# 数据结构

北京邮电大学 信息安全中心 武斌 杨榆



## 上章内容

## 上一章(栈和队列)内容:

- ●掌握栈和队列这两种抽象数据类型的特点
- ●熟练掌握栈类型的两种实现方法
- ●熟练掌握循环队列和链队列的基本操作实现算法

●理解递归算法执行过程中栈的状态变化过程





## 本次课程学习目标

### 学习完本次课程,您应该能够:

- ●理解"串"类型定义中各基本操作的特点
- ●能正确利用这些特点进行串的其它操作
- ●理解串类型的各种存储表示方法
- ●理解串匹配的各种算法





## 本章课程内容(第四章 串)



- 4.2 串的表示和实现
- 4.3 串的模式匹配算法
- 4.4 串操作应用举例





## 第四章串

- 串即字符串,是计算机非数值处理的主要对象之一。在早期的程序设计语言中,串仅作为输入和输出的常量出现。
- 随着计算机应用的扩展,需要在程序中进行对"串"的操作,从 而使众多编程语言增加了串类型,以便程序员可以在程序中对 "串变量"进行操作。
- 现今使用的计算机的硬件结构主要是面向数值计算的需要,基本 上没有提供对串进行操作的指令。
- 因此需要用软件来实现串数据类型。而且,在不同的应用中,所处理的串具有不同的特点,为有效地实现串的操作,需要根据具体情况使用合适的存储结构。





- 4.2 串的表示和实现
- 4.3 串的模式匹配算法
- 4.4 串操作应用举例





- ●串(String)是零个或多个字符组成的有限序列。一般记作 S="a<sub>1</sub>a<sub>2</sub>a<sub>3</sub>...a<sub>n</sub>",其中S是串名,双引号括起来的字符序列是 串值;a<sub>i</sub>(1≦i≦n)可以是字母、数字或其它字符;串中所包含的 字符个数称为该串的长度。长度为零的串称为空串(Empty String),它不包含任何字符。
- ●例:
- ●S="Hello 2019:)",串长度为: 13,串值为: Hello 2019:)
- ●S="",串长度为: 0, 空串



- ●通常将仅由一个或多个空格组成的串称为空格串(Blank String)。
- **※ 注意:空串和空白串的不同**,例如""和""分别表示长度 为1的空格串和长度为0的空串。



- ●串中任意个连续字符组成的子序列称为该串的子串,包含子串的串相应地称为主串。通常将子串在主串中首次出现时的该子串的首字符对应的主串中的序号,定义为子串在主串中的序号(或位置)。
- ●例如,设A和B分别为 A="This is a string" B="is" 则B是A的子串,A为主串。B在A中出现了两次,其中首次出现 所对应的主串位置是3。因此,称B在A中的序号(或位置)为3。
- ●特别地,空串是任意串的子串,任意串是其自身的子串。
- ●例如: S1= "", S2= "Today is Friday!", S1是S2的子串, S2是S2的子串。



- ●通常在程序中使用的串可分为两种: 串变量和串常量。串常量和整常数、实常数一样,在程序中只能被引用但不能改变其值,即只能读不能写。
- ●串值必须用一对双引号括起来,但双引号本身不属于串,它的 作用只是为了避免与变量或数的常量混淆而已。
- ●通常串常量是由直接量来表示的,例如语句Error("overflow")中 "overflow"是**直接量(字面值**)。但有的语言允许**对串常量命** 名,以使程序易读、易写。如C++中,可定义 const char path[]="dir/bin/appl";

这里path是一个串常量,对它只能读不能写。

●串变量和其它类型的变量一样,其取值是可以改变的。



#### ●串的类型定义如下:

#### ADT String {

数据对象: D={ a<sub>i</sub> | a<sub>i</sub> ∈ CharacterSet , i=1,2,...,n, n≥0 }

数据关系: R1={ < a<sub>i-1</sub> a<sub>i</sub> >| a<sub>i-1</sub> , a<sub>i</sub> ∈D, i=2,...,n }

基本操作:

**StrAssign** (&T, chars)

初始条件: chars 是串常量

数据关系的定义可见,作 为数据结构,串和线性表 的差别仅在于串中的数据 元素限定为"字符"。

回顾线性表的数据对象和

操作结果: 赋于串T的值为 chars。

#### **DestroyString** (&S)

初始条件: 串S存在。

操作结果: 串 S 被销毁。



#### StrCopy (&T, S)

初始条件: 串 S 存在。

操作结果:由串 S 复制得串 T。

#### StrEmpty (S)

初始条件:串S存在。

操作结果: 若 S 为空串,则返回 TRUE,否则返回 FALSE。

#### **StrCompare** (S, T)

初始条件: 串S和T存在。

操作结果: 若S>T,则返回值>0;若S=T,则返回值=0;若S<T,则返回值<0。

#### StrLength (S)

初始条件: 串 S 存在。

操作结果:返回串 S 序列中的字符个数,即串的长度。



#### ClearString (&S)

初始条件: 串 S 存在。

操作结果:将 S 清为空串。

**Concat** (&T, S1, S2)

初始条件: 串 S1 和 S2 存在。

操作结果:用 T 返回由 S1 和 S2 联接而成的新串。

SubString (&Sub, S, pos, len)

初始条件: 串S存在,1≤pos≤StrLength(S)且0≤len≤StrLength(S)-pos+1。

操作结果:用 Sub 返回串S的第 pos 个字符起长度为 len 的子串。

Index (S, T, pos)

初始条件: 串S和T存在, T 是非空串, 1≤pos≤StrLength(S)。

操作结果: 若主串S中存在和串T值相同的子串,则返回它在主串S中第pos个

字符之后第一次出现的位置; 否则函数值为0。



Replace (&S, T, V)

初始条件: 串S, T和V存在, T是非空串。

操作结果:用V替换主串S中出现的所有与T相等的不重叠的子串。

StrInsert (&S, pos, T)

初始条件: 串 S 和 T 存在, 1≤pos≤StrLength(S)+1。

操作结果:在串S的第pos个字符之前插入串T。

StrDelete (&S, pos, len)

初始条件: 串 S 存在,1≤pos≤StrLength(S)-len+1。

操作结果:从串S中删除第pos个字符起长度为len的子串。

} ADT String



- ●"串值大小"是按"词典次序"进行比较的,如:
  - → StrCompare("data", "Stru") < 0</p>
  - → StrCompare("cat"," case")>0
- ●显然,只有在两个串的长度相等且每个字符一一对等的情况下 称两个串相等。
- "串联接"操作的结果是生成一个新的串,其值是"将第二的串的第一个字符紧接在第一个串的最后一个字符之后"得到的字符序列。如操作:
  - → Concat(T, "man", "kind") 得到的结果是:
  - → T ="mankind".



