

1 Introduction

Les puzzles et casses-têtes nous ont toujours passionnés, pour faire passer le temps ou pour se mettre des défis. EternityII est un de ces jeux où le principe peut être compris par tous, mais pourtant sa résolution est extrêmement complexe. Ce genre de paradigme est à l'heure actuelle l'un des problèmes mathématiques qui régit notre monde, car la plupart des systèmes informatiques et méthodes de chiffrement reposent sur ce genre de problème (simple à faire mais pourtant trouver la solution ne l'est pas).

EternityII n'est résoluble à l'heure actuelle qu'en testant toutes les combinaisons (brute force). Ce qui nous fait poser une question importante, comment, avec l'augmentation exponentielle des données et des nouvelles technologies, sommes nous réduit à utiliser une méthode aussi simple. Par extension, est-il plus efficace d'accumuler des données afin de le résoudre plutôt qu'essayer d'accélérer la résolution basique.

Dans un premier temps, nous verrons les origines du jeu, la difficulté à laquelle nous sommes confrontés et l'état de l'art des méthodes de résolutions.

Ensuite, nous présenterons la problématique, ce qui à déjà tout au long de l'année et l'approche initiale du problème.

Pour conclure, les résultats et réflexions qui peuvent en être tirés.

Par ailleurs, ce compte rendu comporte un manuel d'utilisation et un manuel technique fourni, car les applications développées, ou tout du moins leur logique est destinée à être réutilisées ou améliorées.

2 Eternity II

2.1 Les origines

— [réel]

EternityII est le fier successeur de Eternity.

La première version [image](photo de la première version), sortie en 1999, était composée de 159 pièces de différentes formes, cependant ces formes peuvent être décomposés en formes de triangles équilatéraux (ou leur moitié) [image](photo d'exemple d'une pièce) qui devaient être placés sur un plateau hexagonal. Son point faible se trouvait dans la disposition de ces pièces sur le plateau : il était possible de précalculer des régions, puis de les comparer entre eux afin d'en dégager une solution. De cette façon, le puzzle fut résolu en à peine un an (contrairement aux 3 ans prévus par le créateur), par deux mathématiciens, qui ont ainsi empoché la récompense s'élevant à 1000000£.

Après cet "échec", Christopher Monckton, le créateur d'Eternity, décida en 2008 de sortir une deuxième version, bien plus complexe avec à la clé 2000000\$ pour celui qui arriverait à le résoudre au bout de deux ans.

[image](eternityII boîte)

C'est un puzzle de 16 par 16 qui sort sous le nom d'EternityII. Ce puzzle est composé de 256 pièces carrées, qui ont chacune 4 faces colorées.

Ces pièces peuvent être classées en trois catégories suivant le nombre de faces grises qu'elles possèdent :

[image](le triplet gagnant)

pièce de coin 2 faces grises

pièce de bord 1 face grise

pièce d'intérieur toutes les faces de couleur

Les pièces ne possèdent pas de formes comme dans un puzzle classique. Afin de les faire correspondre l'une avec l'autre, il est nécessaire que les faces adjacentes de chaque pièce voisine soient de la même couleur. Par conséquent, la pièce peut être placée n'importe où sur le plateau car son placement dépend des couleurs des pièces d'à côté, de plus, les pièces n'ont pas d'orientation prédéterminés (elle peut être rotationnée).

Pour résumer, la plupart des pièces peuvent être posés n'importe où sur le plateau à différentes rotations car la position dépend entièrement des pièces adjacentes posés auparavant.

Effectivement, comme leur nom l'indiquent, les pièces de coins sont les seules à pouvoir être posés dans les coins du plateau, c'est aussi valable pour les pièces de bord qui ne peuvent être placés que sur les bords du plateau.

— [résumé]

Eternity II est un jeu sorti en 2008 qui repose sur un principe assez simple, c'est un puzzle de 16 par 16 qu'il faut réassembler. Il est composé de 256 pièces carrées, qui ont, sur chaque arête une couleur donnée. [images tt ca tt ca]. Afin de pouvoir assembler le puzzle, il suffit placer les pièces de façon à ce que les faces adjacentes soient de même couleur. Comme un puzzle classique, il y a des pièces de coin et de bord. Ceux-ci sont reconnaissables car ils

possèdent une ou deux arêtes grises. Par contre, là où ça devient complexe, c'est qu'une pièce n'a pas une place prédéterminée (comme dans un puzzle), c'est à dire qu'elle peut se situer n'importe où sur le plateau.

2.2 Le défi

A ce jour, personne n'a réussi à résoudre ce puzzle (même grâce à l'aide de supercalculateurs) malgré les différentes stratégies mises en place. Pourquoi ? Car derrière ce jeu anodin se cache l'un des plus grands problèmes du monde actuel : les problèmes NP-difficiles. Ceux-ci sont faits de telle sorte que même en connaissant leur structure ou fonctionnement, il est pratiquement impossible d'en déduire un algorithme de résolution. L'une des solutions les plus fiables à ce jour est de tester tous les cas possibles (qui est évidemment très important).

Exemple 2.1. Le nombre de combinaisons pour Eternity II s'élève à 10^{545} , c'est à dire environ 10^{450} fois le nombre d'atomes dans l'univers connu (estimé à au plus 10^{80}) !!!

2.3 La recette secrète d'Eternity II

Pour rendre ce problème combinatoire, il est nécessaire de respecter plusieurs conditions.

