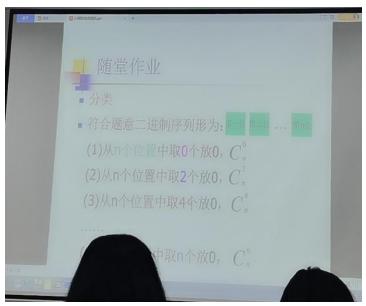
## 第一次测试

方法一如上 方法二如下^-^



方法三:第一个选 1/O 2 第二个选 1/O 2

mm 第 n 个必然固定 要么 1 要么 O故有 2^n-1

设集含 $A = \{1,2,3,4.5\}$ , 则集含 $A \pm \overline{n}$ $\Gamma$ 等价关系?  解: <解题思路 — 问题程址> 由于集合的划分 $S$ A的等价关系——对应,则此题 趣度为 把 $S$ 个不同球放入 $F$ 作相同意中且 8 盒 # 空的方塞 $F$ 数。 <a href="#"> <a hre="#"> <a href="#"> <a href="#"> <a href="#"> <a href="#"> <a href<="" th=""><th>渡集舎 A= } 1,2,3,4.5 }, 则集合 A 上 有几个等价关系?  解: &lt;解题: 28 一 问题转化&gt; 由于集合 A 的 到 分 A 的 等价 発 对 左 ,则 此趣 趣 度为 把 5 个 不同球 放入 k 个相同 意中且 名 急非空的 方 穿 个数。  ∠法 -&gt; 利用 美 Pascal 表 求解 (最 k 方 法) &gt;</th><th>随堂作</th><th>± .</th></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a></a>	渡集舎 A= } 1,2,3,4.5 }, 则集合 A 上 有几个等价关系?  解: <解题: 28 一 问题转化> 由于集合 A 的 到 分 A 的 等价 発 对 左 ,则 此趣 趣 度为 把 5 个 不同球 放入 k 个相同 意中且 名 急非空的 方 穿 个数。  ∠法 -> 利用 美 Pascal 表 求解 (最 k 方 法) >	随堂作	± .
由于集合A的划分为A的等价系——对应,则此题题度为把5个不同球放入 k 个相同意中且为选非空的方案个数。 <a href="2"> <a href="2"> <a href="2"></a></a></a>	由于集合 A的 划分 5 A 的 等价 系 - 一 对 左 见) 此题 题 度为 把 5 个 不同球 放入 k 个相同 島中 且 名 急 非空的 5 穿 个 数。		集合A=?1,2,3,4,53,则集合A上有几个等价关系?
不同球放入 k 个相同意中且 先 念非空的方穿 个数。	不同球放入 k 个相同意中且名盒非空的方案个数。	解: <解	题思路一问题程化>
本語不同切分子数 可用 美 Pascal 表 末解 (最 k 方 法)   本語不同切分子数 可 第二美 Stirling 数 S (p k )   野成 差 S (5 k )   松 第二美 S tirling 数		由于	集合A的划分为A的等价系系对应则此题题其为把5个
末解不同切分子数 5 用第二类 Stirling 数 $S(p,k)$	求解不同からく数 可用第二类 Stirling数 $S(p,k)$ 即成 年 $S(5,k)$ 松陽第二类 $Stirling$ 数类 $Pascal=$ 節がす: $S_{2}(p,k)=kS_{2}(p-1,k)+S_{3}(p-1,k)$ $P^{k}$ 0 1 2 3 4 5  0 1 1 0 1 2 0 1 1 3 0 1 3 1 4 0 1 7 6 1 数 至 $S(5,k)=S(5,1)+S(5,2)+\dots+S(5,2)$ $S(5,k)=S(5,k)=S(5,1)+S(5,2)+\dots+S(5,2)$ $S(5,k)=S(5,k)=S(5,1)+S(5,2)+\dots+S(5,2)$ $S(5,k)=S(5,k)=S(5,1)+S(5,2)+\dots+S(5,2)$ $S(5,k)=S(5,k)=S(5,1)+S(5,2)+\dots+S(5,2)$ $S(5,k)=S($	不同球员	这人上个相同意中且怎盒非空的方军个数。