- "子串"指串中任意个连续的字符组成的子序列。如操作:
  - → SubString(Sub, "commander", 4, 3) 得到的结果是Sub="man"。
- ●显然必须在满足初始条件中规定的"起始位置"和"长度"之间的约束关系时才能求得一个合法的子串。允许 len 的下限为0 是由于空串也是合法串,但实际上求长度为0的子串是没有意义的。
  - "子串在主串中的位置"指的是子串中的第1个字符在主串中的位序。Index(S, T, pos)操作类似于线性表的Locate操作,在S中查询和T值相同的子串,pos为查询的起始位置。如:
  - → 子串 "man"在主串 "commander"中的位置为4。
  - → Index("This is a pen", "is", pos), 若pos=1,则查询得结果为3; 16 若 pos=4,则得结果为6,若pos=7,则得查询结果为0。学信息安全中心



Replace (&S, T, V)

假设S="abcacabcaca",T="abca"和V="x",则置换之后的S="xcxca"。注意定义中"不重叠"三个字,若上例中的V="ab"时,则置换后的结果应该是:

- →S=" abcabca", 而不是 "abbca"。
- StrInsert (&S, pos, T)

例如: S="chater", T="rac", pos=4,则插入后的结果为:

→S="character"。



- ●思考: 串的基本操作和线性表一样,无非也就是查找、插入和删除等,那么它们能否用线性表的操作来替代呢?
  - → 回答: 串的基本操作和线性表有很大的区别,同样是查找、插入和删除,但对线性表而言操作对象是"单个数据元素",如在线性表中查找某一个特定的数据元素,或者插入/删除一个数据元素。

而对**串**而言,是**以串的整体作为操作对象**,如将两个串联接在一起,在串中查找一个子串,插入/删除一个串等等。由此可以体会到**串类型不能和线性表类型混为一谈**。



- 补充:对于串的基本操作,许多高级语言均提供了相应的运算或标准库函数来实现。下面介绍几种在C语言中常用的串运算。
  - → 定义下列几个变量:

```
char s1[20]="dirtreeformat",s2[20]="file.mem"; char s3[30],*p; int result;
```

➤ 求串长(length)

```
int strlen(char s); //求串的长度
```

例如: printf("%d",strlen(s1)); // 输出13



#### ▶ 串复制(copy)

#### char \*strcpy(char to,char from);

该函数将串from复制到串to中,并且返回一个指向串to的开始处的指针。

例如: strcpy(s3,s1); //s3="dirtreeformat"

#### ➤ 联接(concatenation)

#### char strcat(char to,char from);

该函数将串from复制到串to的末尾,并且返回一个指向串to的开始处的指针。

例如: strcat(s3,"/")

strcat(s3,s2); //s3="dirtreeformat/file.mem"



#### ▶ 串比较(compare)

#### int strcmp(char s1, char s2);

该函数比较串s1和串s2的大小,当返回值小于0,等于0或大于0时分别表示s1<s2, s1=s2或s1>s2

例如: result=strcmp("baker","Baker") // result>0 result=strcmp("12","12"); // result=0 result=strcmp("Joe","Joseph"); // result<0

#### ▶字符定位(index)

#### char \*strchr(char s, char c);

该函数是找c在字符串中第一次出现的位置,若找到则返回该位置,否则返回NULL。

例如: p=strchr(s2,"."); // p 指向 "file"之后的位置 if(p) strcpy(p,".cpp"); // s2="file.cpp"

21



- ●实现Index(S,T,pos)算法的基本思想为:从主串S中取"第i个字符起、长度和串T相等的子串"和串T比较,若相等,则求得函数值为i,否则i值增1直至找到和串T相等的子串或者串S中不存在和T相等的子串为止。
  - → 即求使下列等式
    StrCompare(SubString(S,i,StrLength(T)),T)==0
    成立的 i 值。i 的初值应为 pos,在找不到的情况下,i 的
    终值应该是 n-m+1,其中,n 为S串的长度,m 为T串的长度。
  - → 演示4-1-1.swf

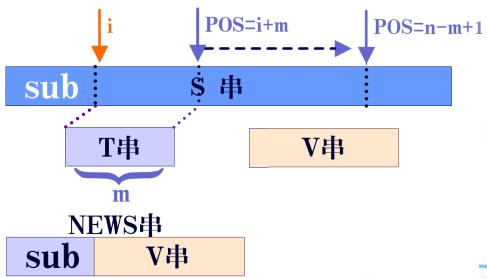
# 質法

## 串的基本操作

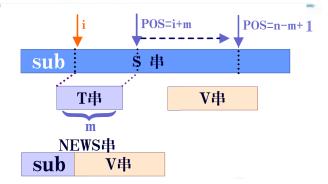
● 算法4.1

```
int Index (String S, String T, int pos)
{
   // T为非空串。若主串S中第 pos 个字符之后存在与T相等的子串,
   // 则返回第一个这样的子串在S中的位置,否则返回0。
   if (pos > 0) {
      n = StrLength(S); m = StrLength(T); // 求得串长
      i = pos;
      while (i \le n-m+1) {
          SubString (sub, S, i, m); // 取得从第 i 个字符起长度为 m 的子串
          if (StrCompare(sub,T) != 0) ++i ;
          else return i; // 找到和 T 相等的子串
      } // while
   } // if
                     // S 中不存在满足条件的子串
   return 0;
} // Index
```

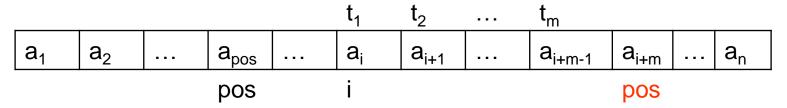
- ●实现"置换"Replace (&S, T, V)操作的基本思想为:由S和V生成一个新的串 news。首先将它初始化为一个空串,然后重复下列两步直至"查找不成功"为止:
- →1) 自起始位置起,在串S中查找和T相同的子串;
- →2) 将S中不被置换的子串(即从 pos 起到和T相同子串在S中的位置之前的字符序列)和V相继连接到news 串上。
- →演示 4-1-2.swf







- •基本操作分析:
- →1) 查找子串时,从位置pos开始,若在串S中查找和T相同的子串,子串起始位置为i:



→则:从位置pos到位置i-1处子串应连接到新串上,

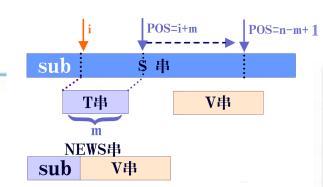
SubString(sub, S, pos, i-pos);

