

## 目录

<b>1</b>	<b>算法思路</b>	<b>2</b>
1.1	边缘检测 . . . . .	2
1.2	拉普拉斯边缘检测算子 . . . . .	2
1.3	Prewitt 算子 . . . . .	3
1.4	Hough 变换 . . . . .	3
1.5	最小二乘法 . . . . .	4
1.6	RANSAC 法 . . . . .	4
<b>2</b>	<b>测试结果</b>	<b>5</b>
2.1	基于 Prewitt 算子的边缘检测 . . . . .	5
2.2	霍夫变换 . . . . .	5
2.3	直线检测 . . . . .	5
2.4	拟合直线 . . . . .	7
2.5	最小二乘法拟合直线 . . . . .	7
2.6	RANSAN 法拟合的直线 . . . . .	7
2.7	霍夫法拟合直线 . . . . .	7

## 1 算法思路

### 1.1 边缘检测

基于一阶导数的边缘检测算子包括 Roberts 算子、Sobel 算子、Prewitt 算子等。通过  $2 \times 2$  或者  $3 \times 3$  的模板作为核与图像中的每个像素点做卷积和运算，然后选取合适的阈值以提取边缘

### 1.2 拉普拉斯边缘检测算子

拉普拉斯边缘检测算子 (LoG) 是基于二阶导数的边缘检测算子，对噪声敏感，一种改进方式是先对图像进行平滑处理，然后再应用二阶导数的边缘检测算子。

拉普拉斯算子定义：

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (1)$$

$f(x,y)$  对  $x$  右侧的一阶偏导 (因为相邻点像素距离差为 1，所以分母为 1 略去)：

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1, y) - f(x, y) \quad (2)$$

$f(x,y)$  对  $x$  左侧的一阶偏导 (同上)：

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x, y) - f(x-1, y) \quad (3)$$

$f(x,y)$  对  $x$  的二阶偏导 (右侧一阶减左侧一阶，分母仍然是 1 略去)：

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} &= f(x+1, y) - f(x, y) - (f(x, y) - f(x-1, y)) \\ &= f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y) \end{aligned} \quad (4)$$

$f(x,y)$  对  $y$  的二阶偏导 (同上)：

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} &= f(x, y+1) - f(x, y) - (f(x, y) - f(x, y-1)) \\ &= f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y) \end{aligned} \quad (5)$$

上面两式相加得到结果：

$$\begin{aligned} \nabla^2 f &= f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y) \\ &= (f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)) - 4f(x, y) \end{aligned} \quad (6)$$

然后按照结果中每个点的权值变成卷积核：

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

### 1.3 Prewitt 算子

定义水平、垂直和两对角线方向的梯度：

$$\text{水平方向: } g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_7 + z_8 + z_9) - (z_1 + z_2 + z_3)$$

$$\text{垂直方向: } g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_3 + z_6 + z_9) - (z_1 + z_4 + z_7)$$

$$\text{对角方向: } g'_x = (z_2 + z_3 + z_6) - (z_4 + z_7 + z_8)$$

$$g'_y = (z_6 + z_8 + z_9) - (z_1 + z_2 + z_4)$$

该定义下的算子称为 Prewitt 算子：

表 1: 水平

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

表 2: 垂直

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

表 3: 对角线 (1)

0	1	1
-1	0	1
-1	-1	0

表 4: 对角线 (2)

-1	-1	0
-1	0	1
0	1	1

### 1.4 Hough 变换

霍夫变换是图像处理中的一种特征提取技术，它通过一种投票算法检测具有特定形状的物体。该过程在一个参数空间中通过计算累计结果的局部最大值得到一个符合该特定形状的集合作为霍夫变换结果。

霍夫变换运用两个坐标空间之间的变换将在一个空间中具有相同形状的曲线或直线映射到另一个坐标空间的一个点上形成峰值，从而把检测任意形状的问题转化为统计峰值问题

一条直线在直角坐标系下可以用  $y = kx + b$  表示，霍夫变换的主要思想是将该方程的参数和变量交换，即用  $x, y$  作为已知量  $k, b$  作为变量坐标，所以直角坐标系下的直线  $y = kx + b$  在参数空间表示为点  $(k, b)$ ，而一个点  $(x_1, y_1)$  在直角坐标系下表示为一条直线  $y_1 = x_1 \cdot k + b$ ，其中  $(k, b)$  是该直线上的任意点。