所求 と $S(5,k)$   放送第二类 Stirling 数集 Pascal = 節形切下: $S_{2}(p,k) = kS_{2}(p-1,k) + S_{2}(p-1,k)$   D     2 3 4 5    D     2 0   1     数	即成 第 $S(5,k)$ 构造第= 集 $Stirling$ 数集 $Pascal=$ 節が如下。 $S_2(p,k)=kS_2(p-1,k)+S_2(p-1,k)$ D 1  D 1  D 1  D 1  S 0 1 3 1  G 0 1 7 6 1 数 $\frac{5}{5}$ $S(5,k)=S(5,1)+S(5,2)+\dots+S(5,2)$ $S(5,k)=S(5,1)+S(5,2)+\dots+S(5,2)$ $S(5,k)=S(5,1)+S(5,2)+\dots+S(5,2)$ $S(5,k)=S(5,k)=S(5,1)+S(5,2)+\dots+S(5,2)$ $S(5,k)=S(5,k)=S(5,k)=S(5,k)+S(5,k)$ $S(5,k)=S(5,k)=S(5,k)+S(5,k)+S(5,k)+S(5,k)$ $S(5,k)=S(5,k)=S(5,k)+S($		
大選第二集 Stirling 数类 Pascal=簡形如下: $S_{2}(p,k)=kS_{2}(p-1,k)+S_{2}(p-1,k)$   D   D   D   D   D   D   D   D   D   D	放送第二类 Stirling 数类 Pascal=節形如下: $S_{2}(p_{1},k) = kS_{2}(p_{1},k) + S_{2}(p_{1},k)$   D   D   D   D   D   D   D   D   D   D		
p = 0 1 2 3 4 5 $p = 0$ 1 2 3 4 5 $p = 0$ 1 2 3 4 5 $p = 0$ 1 3 1 $p = 0$ 1 3 2 2 4 3 1 2 5 $p = 0$ 3 2 5 5 $p = 0$ 3 2 5 5 $p = 0$ 3 3 3 3 3 3 3 3 3 4 5 5 5 5 3 5 3 5 5 5 5	0 1 2 3 4 5 $0$ 1	明就是	> 8(5,k)
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$0$ 1 $1$ 0 1 $2$ 0 1 1 $3$ 0 1 3 1 $4$ 0 1 7 6 1 故 $\geq S(5,k) = S(5,1) + S(5,2) + \dots + S(5,2) +$		
$\frac{3}{4}$ 0 1 $\frac{3}{7}$ 6 $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{5}$ $S(5,k)=S(5,1)+S(5,2)+m+S(5,5)$ $\frac{1}{5}$ 0 1 $\frac{3}{5}$ 0 1 $\frac{5}{5}$	$\frac{3}{4}$ 0   7 6   故 $\frac{5}{5}$ S(5,k)=S(5,1)+S(5,2)+m+S(5,5) + $\frac{1}{5}$ S(5,k)=S(5,k)=S(5,2)+m+S(5,5) + $\frac{1}{5}$ S(5,k)=S(5,k)=S(5,2)=S(5	<u> </u>	0 1 2 3 4 3
$\frac{3}{4}$ 0 1 $\frac{3}{7}$ 6 $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{5}$ $S(5,k)=S(5,1)+S(5,2)+m+S(5,5)$ $\frac{1}{5}$ 0 1 $\frac{3}{5}$ 0 1 $\frac{5}{5}$	$\frac{3}{4}$ 0   7 6   故 $\frac{5}{5}$ S(5,k)=S(5,1)+S(5,2)+m+S(5,5) + $\frac{1}{5}$ S(5,k)=S(5,k)=S(5,2)+m+S(5,5) + $\frac{1}{5}$ S(5,k)=S(5,k)=S(5,2)=S(5	0	D I