Concat(news, news, sub);

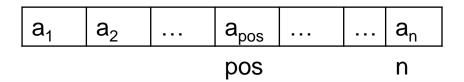
→位置i到i+m-1处子串为代替换串,下次查找的应从位置i+m开始

$$pos = i+m;$$





- ●基本操作分析:
- →2) 查找子串时,从位置pos开始,若在串S中<mark>找不到</mark>和T相同的 子串:



- →则:从位置pos到位置n处子串应连接到新串上, SubString(sub, S, pos, n-pos+1);
  - Concat(news, news, sub);
- →3) 查找子串,从位置1开始,至多查找到位置n+1-m

		t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	 _t <sub>m</sub>
a <sub>1</sub>	$a_2$	 a <sub>n+1-m</sub>	a <sub>n-m</sub>	 a <sub>n</sub>

POS=i+m

V串

串

sub

T串

NEWS串

POS=n-m+1

## ●算法4.2 // 以串V替代串S中出现的所有和串T相同的子串

```
void replace(String& S, String T, String V)
```

```
sub
                                                  V串
n=StrLength(S); m=StrLength(T); pos = 1;
StrAssign(news, NullStr);
                       // 初始化 news 串为空串
i=1;
while ( pos <= n-m+1 && i )
                                  // 从pos指示位置起查找串T
   i=Index(S, T, pos);
    if (i!=0) {
       SubString(sub, S, pos, i-pos); // 不置换子串
       Concat(news, news, sub);
                                   // 联接S串中不被置换部分
                                   // 联接V串
       Concat(news,news, V);
                                   // pos 移至继续查询的起始位置
       pos = i+m;
   } // if
} // while
```

SubString(sub, S, pos, n-pos+1); //剩余串

Concat(S, news, sub); // 联接剩余子串并将新的串赋给S 27





- 4.2 串的表示和实现
- 4.3 串的模式匹配算法
- 4.4 串操作应用举例





- ●因为**串是特殊的线性表**,故其存储结构与线性表的存储结构类 似,只不过组成串的结点是单个字符。
- ●串有三种机内表示方法:
  - → 一、串的定长顺序存储表示

定长顺序存储表示,也称为**静态存储分配的顺序表**。它是用一组连续的存储单元来存放串中的字符序列。所谓定长顺序存储结构,是**直接使用定长的字符数组来定义,数组的上界预先给出**:

#define maxstrlen 255

typedef char sstring[maxstrlen+1];

sstring s; //s是一个可容纳255个字符的顺序串,0号单元

放串的长度。



●一般可使用一个不会出现在串中的特殊字符在串值的尾部来表示串的结束。例如,C语言中以字符'\0'表示串值的终结,这就是为什么在上述定义中,串空间最大值maxstrlen+1为256,但最多只能存放255个字符的原因,因为必须留一个字节来存放'\0'字符。

- ●例如:
- ●字符串"Friday"的存储如下:

0	1	2	3	4	5	6	 255
'F'	ʻr'	ʻi'	ʻd'	ʻa'	'y'	0	 



- ●若不设终结符,可用一个整数来表示串的长度。如PASCAL语言,以下标为0的数组分量存储串的实际长度。
- ●例如:字符串"Friday"的存储如下:

0	1	2	3	4	5	6	 255
6	'F'	ʻr'	ʻi'	'ď	ʻa'	'y'	 

●在这种表示方法下,实现串操作的基本操作是"字符序列的复制"。 如下列**算法4.3**和**算法4.4**分别为**串的联接和求子串**。



● 算法 4.3 // 以T返回由S1和S2联接而成的新串

```
Status Concat(SString &T,SString S1,SString S2)
   if(S1[0]+S2[0]<=MAXSTRLEN){ //未截断
      T[1..S1[0]] = S1[1..S1[0]];
      T[S1[0]+1..S1[0]+S2[0]] = S2[1..S2[0]];
      T[0] = S1[0] + S2[0]; uncut = TRUE;
    else if {S1[0]<MAXSTRLEN) //截断
      T[1..S1[0]] = S1[1..S1[0]];
      T[S1[0]+1..MAXSTRLEN] = S2[1..MAXSTRLEN-S1[0]];
      T[0] = MAXSTRLEN; uncut = FALSE;}
    else{
      T[0.. MAXSTRLEN] = S1[0.. MAXSTRLEN];
      uncut = FALSE; }
    Return uncut;
} // Concat_Sq
```



\*注意:这种表示方法中,存储串值的数组空间都是**静态分配**的,此算法中串T的存储空间必须在调用此函数的程序中予以分配,即在该程序中**必须为T分配足够的空间**,否则将会出现操作不成功。



#### ●算法 4.4

Status SubString (SString &Sub, SString S, int pos, int len)

```
#若参数合法(即1≤pos≤StrLength(S) 且
   // 0≤len≤StrLength(S)-pos+1),则以Sub带回串S中第pos个
   // 字符起长度为len的子串,并返回TRUE,否则返回FALSE
   if (pos < 1 || pos > S[0] || len < 0 || len > S[0] -pos+1)
       return FALSE;
   Sub[1..len] = S[pos..pos+len-1];
   Sub[0] = len;
   return TRUE;
} // SubString
```



- ●从上面这两个例子可见,用字符数组表示字符串时,串的操作 容易进行,实现串操作的**原操作为"字符序列的复制"**,操作 的**时间复杂度**基于复制的字符序列的长度。
- ●但由于在此用的是**C**语言中的静态数组,串值的存储空间必须 进行预分配,致使它的应用受到一定限制。
- ●如果在操作中出现串值序列的长度超过预分配的上界 MAXSTRLEN时,约定用截尾法处理。
- ●克服此弊病的方法:不限定串长的最大长度,动态分配串值的存储空间。

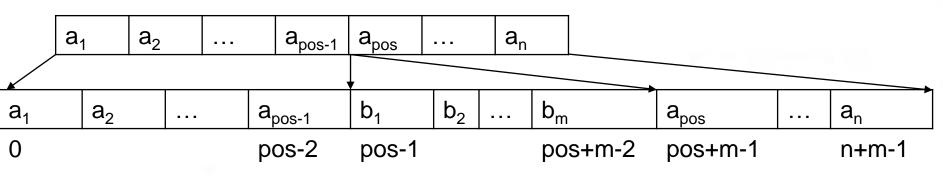


#### → 二、串的堆分配存储表示

```
typedef struct {
    char *ch;
    int length;
} HString;
```



- ●由于串仍然是以数组存储的字符序列表示,因此串的操作仍基于"字符序列的复制"实现。在此仅举"插入"操作一例,其算法如算法4.5所示。
  - → 分析: 插入操作的基本思想是构造一个新的串。因此首先 要为被插入串S重新分配存储空间,然后将S串中插入位置 之前的子串、T串以及S串中插入位置之后的子串依次复制 到这个新分配的存储空间中去。