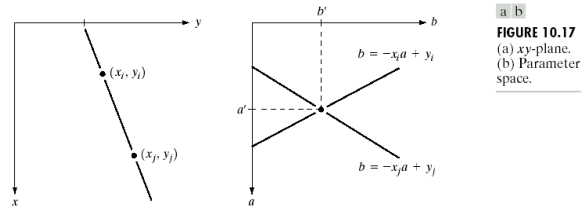


图 1: (a)xy 平面; (b) 参数空间

为了计算方便，参数空间的坐标表示为极坐标下的  $\gamma$  和  $\theta$ 。因为同一条直线上的点对应的  $(\gamma, \theta)$  是相同的：

因此可以先将图片进行边缘检测，然后对图像上每一个非零像素点，在参数坐标下变换为一条直线，那么在直角坐标下属于同一条直线的点便在参数空间形成多条直线并内交于一点。因此可用该原理进行直线检测。Hough

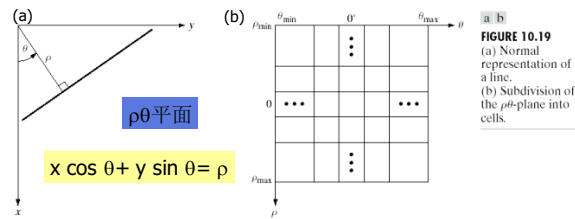


图 2: (a) 直线的标准式; (b) 将平面细分为不同单元

变换可以用于将边缘像素连接起来得到边界曲线

## 1.5 最小二乘法

假设有点  $x_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$  求近似曲线  $y = \varphi(x)$ ，并且使得  $y = \varphi(x)$  与  $y = f(x)$  的平方偏差和最小。当拟合直线时，最小二乘法对各个变量求偏导，使得偏导值为 0，即可得到最小值。

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i x_i \\ \sum_{i=1}^n y_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

## 1.6 RANSAC 法

RANSAC 通过反复选择数据中的一组随机子集来达成目标。被选取的子集被假设为局内点，并用下述方法进行验证：

- 有一个模型适用于假设的局内点，即所有的未知参数都能从假设的局内点计算得出。
- 用 1 中得到的模型去测试所有的其它数据，如果某个点适用于估计的模型，认为它也是局内点。
- 如果有足够多的点被归类为假设的局内点，那么估计的模型就足够合理。
- 然后，用所有假设的局内点去重新估计模型，因为它仅仅被初始的假设局内点估计过。
- 最后，通过估计局内点与模型的错误率来评估模型。