$\frac{3}{4}$ 0   $\frac{3}{7}$   $\frac{1}{6}$   $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{5}{$	$\frac{3}{4}$ 0   7 6   故 $\frac{5}{5}$ S(5,k)=S(5,1)+S(5,2)+…+S(5,5) + $\frac{5}{5}$ S(5,k)=S(5,k)=S(5,2)+…+S(5,2)+…+S(5,2)+…+S(5,2)+1.5 S(5,2)=15 S(5,3)=25, S(5,2)=15 S(5,3)=25, S(5,4)=16	2	0
4 0   7 6   故	4 0   7 6   故 $\stackrel{5}{>}$ S(5,k)=S(5,1)+S(5,2)+…+S(5) = 1+15+25+10+1=5:  (法二>列差3表  数列 hn=n <sup>5</sup> (n=0,1,2,) 的差3表  り、(P,k)= $\frac{a^{k}h_{0}}{k!}$ (k=0>1,2,)  1 31 211 781 2101 S <sub>2</sub> (5,3)=25, S <sub>2</sub> (5,4)=16	3	
(法二) 列差 (表 $-3$ ) 大子( $-3$ ) 大子	(法二) 列差 3表 数列 $h_n = n^5 (n = 0,1,2,)$ 的差 3表 $1 31 211 781 2101 $ $S_2(5,3)=25$ , $S_2(5,4)=6$	:	
(法二) 列羌 (h=0,1,2,) 的羌 (h=0,1,2,) 的羌 (h=0,1,2,) 的羌 (h=0,1,2,) 的羌 (h=0,1,2,) 的羌 (h=0,1,2,) (h=0,	(法二)列羌(3表 数例 $h_n = n^5 (n = 0,1),2,$ ) 的羌(3表 0 = 1 + 32 + 243 = 1024 + 3125 = 32 = 15 1 = 31 + 211 = 781 + 2101 = 32 = 32 = 15 1 = 31 + 211 = 781 + 2101 = 32 = 32 = 32 = 15	. 1	
数例 $h_n = n^5 (n = 0, 1, 2,)$ 的差的表 $S_2(p,k) = \frac{a^2 h_0}{k!} (k = 0, 1, 2,)$ $0 = 1 + 32 + 243 + 1024 + 3125 + 3$	数别 $h_n = n^5 (n = 0,1,2,)$ 的差的表 $S_2(p,k) = \frac{A^6 h_0}{k!} (k = 0,1,2,)$ $D = 1 32 243 [024 3125 S_2(5,1) = 1, S_2(5,2) = 15$ $I 31 211 781 2101 S_2(5,3) = 25, S_2(5,4) = 16$		
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	0 1 32 243 1024 3125 S2(5,1)=1, S2(5,2)=15 1 31 211 781 2101 S2(5,3)=25, S2(5,4)=10		n=n <sup>5</sup> (n=0,1,2,)的差的表 S2(P,k)=本ho(k=0>1,2,)
1 31 211 781 2101 S2(5.3)=25, S2(5.4)=10 30 180 570 1320 S2(5.3)=1	1 31 211 781 2101 S2 (5.3)=25, S2 (5,4)=10		
30 180 570 1320 Sx(5,5) =1			
150 39° BO + 5 Oct in 16 50	52 (3.9)		30 180 570 1320 S2(5,3) =1
240 360	150 390 Bo = 50 50 50 50 15+15+25+10+1		150 390 BO to 50 (5) 4 154 50