**Status** StrInsert (Hstring& S, **int** pos, Hstring T) // 若1≤pos≤StrLength(S)+1,则改变串S,在串S的第pos个 // 字符之前插入串T,并返回TRUE,否则串S不变,并返回FALSE if (pos < 1 || pos > S.length+1) return FALSE; // 插入位置不合法 if(!(s.ch = (char\*)realloc(S.ch,(S.length+T.length)\*sizeof(char)))) exit(OVERFLOW); for(i=S.length-1;i>=pos-1;--i) S.ch[i+T.length] = S.ch[i]; S.ch[pos-1..pos+T.length-2] = T.ch[0..T.length-1];S.Length += T.length;  $a_2$  $a_{pos-1}$  $a_{pos}$  $a_n$ return OK; b₁  $b_2$  $b_{m}$  $a_1$  $a_n$  $a_2$  $a_{\text{pos-1}}$  $a_{pos}$ pos-1 pos+m-2 pos+m-1 n+m-1 pos-2



#### → 三、串的块链存储表示

- > 采用链表方式存储串值。
- ▶结点大小:每个结点可以存放一个字符,也可以存放多个字符。
- ▶由于在一般情况下,串的操作都是从前往后进行的,因此 串的链表通常不设双链,也不设头结点,但为了便于进行 诸如串的联接等操作,链表中还附设有尾指针,并且由于 串的长度不一定是结点大小的整数倍(链表中最后一个结 点中的字符非都是有效字符),因此还需要一个指示串长 的域。

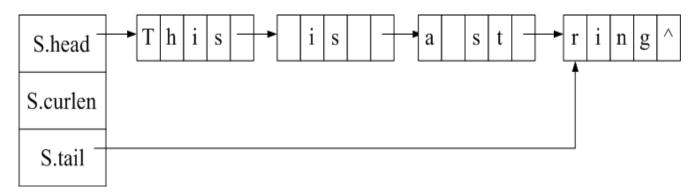


称如此定义的存储结构为串的块链存储结构,其定义如下:

```
typedef struct { // 串的链表结构
Chunk *head, *tail; // 串的头指针和尾指针
int curlen; // 串的当前长度
} LString;
```



→ 由于串的结构的特殊性,即串的数据元素是一个字符,它只有8 位二进制数,因此用链表存储串值时通常采用的办法是在一个结点中存放多个字符(如下图所示),图中的 "结点大小" CHUNKSIZE=4。



→ 在以链表存储串值时,定义串的存储密度为

➤ 假设指针域 next 占16"位(bit)",则上图中串的存储密度为 2/3。



- ■显然,以块链作存储结构时实现串的操作很不方便,如在串中插入一个子串时可能需要分割结点,联接两个串时,若第一个串的最后一个结点没有填满时还需要添加其它字符等等。
- ●但在应用程序中,**可将串的链表存储结构和串的定长结构结合** 使用。例如在正文编辑系统中,整个"正文"可以看成是一个 串,每一行是一个子串,构成一个结点,即:同一行的串用定 长结构(80个字符),而行和行之间用指针相链。





- 4.2 串的表示和实现
- 4.3 串的模式匹配算法
- 4.4 串操作应用举例





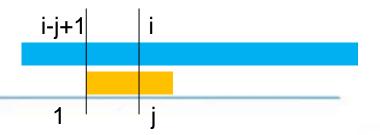
- ●在计算机所处理的各类数据中,有很大一类属于正文数据,也常称为文本型数据,如各种文稿资料、源程序、上网浏览页面的HTML文件等。几乎在所有对正文进行编辑的软件中,都提供有"查找"的功能,即要求在正文串中,查询有没有和一个"给定的串"相同的子串,若存在,则屏幕上的光标移动到这个子串的起始位置。这个操作即为串的定位操作,通常称为正文模式匹配。例如:
  - → 若 S = "concatenation", T = "cat"
  - → 则称主串S中存在和模式串T相同的子串,起始位置为4,即 Index(S,T,1)=4。



#### ●1、串的模式匹配的简单算法

- → 分析: 此算法的思想是直截了当的,正如算法4.1中所描述的那样,将主串S中某个位置i起始的子串和模式串T相比较。若不匹配,在从起始位置的下一位置继续比较。
- → 即从 j=1 起比较 S[i] 与 T[j], 若相等,则在主串 S 中存在以 i 为起始位置匹配成功的可能性,继续往后探索(i, j逐步增1),直至T串中最后一个字符比较相等为止,
- → 否则改从主串的下一个字符起重新开始进行下一轮的"匹配",即将串T向后滑动一位,重新开始新一轮的匹配。
- → 演示4-3-1.swf





●算法4.6

```
int Index (SString S,SString T,int pos)
{ // 若串 S 中从第pos(1≤pos≤StrLength(S))个字符起存在和串 T 相同的子串,
```

// 则称匹配成功,返回第一个这样的子串在串 S 中的位置,否则返回 0

```
i = pos; j = 1;

while ( i<=s[0]&&j<=T[0]) {

    if ( S[i] == T[j] ) { ++i;++j} // 继续比较后一字符

    else { i=i-j+2; j = 1; } // 重新开始新的一轮匹配

}
```

if(j>T[0]) return i-T[0];//匹配成功

else return 0; // 串S中(第pos个字符起)不存在和串T相同的子串

} // Index

●此算法的时间复杂度为 (m×n), 其中 m 和 n 分别为S串和T串的长度。



- ※注意: 匹配成功时,函数返回的值是"子串在主串中的位置",即子串中第1个字符在主串字符序列中的 "位置",而非该字符在存储结构数组中的下标。
- ●一般情况下,算法4.6的实际执行效率与模式T子串在主串S中 是否频繁出现密切相关。对于一般文稿中串的匹配,算法4.6的 时间复杂度可降为 *O*(m+n),因此在多数的实际应用场合下被应 用。