Chaque pièce est unique l'unicité des pièces est importante, car si une pièce est en double, cela veut dire que la pièce peut être placée à deux endroits différents (ce qui simplifie le problème)

Le ratio de nombre de couleurs par nombre de pièces est calculé [joindre graphique tt ca tt ca] : il faut qu'il y ait assez de couleur pour que chaque pièce soit unique, mais pas assez pour que l'on puisse déterminer les pièces adjacentes

Exemple 2.2. Supposons qu'il y ait trop de couleurs. Cela veut dire qu'une pièce a peu de voisins (car chaque pièce est unique, par conséquent les couleurs sont distribuées uniformément à travers les pièces), si la pièce a très peu de voisins, je peux déduire des groupements de pièces assez facilement.

Donc je simplifie mon problème.

2.4 Etat de l'art

Nombreux sont ceux qui ont essayé de résoudre le problème... plusieurs moyens ont été mis en place, grâce au solveur SAT (solveur de satisfiabilité booléenne dont le fonctionnement est assez complexe pour ne pas être abordé ici), par une approche graphique ou encore par brute force.

Il est estimé que actuellement, l'approche la plus performante est la résolution par brute force, car c'est elle qui est la plus rapide.

[à développer]

3 Sujet / problématique

Le but du stage est donc de déterminer si, malgré les dires, on ne pourrait pas trouver une méthode de résolution plus efficace que la brute force, qui repose sur une grande quantité d'information pré-calculées, cette méthode est appelée smartforce par la suite.

Ces informations pré-calculées serviront différentes causes, mais deux objectifs principaux peuvent en être explicités :

- les ouvertures
- les finales

Afin de comprendre le principe des ouvertures et des finales, il est important de pouvoir se représenter un arbre de possibilités où chaque branche de l'arbre est une combinaison spécifique. [là faut une bonne image explicite]

3.1 Ouvertures

Le but des ouvertures, est de pré-calculer jusqu'à un certain niveau toutes les combinaisons possibles, et de les stocker. Cela permet par la suite, de pouvoir paralléliser les calculs afin de tester plusieurs sous instances du problème

3.2 Finales

De la même façon, pré-calculer les fins possibles permet de connaître plus rapidement si la combinaison actuelle est possible ou non.

3.3 Difficultés préliminaires

afin de résoudre le problème, la principale difficulté c'est que le jeu de base est trop complexe et ne permet pas de déterminer si l'approche actuelle est adaptée. Par conséquent, on utilisera des instances d'Eternity II, qui sont des plateaux de plus petite taille (4x4, 5x5 ...) qui ont les mêmes propriétés que le jeu de base.

4 Approche

Dans cette partie, nous expliquerons quels sont les différents outils et stratégies mis en place pour permettre la résolution du problème. Dans un premier temps nous avons eu besoin de mettre en place une valeur étalon, qui nous permet de savoir si les différentes méthodes de smartforce sont bonnes ou pas. Cette valeur étalon est un programme de brute-force qui nous fournit le nombre total de noeuds, le nombre de solution, le nombre de noeuds à la première solution et les tous les timers correspondant.

4.1 Brute-force

Afin de pouvoir partir sur de bonnes bases, plusieurs différentes méthodes de parcours (quel chemin prendre pour résoudre mon plateau) ont été utilisées, afin de voir quel parcours est le plus performant pour la résolution brute. En sachant que le nombre de noeuds/sec est la même, l'unité de mesure est le nombre de noeuds.

Les différents types de parcours sont :

rowscan on pose les pièces en lignes horizontales sur le plateau

diagonal on pose les pièces en diagonal

spiral in on dispose les pièces en spirale en partant de l'extérieur [image]

spiral out idem que spiral in mais en partant de l'intérieur vers l'extérieur

Ces différents types de parcours ont été testés sur plusieurs instances de taille variable.

4.2 Smartforce

Une fois la valeur étalon fixée, il est maintenant facile de mettre en place une autre approche du problème qui a pour principe de cumuler une grande quantité de données pour faire face au nombre exponentiel de possibilités.

Les différents types de données (nommés modèles) sont comme différents points de vues du problème. Ils sont plus ou moins utiles, mais la force réside dans leur union. Mais surtout, ils permettent de mettre en place le concept d'ouvertures et finales.

4.2.1 CaPi

L'approche CaPi (abréviation de Cases/pièces) est l'approche la plus naïve, elle permet de définir quelle pièce peut être placée sur telle case et inversement, quelle case peut avoir telle pièce.

Cette approche est l'interaction la plus basique de notre problème. C'est aussi celle-ci qui est utilisée en brute-force.

4.2.2 BoCo

L'approche BoCo (Bordure/Couleur) est bien plus fine : si l'on connaît quelle pièce est sur telle case, on sait quelle couleur peut se placer sur telle bordure [de la case]. Elle permet d'implémenter un système de mise à jour bien plus performant car le nombre de couleurs est bien plus petit que le nombre de pièces.

Exemple 4.1. Si une couleur disparaît, alors toutes les pièces ayant cette couleur ne peuvent plus être placées à cette case, par conséquent, les autres bords de la case ont (probablement) des couleurs qui disparaissent aussi (propagation de la disparition).

4.2.3 Corolles

Grace aux visions CaPi et BoCo, il est possible de pré-calculer des zones du plateau nommés corolles, ceux-ci contiennent tous les cas possibles dans cette zone donnée.

Le nombre de cas possible étant très important, il est nécessaire de le classer. Les corolles peuvent être identifiées grâce à plusieurs critères.

- taille du plateau
- l'orientation de la corolle
- La pièce (et sa rotation) à l'origine de la corolle
- La case à l'origine de la corolle
- La taille de la corolle

position et orientation des corolles

4.2.4 BoCoDiag

5 Resultat

6 Manuel d'utilisation

7 Manuel Technique