这个过程被重复执行固定的次数，每次产生的模型要么因为局内点太少而被舍弃，要么因为它比现有的模型更好而被选用。

## 2 测试结果

### 2.1 基于 Prewitt 算子的边缘检测

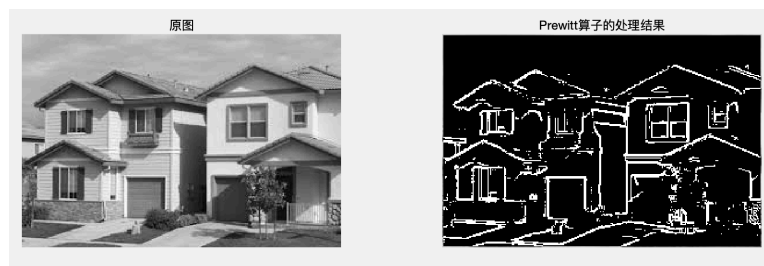


图 3: 基于 Prewitt 算子的边缘检测对比图

### 2.2 霍夫变换

### 2.3 直线检测

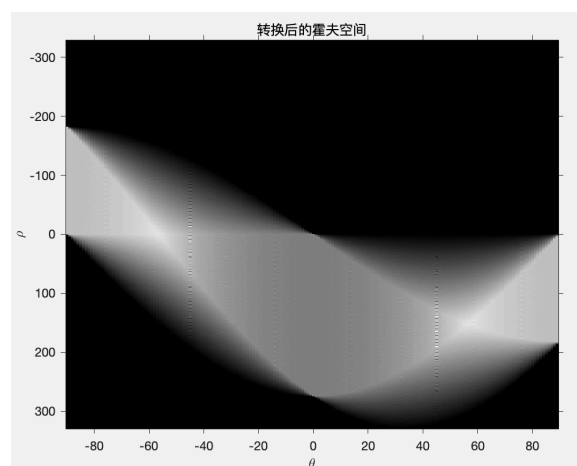


图 4: 霍夫变换后的图像

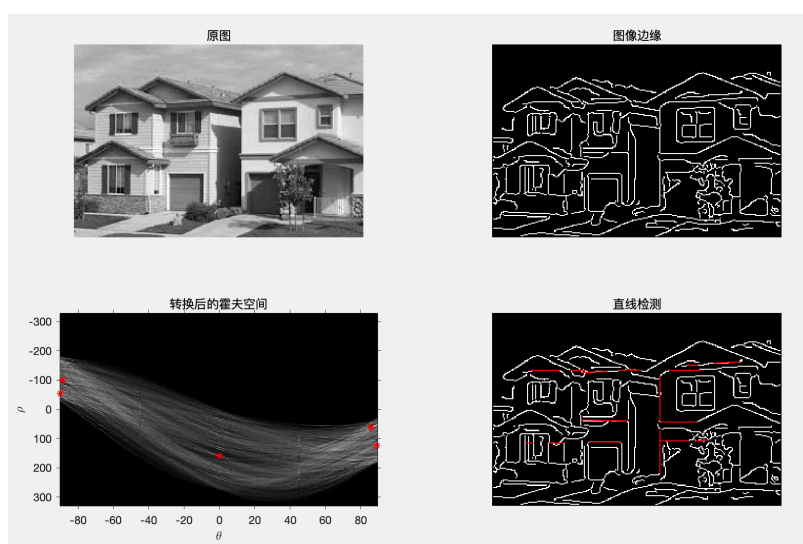


图 5: 霍夫变换经过直线检测后的图像

## 2.4 拟合直线

对于直线  $y = ax + b$ ，生成一系列符合高斯分布的纵坐标，再人工加入一系列离群点，并拟合直线。