- ●下例典型匹配情况中,算法时间复杂度不同:
- ●例1: 主串: "00000000000000001", 长度为16, 子串"0001", 长度为4。在主串中,在位置1到12, 子串匹配均失败, 共失败12轮, 比较次数总计48次。在主串位置13匹配成功, 比较4次, 次数总计(n-m+1)×m此时, 算法时间复杂度为*O*(m×n)。
- ●例2: 主串: "abcdefghi",长度为9,子串"ac",长度为2。第1轮,比较2次。第2轮到第8轮,每轮均比较1次。总比较次数为(n-2)+m。算法时间复杂度降为 O(m+n)。
- •实际应用场景中,模式的子串在主串内出现零或少数几次(例1中,模式的子串"00"多次出现在主串中;例2,模式的子串"hi"在主串内仅出现1次。)的情况较常见,算法间复杂度降为 (m+n),因此该算法仍然被应用。

北京邮电大学信息安全中心

●分析简单匹配算法的不足——根据简单模式匹配算法

T = "abcac" 和主串S = "abab cabc abca cabc a" 匹配情况

✓第三轮,从i=3,j=1开始依次比较。当i=7,j=5时,S[i]!=T[j],下一轮比较,模式串回溯起始位置T[1],主串回溯到本轮起始位置的下一个位置S[4] (即i-j+2)比较。实际上,根据本轮比较可知,S[4]=T[2];由模式自身特点可知T[1]!=T[2],所以必然有S[4]≠T[2],第四轮比较(从S[4]和T[1]开始比较)完全可以省略。

i=7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
а	b	а	b	С	а	b	С	а	b	С	а	O	а	b	O	а

а	b	С	а	С
1	2	3	4	5
•	-			$\overline{}$

j=5

类似的, S[5]==T[3], T[1]≠T[3], 所以第五轮 (从S[5]和T[1]开始比较)可以省略;

S[6]==T[4],又由模式自身特点可知,

T[1]==T[4],所以必有S[6]=T[1]。因此,第三轮后直接从i=7,j=2开始比较即可。

北尔即电大字信息安全中心

# 析简单匹配算法的不足

#### 串的模式匹配算法

●根据简单模式匹配算法

T = "abcac" 和主串S = "abab cabc abca cabc a" 匹配情况

✓可见, 主串比较位置i无需回溯。若模式"首尾"没有相等的子串,则直接从模式位置j=1处比较;若有,则直接从模式位置j=k+1(k为模式内部子串长度)处比较即可。

比较	則可	0				ı										
		r -		<b>-</b> -	<b>-/i</b> \	$\int i=\overline{i}$	7									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
а	b	a	b	С	a	b	С	а	b	С	а	С	а	b	С	а
		a	) b	С	(a	) c										
		1	2	3	4	5										
						i=5	-									



- ●总结,简单算法之所以时间复杂度会在最坏情况下达到 *O*(m×n) 是因为,当进行"两个子串的比较"过程中,不管是 T 串的第几个字符发生"不等"的情况,指针 i 都必须 "回溯" 到S串中原来开始进行比较的字符的下一个位置。
- ●改进思路,当发生两个串中字符比较不等时,指针 i 不需要回溯,而只要将 T 串向右滑动到一定位置继续进行字符间的比较。



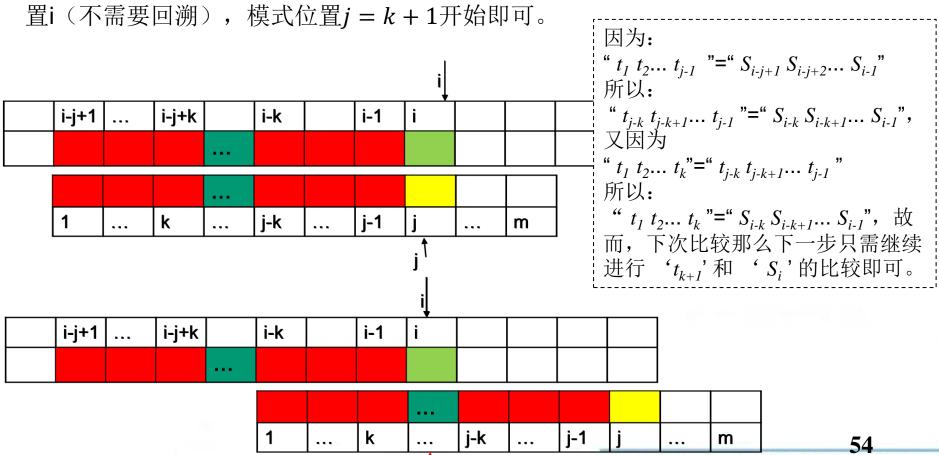
- ●模式匹配的改进算法,它是由三位计算机学者 D.E.Knuth 与 V.R.Pratt 和 J.H.Morris 同时发现的,因此人们通常简称它为 KMP 算法。可以证明它的时间复杂度为 ②(m+n),直观地看,是因为在匹配过程中指针 i 没有回溯。
- ●KMP算法的核心思想是利用已经得到的部分匹配信息来进行后 面的匹配过程。



- ●一般情况下,当 $s_i$ != $t_j$ 时,若模式T此位置(j)前包含长度为k'的"首尾"相等的子串,即对于串" $t_1$   $t_2$ ...  $t_{j-1}$  "而言,存在k'( $1 \le k' \le j-2$ )使得" $t_1$   $t_2$ ...  $t_{k'}$ "=" $t_{j-k'}$   $t_{j-k'+1}$ ...  $t_{j-1}$ "成立。设满足上述条件的最大子串长度为k(即 $k = \max(k')$ ),那么下次比较从主串位置i(不需要回溯),模式位置j = k+1开始即可。
- ●因为:
- 由本轮比较情况可知, "  $t_1$   $t_2$ …  $t_{j-1}$  "="  $S_{i-j+1}$   $S_{i-j+2}$ …  $S_{i-1}$ ",所以, "  $t_{j-k}$   $t_{j-k+1}$ …  $t_{j-1}$ "="  $S_{i-k}$   $S_{i-k+1}$ …  $S_{i-1}$ ",
- •又因为: " $t_1 t_2 \dots t_{k'}$ "=" $t_{j-k'} t_{j-k'+1} \dots t_{j-1}$ ",所以: " $t_1 t_2 \dots t_k$ "=" $S_{i-k} S_{i-k+1} \dots S_{i-1}$ ",故而,下次比较那么下一步只需要继续进行 " $t_{k+1}$ "和 " $S_i$ "的比较即可。



