

# 第八讲 机器视觉 2

2025/05/17

文件: [机器视觉-2-code.zip](#)、[学森课程-机器视觉-2.pdf](#)

作业:

## 0. 预备知识

### 0.1 坐标系

- **坐标系**, 是理科常用的辅助方法, 常见的有**直线坐标系**, **平面直角坐标系**。为了说明质点的位置、运动的快慢、方向等, 必须选取其坐标系。在参照系中, 为确定空间中一点的位置, 按规定方法选取的**有次序的一组数据**, 这就叫“**坐标**”
- 坐标系的种类很多, 常用的坐标系有: **笛卡尔坐标系**、**平面极坐标系**、**柱面坐标系** (或称**柱坐标系**) 和**球面坐标系** (或称**球坐标系**) 等
- 极坐标系中特殊直线的方程:
  - i. 过原点 (极点) 的直线:  $\theta = \alpha$  (斜率恒定不变)
  - ii. 平行于  $x$  轴的直线:  $\rho \cdot \sin \theta = C$  (到  $x$  轴的距离不变)
  - iii. 平行于  $y$  轴的直线:  $\rho \cdot \cos \theta = C$  (到  $y$  轴的距离不变)
- 极坐标系中一般直线的方程

$$\begin{cases} x_1 = \rho \cos \theta \\ y_1 = \rho \sin \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 \cos \theta = \rho \cos^2 \theta \\ y_1 \sin \theta = \rho \sin^2 \theta \end{cases}$$

$$x_1 \cos \theta + y_1 \sin \theta = \rho$$

## 1. 直线与圆的检测

### 1.1 直线检测

- 将  $A(x_1, y_1)$  和  $B(x_2, y_2)$  代入  $y = kx + q$ , 可得方程组:

$$\begin{cases} q = -x_1 k + y_1 \\ q = -x_2 k + y_2 \end{cases}$$

以  $q$  为横坐标,  $k$  为纵坐标, 上述两式为在  $(q, k)$  平面的两条直线, 称  $(q, k)$  空间为**霍夫空间**

- 霍夫空间下直线的表示: 霍夫空间中两条直线的交点所得的  $k'$  和  $q'$  为原空间中通过  $A$ 、 $B$  两点的直线的斜率和结局
- 霍夫空间下点的表示: 霍夫空间中两条直线对应着原空间中的  $A$  和  $B$  两点
- **特殊情况**: 经过横坐标相等的三点的直线的斜率  $k$  为无穷大, 那么在霍夫空间中相应的交点也在无穷远处, 实际上计算机不能处理无穷大的数
- 为了处理这种情况, 将直角坐标系转化为极坐标系, 然后再进行霍夫变换。在极坐标下, 一条直线由极径  $\rho$  和极角  $\theta$  唯一确定。霍夫空间变为以  $\theta$  为横坐标, 以  $\rho$  为纵坐标。同样用在霍夫空间检测角点的方法来检测直线
- **步骤**:
  - i. 离散化  $\theta$   
例如:  $\theta = -45^\circ, 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$
  - ii. 按点的坐标  $(x, y)$  和每个角度  $\theta$  求  $r$ :

$$r = x \cos \theta + y \sin \theta$$

iii. 统计  $(r, \theta)$  出现的次数

- **总结**: 根据直角坐标系和极坐标系变换域之间的关系, 总结霍夫变换具有如下主要性质:
  - 直角坐标系中的一点对应于极坐标中的一条**正弦曲线**
  - 变换域极坐标系中的一点对应于直角坐标系中的一条**直线**
  - 直角坐标系一条直线上的  $N$  个点对应于极坐标系中共点的  $N$  条**曲线**

## 1.2 圆的检测

- 检测圆的原理与检测直线类似，不同的是只显示在二维空间，因为  $y = kx + q$ ，只有  $k$  和  $q$  两个参数。而圆形的一般性方程表示为  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ ，有三个参数：**圆心坐标**  $(a, b)$  和**半径**  $r$ 。使用  $(a, b, r)$  来确定一个圆心为  $(a, b)$ 、半径为  $r$  的圆。图像平面的一个圆对应着参数空间的一个点，图像平面中的一点  $(x, y)$  通过霍夫变换转换到  $(a, b, r)$  参数空间得到一个三维锥面
- 过图像空间中任意一点的原对应于参数空间中的一个三维锥面。因此，过图像空间上一圆上的一点，对应的参数空间中的三维锥面，在  $r$  高度必然相交于一点  $(a, b, r)$ 。这样通过检测这一点可以得到圆的参数，可求出过多个点的相应的圆。

## 2. 简单手势识别