く法三>直接用显式公式(教麻烦)

对于 P个元素集合A的 k划分,其不同方案数为  $S_{2}(p,k)= \stackrel{L}{\vdash}\stackrel{K}{:}\stackrel{K}{:} \leftarrow C_{k}^{E} \stackrel{P}{:}$  故  $S_{2}(P,1)=1$  .  $S_{2}(P,2)=15$  ,  $S_{3}(P,3)=25$  .  $S_{4}(P,4)=10$  ,  $S_{2}(P,5)=1$ 

· 5 S(5,k) = |+15+25+10+|=52

、第6A上有52个等价系。

人法四>直接划分列等

逐 … 1

4 + 1 - C4 = 54

37 + 29 ··· C3 C3 = 107

劲+10+10-10行

 $(27) + (37) + (37) - \frac{C_5^2 C_5^3 C_1}{A_2^2} = 15^4$ 

(h)+10+10+10-15=10/

(D+ (D+ (D+ (D+ (D-1))))

故 1+5+10+10+15+10+1=52个 - 集写A上有52个等价系系

各肥里等大学
△ 从成 13+23+33+ ···+ n3 分份, 介绍西种物到成和的方法,
X+ 解: 方法一: 美分表水和 = 84+1811+2944+31400
元 hn= n³(nzo) Aho开始!!! 到美分麦、如下:
十
1 7 19 37 6 12 18
6 12 18
1/2 1/2 1/3 = 0 City + 1 City + 6 City + 6 City
$= \frac{n(n+1)}{2} + 6 \frac{n(n+1)(n-1)}{6} + 6 \frac{n(n+1)(n-1)(n-1)}{24}$
$= \frac{n(n+1)}{4} \left[ 2 + 4(n-1) + (n-1)(n-2) \right]$
$=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$
(HARFALA TOOLING THE PRESENCE OF THE PROPERTY
The state of the s
方方左二 连月水解
18 Peir 5 50=0 \$17, 51=1 Sz=9, 53=36, 54=100
11 X (-112) + (-112)
① 龙 Sh= Sh-1 通角. 此特征方程为 X-1=0 坟特征根 X=1
可知通角为 $Sn = C$ (c) 娘常数)  ② $F(n) = n^3 \times 1^n$ ( $S=1$ , 是1金根, $m=1$ )
$E = F(n) = N^3 \times I'' $ (S=1, E 12 AK, M=1)
数特触形式可表示为 Sn=n'(P3n3+P2n2+P1n+Po).1"
C女中 P3、P2、P1、Po 为特定3数、
见反图 = (thing) (atting)
Scrath - 2 2 Attack

```
代入和始条件 50=D S1=1 S2=9 S3=36 S4=100
                   P3+P2+P1+P0=1
16P3+8P2+4P1+2P0=9
                     256 Pz + 64Pz + 16P1 + 4P0 = 100
              例如 P3=女 P2=立 P1=女 Po=0
               で変化 S_n = S_{n+1} + n^3 かーク特削  S_n = \frac{n^{1/2} z n^3 + n^2}{4} = \frac{n^2 (n+1)^2}{(4)^2} 
              慢 Sn= Sny+n36の 通前カ Sn= n2 (n+1)2+C
                行入 So=0 後 C=0 校 選派 南水 Sn= n<sup>2</sup>(n+1)<sup>2</sup>
方法=: 生成函数求和 沒 an=n3(n=0,1,2~)则 bn=ao+an+az+1...+n3
再孩子以= 1+X+X2+X3+···+X"···= 1-x f(x)=1+2X+3X2+···+nX"+m= (1-X)2
 X = X + 2X^2 + 3X^3 + \dots + nX^n + \dots = \frac{X}{(1-X)^2} [X = 1 + Z^2X + Z^2X^2 + \dots + n^2X^n + \dots = \frac{1+X}{(1-X)^3}
 \times [xf(x)]' = x + 2^2x^2 + 3^2x^3 + \dots + n^2x^n + \dots = \frac{x(Hx)}{(1-x)^3}

\{x[xf(x)]'\}' = 1 + 2^3x + 3^3x^2 + \dots + n^2x^{n-1} + \dots = \frac{x^2 + 4x + 1}{(1-x)^4}
 的比可见 an=n³(n=0,1,2~)fo争成函数文 hox)=x(x[xfx,1'3'= x(x+4x+1) (1-x)4
  성 由住理知 bn(h=0,1,2...) かまが必数 H(x)= h(x) = x(x2+(x+1))
 Him = (x3+ 4x2+x)(1+Cfx+C3+x2+-+C3+n-1x1+...)
              = x+ (4+c5)x+ (1+4c5+ c5+)x3+ ...+ (c5+1) +4 (5+1) + (c5+1) x+...
      to bn = Cs+n-2-1 + 4 Cs+n-2-1 + Cs+n-1-1
               = Cn-3 + 4 Cn-2 + Cn-1
               = Cht + 4 Cht 2 + Cht 3
                 \frac{(n+1)\cdot n\cdot (n-1)(n-2)}{4!} + 4\cdot \frac{(n+2)(n+1)\cdot n\cdot (n-1)}{4!} + \frac{(n+3)(n+2)(n+1)\cdot n}{4!}
                  = \frac{n(n+1)}{4!} [(n+1)(n-2)+4(n+1)(n+2)+6n+2)(n+3)]
                 =\frac{n(n+1)}{24}-6n(n+1)=\frac{n^2(n+1)^2}{4}
   場上可物 Sn=13+23+…+ n3= 12(n+1)2
4
```