●一般情况下,当 $s_i!=t_j$ 时,若模式T此位置(j)前包含长度为k'的"首尾"相等的子串,即对于串" $t_1$   $t_2$ …  $t_{j-1}$  "而言,存在k'(1 ≤ k' ≤ j − 2)使得"  $t_1$   $t_2$ …  $t_{k'}$  "="  $t_{j-k'}$   $t_{j-k'+1}$ …  $t_{j-1}$  "成立。设满足上述条件的最大子串长度为k(即k =  $\max(k')$ ),那么下次比较从主串位



j=k+1

北京邮电大学信息安全中心



- ●反过来,当 $s_i!=t_j$ 时,若模式T此位置(j)前没有"首尾"相等的子串,即对于串" $t_1$   $t_2$ …  $t_{j-1}$  "而言,找不到k'(1 ≤ k' ≤ j − 2)使得" $t_1$   $t_2$ …  $t_{k'}$  "=" $t_{j-k'}$   $t_{j-k'}$   $t_{j-k'+1}$ …  $t_{j-1}$  "成立。那么下次比较从主串位置i(不需要回溯),模式位置j = 1开始即可。
- ●因为:
- 由本轮比较情况可知, "  $t_1$   $t_2$ …  $t_{j-1}$  "="  $S_{i-j+1}$   $S_{i-j+2}$ …  $S_{i-1}$ ",而模式**T**没有符合条件的子串,这意味着,模式滑动任意位置,模式串从**j=k**(**k=2**…**j-1**)开始,主串从**i**开始比较,都会失败。



- ●一般情况下,当 $s_i$ != $t_j$ 时,**若模式T此位置前没有"首尾"相等的子串**,即对于串" $t_1$   $t_2$ ...  $t_{j-1}$  "而言,找不到k'(1 ≤ k' ≤ j − 2)使得" $t_1$   $t_2$ ...  $t_{k'}$  "=" $t_{j-k'}$   $t_{j-k'}$   $t_{j-k'+1}$ ...  $t_{j-1}$  "成立,那么:若j=1,下一次比较直接从主串位置i+1,模式位置j=1处开始;否则,从主串位置i,模式串位置i=1处开始比较。
- ●若存在,由模式特点和匹配过程可知 " $t_1$  $t_2$ …  $t_k$ "=" $S_{i-k}$  $S_{i-k+1}$ …  $S_{i-1}$ ",下次比较从 " $t_{k+1}$ "和 " $S_i$ "开始即可。
- •可见,分析模式T特点,记录下次比较位置,可以提高比较效率。称模式T中字符 ' $t_j$ '失匹配时,下次比较位置为 next 函数,则函数定义为:

$$\bullet next[j] = \begin{cases} 0, & j = 1 \\ Max\{k \middle| 1 < k < j \text{且} "t_1...t_{k-1}" = "t_{j-k+1}...t_{j-1}" \}, & \text{ 当集合不为空} \\ 1, & \text{其他情况} \end{cases}$$

● next 函数值的含义是: 当出现 $S_i \neq t_j$ 时,下一次的比较应该在  $S_i$  和  $t_{next[j]}$  之间进行。

56



а	b	С	а	С
1	2	3	4	5
0	1	1	1	2

#### ●KMP算法

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
а	b	а	b	С	а	b	С	а	b	С	а	С	а	b	С	а

a b c a c

a b c a c

a b c a c

a b c a c

- 1. 第一轮: S[3]≠T[3], next[3]=1, 下一轮从i=3,j=1开始
- 2. 第二轮: S[7]≠T[5], next[5]=2, 下一轮从i=7,j=2开始
- 3. 第三轮: S[10]≠T[5], next[5]=2, 下一轮从i=10,j=2开始
- 4. 第四轮: 比较成功



а	b	а	b	С
1	2	3	4	5
0	1	1	2	3

#### ●KMP算法

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
а	b	а	b	b	а	b	С	а	р	С	а	b	а	р	С	а

a b a b c

a b a b c

a b a b c

a b a b c

a b a b c

- 1. 第一轮: S[5]≠T[5], next[5]=3, 下一轮从i=5,j=3开始
- 2. 第二轮: S[5]≠T[3], next[3]=1, 下一轮从i=5,j=1开始
- 3. 第三轮: S[5]≠T[1], next[1]=0, 下一轮从i=6,j=1开始
- 4. 第四轮: S[8]≠T[3], next[3]=1, 下一轮从i=8,j=1开始
- 5. ...



● 算法 4.8

```
int Index_KMP(SString S, SString T, int pos)
{
   // 利用模式串T的next函数求T在主串S中第pos个字符之后第一次
                                                                      i = 47
   // 出现的位置的KMP算法。其中1≤pos≤StrLength(S)
   i = pos; i = 1;
                                           42
                                                                         48
                                                43
                                                     44
                                                          45
                                                               46
                                                                    47
                                                                              49
                                                                                   50
   while ( i \le S[0] \&\& j \le T[0] ) {
                                                     b
                                                               b
                                                                         b
                                                a
                                                          a
                                                                    a
                                                                              C
        if (j = 0 | S[i] = T[j])
        { ++i; ++i; } // 继续比较后继字符
                                                     b
                                                               b
                                                a
                                                          a
                                                                    C
        else j = next[j]; // 模式串向右移动
                                                                    3
   }//while
                                                                     j=5
   if ( j>T[0] ) return (i-T[0]); // 匹配成功
                                                               b
                                                                         b
                                                                              C
                                                          a
                                                                    a
        else return 0;
} // Index_KMP
                                                                     j=3
```

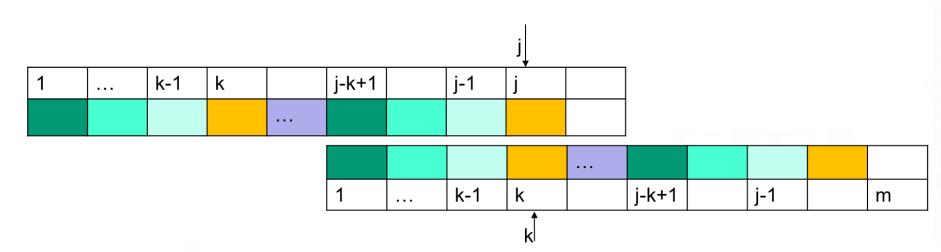
北京邮电大学信息安全中心



- ●仔细比较算法4.8和4.7,你一定会发现这两个算法只有两个地方不同,
- ●一是当 S[i] ≠T[j] 时,在算法4.7中指针 i 回溯到 i-j+2 的位置,指针 j 重又指向第 1 个字符;而在算法4.8中,指针i不变,而指针 j=next[j];
- ●二是 if 语句的条件中多了一种情况(j == 0), 那么这是一种什么情况呢?
  - → 从 next 函数值的定义看, next[1] = 0, 因此while 循环中出现 j = 0的情况, 这意味着 S[i] ≠ T[1] , 即T串中的第一个字符和S串中某个字符比较不等,显然,此时,仅改变模式串T的比较位置已不可能从位置i处找到匹配串,所以需要从S[i+1]和T[1]开始比较。



