如高斯噪声和椒盐噪声混合的情况下。

1.3 自适应滤波器

滤波器作用于局部区域 S_{xy} 滤波器在中心化区域中任何点 (x, y) 上的滤波器响应基于以下 4 个量：

- $g(x, y)$ 表示噪声图像在点 (x, y) 上的值；
- σ_η^2 , 干扰 $f(x, y)$ 以形成 $g(x, y)$ 的噪声方差；
- m_L , 在 S_{xy} 上像素点的局部均值
- σ_L^2 , 在 S_{xy} 上像素点的局部方差。

自适应表达式可以写成：

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_L^2} [g(x, y) - m_L] \quad (10)$$

自适应滤波器是基于 $m \times n$ 矩形窗区域图像的统计特性而变化的；但作为提高滤波能力的代价是滤波器的复杂度增加了。随机变量最简单的统计量是均值和方差，这些适当的参数是自适应滤波器的基础。

1.4 自适中值滤波器

中值滤波器只要冲激噪声的空间密度不大，性能将会很好。自适应中值滤波器可以处理具有更大概率的冲激噪声。自适应中值滤波器的另一个优点是，平滑非冲激噪声时可以保存细节，这是传统中值滤波器做不到的。

- $z_{min} = S_{xy}$ 中灰度级的最小值
- $z_{max} = S_{xy}$ 中灰度级的最大值
- $z_{med} = S_{xy}$ 中灰度级的中值
- z_{xy} 在坐标 (x, y) 上的灰度级
- $S_{max} = S_{xy}$ 允许的最大尺寸

自适应中值滤波器算法工作在两个层次，定义为 A 层和 B 层，如下所示：

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_L^2}[g(x, y) - m_L] \quad (11)$$

A 层：

$$A_1 = z_{med} - z_{min}$$

$$A_2 = z_{med} - z_{max}$$

如果 $A_1 > 0$ 且 $A_2 < 0$ ，转到 B 层

否则增大窗口尺寸

如果窗口尺寸 S_{max} 重复 A 层，否则输出 z_{xy}

B 层：

$$B_1 = z_{xy} - z_{min}$$

$$B_2 = z_{xy} - z_{max}$$

如果 $B_1 > 0$ 且 $B_2 < 0$ ，输出 z_{xy} 重复 A 层，否则输出 z_{med}

2 测试结果

2.1 加噪结果

1) 高斯噪声



图 1: 原图片与添加高斯噪声后的对比图

2) 椒盐噪声



图 2: 原图片与添加椒盐噪声后的对比图

2.2 滤波器结果

1) 算术均值滤波器



图 3: 算术均值滤波器对高斯和椒盐噪声降噪效果对比图

2) 几何均值滤波器



图 4: 几何均值滤波器对高斯和椒盐噪声降噪效果对比图

3) 谐波均值滤波器



图 5: 谐波均值滤波器对高斯和椒盐噪声降噪效果对比图

4) 逆谐波均值滤波器

当 $Q=2$ 时



图 6: 逆谐波均值滤波器对高斯和椒盐噪声降噪效果对比图

当 $Q=-2$ 时



图 7: 逆高斯均值滤波器对高斯和椒盐噪声降噪效果对比图

5) 中值滤波器



图 8: 中值滤波器对高斯和椒盐噪声降噪效果对比图

6) 最大值滤波器



图 9: 最大值滤波器对高斯和椒噪声降噪效果对比图

7) 最小值滤波器



图 10: 最小值滤波器对高斯和盐噪声降噪效果对比图

8) 中点滤波器

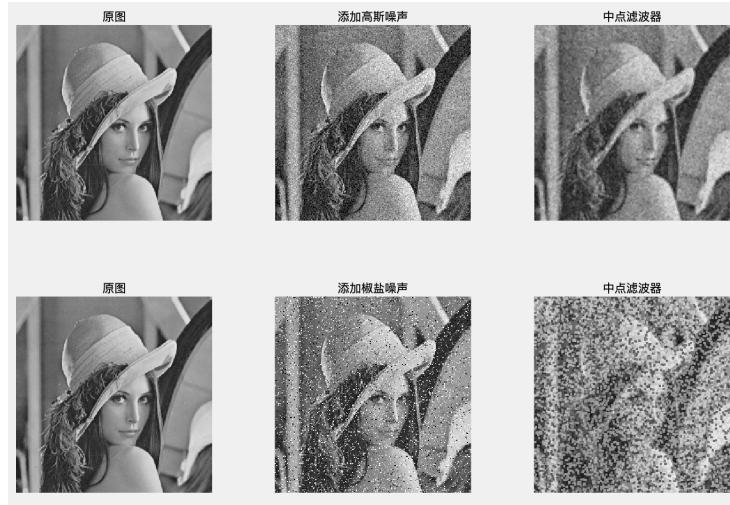


图 11: 中点滤波器对高斯和椒盐噪声降噪效果对比图

9) 修正后的阿尔法均值滤波器



图 12: 修正后的阿尔法均值滤波器对高斯和椒盐噪声降噪效果对比图

10) 自适应滤波器



图 13: 自适应滤波器对高斯和椒盐噪声降噪效果对比图

11) 自适中值滤波器



图 14: 自适应中值滤波器对高斯和椒盐噪声降噪效果对比图

2.3 滤波器比较

对该张经过高斯和椒盐噪声污染的图片，有以上方法可以进行简单的图像降噪还原。下面分别针对高斯噪声、椒噪声、盐噪声，对该图片降噪效果较好和最差的滤波器进行比较说明。

- 1) 高斯噪声 在研究对高斯噪声降噪效果比较明显的滤波器中，最大值、



图 15: 针对高斯噪声效果比较明显滤波器对比图

最小值滤波器的降噪效果是最差的，而修正后的阿尔法均值、谐波均值和自适应滤波器对高斯的降噪效果都比较好。

2) 椒噪声 补充所有滤波器对椒噪声的降噪效果图如下:



图 16: 针对椒噪声各滤波器对比图 (1)



图 17: 针对椒噪声各滤波器对比图 (2)

根据降噪效果对比，我们可以很清晰的看到几何均值、谐波均值、当 Q 为-2 时的逆谐波均值、最小值、中点滤波器对椒噪声的降噪效果都不是很理想，而当 Q 为 2 的逆谐波均值、中值、最大值、自适应中值滤波器的效果都比较好的达到了降噪的目的。

3) 盐噪声

补充所有滤波器对盐噪声的降噪效果图如下：



图 18: 针对盐噪声各滤波器对比图 (1)



图 19: 针对盐噪声各滤波器对比图 (2)

根据降噪效果对比，我们可以很清晰的看到当 Q 为 2 时的逆谐波均值、最大值、中点滤波器和自适应滤波器对盐噪声的降噪效果都不是很理想，而当 Q 为 -2 的逆谐波均值、中值、最小值、自适应中值滤波器的效果都比较好的达到了降噪的目的。

4) 椒盐噪声



图 20: 针对椒盐噪声效果比较明显滤波器对比图

在研究对高斯噪声降噪效果比较明显的滤波器中，几何均值、谐波均值、中点滤波器的降噪效果是最差的，而中值滤波器和自适应中值滤波器对椒盐的降噪效果都比较好