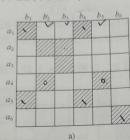
Xn-1

+

## 组合数学

教师负责一门课程,且 $a_1$  不胜任 $b_1$  和 $b_4$ ; $a_2$  不胜任 $b_2$  和 $b_3$ ; $a_3$  不胜任 $b_3$ ; $a_4$  不胜任 $b_2$  和 $b_4$ ; $a_5$  不胜任 $b_4$  和 $b_4$ ; $a_5$  不胜任 $b_5$  和 $b_5$  不胜任 $b_5$  和 $b_5$  不胜任 $b_5$  和  $a_5$  不胜任  $b_1$  和  $b_4$ ;  $a_6$  不胜任  $b_6$ . 问这样的工作分配方法有几种?

解 这是一个有禁区的6元排列问题,其对应的棋盘B如图4.3.3a所示,把棋盘B做价的话光之后。 与列的适当交换,让小阴影方块相对集中,并选定小阴影方块 S,如图 4.3.3b 所示。数图 4.3.3b 所示。数图 4.3.3b 所示。数图 4.3.3b 4.3.3b 所示棋盘的子棋盘  $B_1$ ,与  $B_2$ ,关于  $B_3$ ,再做不相交的子棋盘  $B_1$ , $B_2$ , $B_3$ , $B_4$ ,如图 4.3.4。 所示:关于 $B_*^*$ 做不相交子棋盘 $B_1^*$ 与 $B_2^*$ ,如图 4.3.4b 所示.



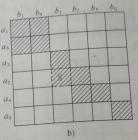
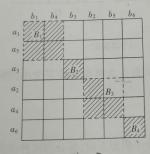
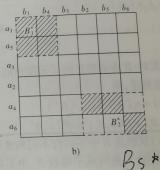


图 4.3.3





135 图 4.3.4 a) 棋盘 B<sub>s</sub> b) 棋盘 B<sub>s</sub>\*

关于B,有

$$(1)r_1(B_1) = 4, r_2(B_1) = 2, r_3(B_1) = r_4(B_1) = 0, \underbrace{R(x, B_1) = 1 + 4x + 2x^2};$$

$$(2)r_1(B_2) = 1, R(x, B_2) = 1 + x;$$

$$(3)r_1(B_3) = 3, r_2(B_3) = 1, r_3(B_3) = 0, R(x, B_3) = 1 + 3x + x^2;$$

$$(4)r_1(B_4) = 1, R(x, B_4) = 1 + x.$$

所以由推论 4.3.1 有

$$R(x,B_s) = R(x,B_1)R(x,B_2)R(x,B_3)R(x,B_4)$$

$$= (1 + 4x + 2x^2)(1 + x)(1 + 3x + x^2)(1 + x)$$

$$= 1 + 9x + 30x^2 + 47x^3 + 37x^4 + 14x^5 + 2x^6$$

关于 
$$B_{*}^{*}$$
 有:
$$(1)r_{1}(B_{1}^{*}) = 4, r_{2}(B_{1}^{*}) = 2, r_{3}(B_{1}^{*}) = r_{4}(B_{1}^{*}) = 0, R(x, B_{1}^{*}) = 1 + 4x + 2x^{2};$$

$$(2)r_{1}(B_{2}^{*}) = 3, r_{2}(B_{2}^{*}) = 2, r_{3}(B_{2}^{*}) = 0, R(x, B_{2}^{*}) = 1 + 3x + 2x^{2}.$$

所以由推论 4.3.1 有

$$R(x, B_s^*) = R(x, B_1^*) R(x, B_2^*)$$

$$= (1 + 4x + 2x^2) (1 + 3x + 2x^2)$$

$$= 1 + 7x + 16x^2 + 14x^3 + 4x^4$$

于是,由定理4.3.3有

$$R(x,B) = R(x,B_s) + xR(x,B_s^*)$$

$$= 1 + 10x + 37x^2 + 63x^3 + 51x^4 + 18x^5 + 2x^6$$

因此,再由定理4.3.1知,满足题意的工作分配方法的数目为

 $6! - 10 \times 5! + 37 \times 4! - 63 \times 3! + 51 \times 2! - 18 \times 1! + 2 \times 0! = 116$