- ●下一个问题是如何求模式串的 next 函数值?
  - → 求 next 函数的过程是一个递推的过程:
    - ▶ 1.首先由定义得 next[1]=0, next[2]=1;
    - ▶ 2.若 next[j]=k,即 "T[1]...T[k-1]" = "T[j-k]...T[j-1]" ,那么:
    - ➤ 若 T[j] = T[k], 则显然有 next[j+1]=k+1;





- ●下一个问题是如何求模式串的 next 函数值?
  - → 求 next 函数的过程是一个递推的过程:
    - ▶ 2.若 next[j]=k,即 "T[1]...T[k-1]" = "T[j-k+1]...T[j-1]" ,那么:
    - ▶若 T[j]!=T[k],则视为是一次模式T和自身匹配(主串位置j,子串位置k)时,在位置k处失匹配的比较,则应该找k之前最大子串的下一字符,与T[j]相比较。即令 k=next[k],直至 T[j] ==T[k]

		以广	iexi[K]	==U/3	Ш.∘		j	
1	 k-1	k		j-k+1		j-1	j	
			:					

1	 k-1	k	j-k+1	j-1	m
		<b>A</b>			

k



●例如,下列所示为模式串的 next 函数值的两个例子。

j	1	2	3	4	5
模式串	а	b	С	а	С
next[j]	0	1	1	1	2

己知next[j]=k,则	己知next[j]=k,则next[j+1]=?										
T[k]	T[j]										

- 1. 若T[j]=T[k],那么next[j+1]=k+1
- 若T[j]≠T[k],令k=next[k]
   继续比较,直到T[j]=T[k]或k=0

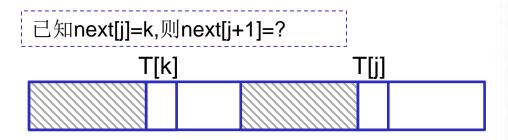
j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
模式串	а	b	а	b	С	а	а	b	O
next[j]	0	1	1	2	3	1	2	2	3

- ●练习,请写出下面模式串的next函数值;
- "abcdddabc", "0112301"



#### •上述练习解答为:

j	1	2	3	4	5	6	7
模式串	0	1	1	2	3	0	1
next[j]	0	1	1	1	1	1	2

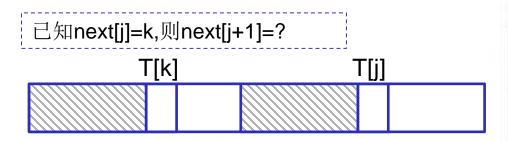


- 2 3 5 6 7 8 9 1 4 模式串 b d d d b a C a C 0 2 3 next[j] 1 1 1
- I.若T[j]=T[k],那么next[j+1]=k+1
- 若T[j]≠T[k],令k=next[k]
   继续比较,直到T[j]=T[k]或k=0



●模式串"1122211"和"aabcaabca"的next函数值为:

j	1	2	3	4	5	6	7
模式串	1	1	2	2	2	1	1
next[j]	0	1	2	1	1	1	2



j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
模式串	а	а	b	С	а	а	b	C	а
next[j]	0	1	2	1	1	2	3	4	5

- 1. 若T[j]=T[k],那么next[j+1]=k+1
- 若T[j]≠T[k],令k=next[k]
   继续比较,直到T[j]=T[k]或k=0



#### ●归纳:

- → 求 next 函数的过程是一个递推的过程:
  - ▶ 1.首先由定义得 next[1]=0, next[2]=1;
  - ▶ 2.若 next[j]=k,即 "T[1]...T[k-1]" = "T[j-k+1]...T[j-1]" ,那么:
  - ➤ 若 T[j] = T[k],则显然有 next[j+1]=k+1;
  - ➤若 T[j] !=T[k],则令 k=next[k],重复,直至 T[j] == T[k]或 next[k]==0 为止。



#### ● 算法4.9

} // get\_next

void get\_next(SString T, int next[])
{

j	1	2	3	4	5
模式串	а	b	С	а	С
next[j]	0	1	1	1	2

#### // 求模式串T的next函数值并存入数组 next。

- 1.初始: next[1]=0;
- 2. j=1, k=0: j=2,k=1,next[2]=1;
- 3. j=2, k=1: 比较T[2]=b, T[1]=a可知 T[2]!=T[1], 可视为主串在位置2处与模式串在位置1处失匹配,下次应在k=next[1]=0处比较。由k==0可知, k和j应自增,所以j=3,k=1,所以next[3]=1;
- 4. j=3, k=1: 比较T[3]=c, T[1]=a可知 T[3]!=T[1], 可视为主串在位置3处与模式串在位置1处失匹配,下次应在k=next[1]=0处比较。由k==0可知, k和j应自增,所以j=4,k=1,所以next[4]=1;
- 5. j=4, k=1: 比较T[4]=a, T[1]=a可知 T[4]==T[1], 所以, k和j 应自增,所以j=5,k=2,所以next[5]=2;



#### 串的模式匹配質法

j	1	2	3	4	5
模式串	а	а	а	а	b
next[j]	0	1	2	3	4

- ●但是还有一种<mark>特殊情况</mark>需要考虑:
  - → 例如: S = 'aaabaaabaaabaaabaaab', T = 'aaaab'
    - ▶ 此时因为T串的next函数值依次为0,1,2,3,4,虽然匹配过程中指针 i 没有回溯,但对 i=4、8、12和16,进行了多次的'b'是否等于'a'的比较操作。其实部份比较是不必要的。以next[4]=3为例,因T[4]==T[3],既然T[4]!=S[4],必然有T[3]!=S[4],无需比较这两者。
    - ▶ 换句话说,赋值next[j]为k前,应该先比较T[j]是否等于 T[k],如果不等,才赋值:next[j]=k; 否则,应视为在"模式串"位置k处失匹配,下次比较位置next[j]=next[k]。 例如上述T串的 next 函数值依次为0,0,0,0,4。由此改写求模式串的 next 函数值的算法如算法4.10。
    - ▶ 算法4.10的执行过程及由此进行的KMP算法匹配的过程见动画演示。
      - 演示一4-3-4-1.swf
      - 演示二4-3-4-2.swf



void get\_nextval(SString T, int next[])

{// 求模式串T的next函数值并存入数组 next

```
j = 1; next[1] = 0; k = 0;
```

**while** ( j<T[0] ) {

if 
$$(k = 0 || T[j] = T[k])$$
 {

++j; ++k;

if (T[j]!=T[k]) next[j]=k;

else next[i] = next[k];