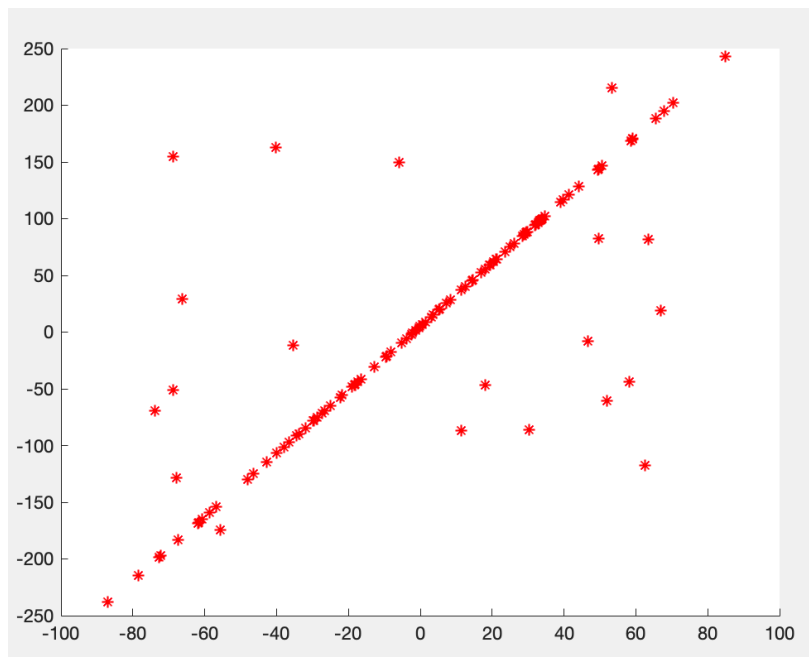


图 6: 直线的  $y=2.8x+b$  的散点图

## 2.5 最小二乘法拟合直线

## 2.6 RANSAC 法拟合的直线

## 2.7 霍夫法拟合直线

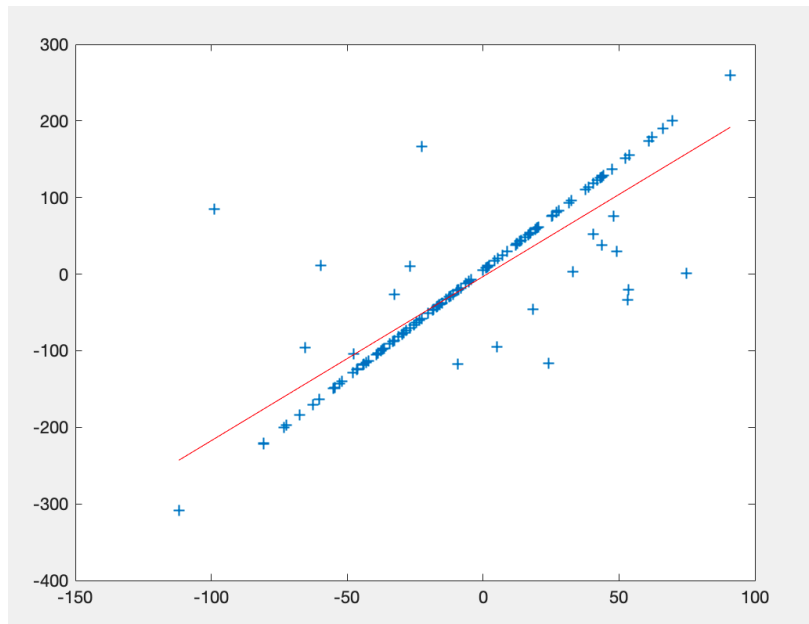


图 7: 使用最小二乘法拟合的直线

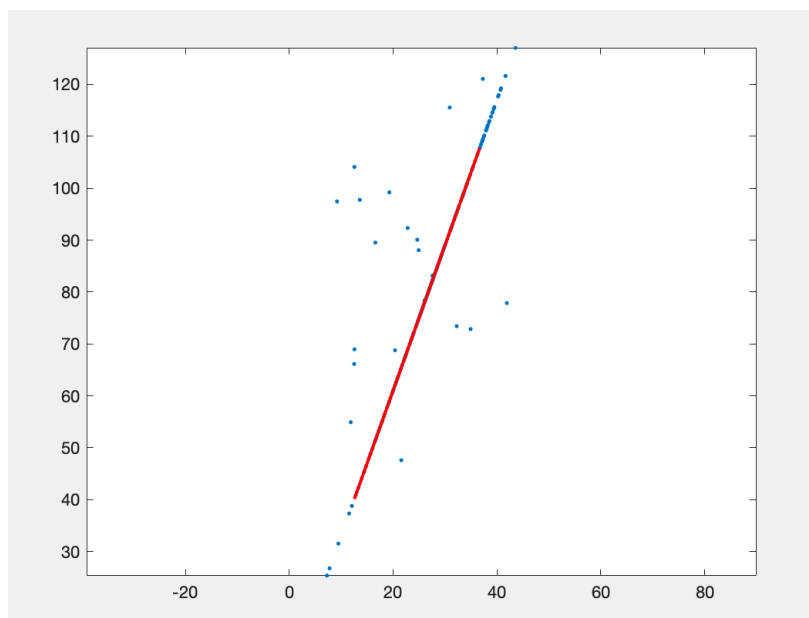


图 8: 通过 RANSAC 法拟合的直线



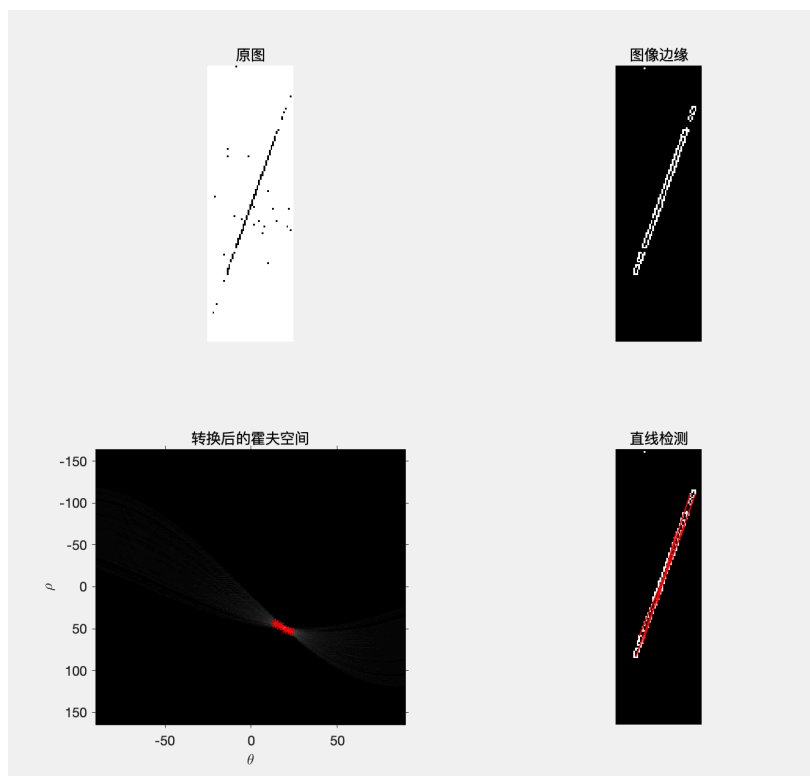


图 9: 通过霍夫变换法拟合的直线