} // if

**else** k = next[k];

} // while

// get\_nextval

Algo4-1.cpp

j	1	2	3	4	5
模式串	а	а	а	а	b
k	0	1	2	3	4
nextval[j]	0	0	0	0	4

1.初始: next[1]=0;

2. j=1, k=0: 由k==0可知, j和k自增, j=2,k=1,因为

T[2]==T[1], 所以next[2]=next[1]=0;

3. j=2, k=1: 比较T[2]=a, T[1]=a可知 T[2]==T[1], k和j应自增

,所以j=3,k=2,但因为T[3]==T[2],所以next[3]=next[2]=0;

4. j=3, k=2: 比较T[3]=a, T[2]=a可知 T[3]==T[2], k和j应自增,所以j=4,k=3,但因为T[4]==T[3], 所以next[4]=next[3]=0;

5. j=4, k=3: 比较T[4]=a, T[3]=a可知 T[4]==T[3], 所以, k和j 应自增, 所以j=5,k=4, 且因为T[5]!=T[4], 所以next[5]=4

- ●练习,请写出下面模式串的next函数值和nextval函数值;
- "aaab", "abcabaa", "abcaabbabcabaacbacba"

j	1	2	3	4
模式串	а	а	а	b
next[j]	0	1	2	3
nextval[j]	0	0	0	3

j	1	2	3	4	5	6	7
模式串	а	b	С	а	Ь	а	а
next[j]	0	1	1	1	2	3	2
nextval[j]	0	1	1	0	1	3	2

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
										0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Т	а	b	С	а	а	b	b	а	b	С	а	b	а	а	С	b	а	С	b	а
next[j]	0	1	1	1	2	2	3	1	2	3	4	5	3	2	2	1	1	2	1	1
nval[j]	0	1	1	0	2	1	3	0	1	1	0	5	3	2	2	1	0	2	1	0





- 4.2 串的表示和实现
- 4.3 串的模式匹配算法
- 4.4 串操作应用举例





- ●文本编辑程序是一个面向用户的系统服务程序,广泛用于源程序的输入和修改,甚至用于报刊和书籍的编辑排版以及办公室的公文书信的起草和润色等。文本编辑的实质是修改字符数据的形式或格式。无论是 Microsoft word 还是 WPS,其工作的基础原理都是正文编辑。虽然各种正文编辑程序的功能强弱不同,但其基本功能大致相同,一般都包括串的查找、插入、删除和修改等基本操作。
- ●为了编辑方便起见,用户可以通过换页符和换行符将文本划分为若干页和若干行(或直接划分为若干行)。在编辑程序中,则可将整个文本看成是一个"正文串","页"是正文串的子串,而行则是页的子串。



●假设有下列一段C的源程序

```
main() {
  float a,b,max;
  scanf("%f,%f",&a,&b);
  if a>b max=a;
  else max=b;
};
```

●我们将此源程序看成是一个正文串,输入内存后如图所示,图中"\" 为换行符。



201

m	a	i	n	(	)	{	1			f	1	О	a	t		a	,	b	,
m	a	X	•	<b>L</b>			S	c	a	n	f	(	"	%	f	,	%	f	66
,	&	a	,	&	b	)	•	<b>V</b>			i	f		a	>	b			m
a	X		a	;	<b>V</b>			e	1	S	e			m	a	X	П	b	;
<b>L</b>	}	•	<b>L</b>																

→ 为了管理文本串中的页和行,在进入文本编辑时,编辑程序先为 文本串建立相应的**页表和行表**,页表的每一项列出页号和该页的 起始行号,行表的每一项则指示每一行的行号、起始地址和该行 子串的长度。假设此例文本串只占一页,起始行号为100,则该文 本串的行表如下页表1所示。



#### 表1

行号	起始地址	长度
100	201	8
101	209	17
102	226	24
103	250	17
104	267	15
105	282	3

• 在文本编辑程序中设立**页指针、行指针和字符指针**,分别指示当前操作的页、行和字符。如果在某行内插入或删除若干字符,则要修改行表中该行的长度,若该行长度因插入而超出了原分配给它的存储空间,则要为该行重新分配存储空间,并修改该行的起始位置。



例如,对上述源程序进行编辑后, 其中的103行修改成

if (a>b) max=a;

105行修改成

}

>修改后的行表如右表所示。

行号	起始地址	长度
100	201	8
101	209	17
102	226	24
103	285	19(17)
104	267	15
105	282	2(3)



- 当插入或删除一行时,必须同时对行表也进行插入和删除,若被删除的"行"是所在页的起始行,则还要修改页表中相应页的起始行号(应修改成下一行的行号)。
- ●为了查找方便,行表是按行号递增的顺序安排的,因此对行表进行插入或删除时需移动操作之后的全部表项。页表的维护与行表类似,在此不再赘述。由于对文本的访问是以页表和行表作为索引的,因此在删除一页或一行时,可以只对页表或行表作相应修改,不必删除所涉及的字符,这可以节省不少时间。



### 本章小结

- ●在这一章向读者介绍了串类型的定义及其实现方法,并重点讨 论了串操作中最常用的"串定位操作(又称模式匹配)"的两 个算法。
- ●串的两个显著特点:
  - → 其一、它的数据元素都是字符,因此它的存储结构和线性表有很大不同,例如多数情况下,实现串类型采用的是"堆分配"的存储结构,而当用链表存储串值时,结点中数据域的类型不是"字符",而是"串",这种块链结构通常只在应用程序中使用;
  - → 其二、串的基本操作通常以"串的整体"作为操作对象,而不像 线性表是以"数据元素"作为操作对象。



### 本章小结

- ●"串匹配"的简单算法(算法4.6)其算法思想直截了当,简单 易懂,适用于在一般的文档编辑中应用,但在某些特殊情况, 例如只有0和1两种字符构成的文本串中应用时效率就很低。
- ●KMP算法是它的一种改进方法,其特点是利用匹配过程中已经得到的主串和模式串对应字符之间"等与不等"的信息以及T串本身具有的特性来决定之后进行的匹配过程,从而减少了简单算法中进行的"本不必要再进行的"字符比较。



#### 本章知识点与重点

#### ●知识点

串的类型定义、串的存储表示、串匹配、KMP算法

#### ●重点和难点

相对于其它各个知识点而言,本章非整个课程的重点,鉴于 串已是多数高级语言中已经实现的数据类型,因此本章重点仅 在于了解串类型定义中各基本操作的定义以及串的实现方法, 并学会利用这些基本操作来实现串的其它操作。

本章的难点是理解实现串匹配的KMP算法的思想,希望有能力的同学能够基本掌握该算法。