

# 1.减法 (sub)

改编自 [P11062 【MX-X4-T2】 「Jason-1」 加法](#)

将输入中的  $b$  取反，两题互相转化，后文默认在输入后立刻将  $b$  赋值为  $-b$ 。

首先考虑进行两种操作后  $a, b, |a - b|$  分别会变化成什么。

操作类型	$A$	$B$	$ a - b $
1	$a + b$	$b$	$ a $
2	$a$	$a + b$	$ b $

分两种情况考虑

- 1.  $a, b$  符号相同。此时，执行任意操作， $|a|, |b|$  都不会变小，无法通过执行多次操作得到更小的答案，因此只需要执行不超过一次操作。若执行操作，差的绝对值分别为  $|a|, |b|$ ，若不执行操作，差的绝对值为  $|a - b|$ ，对这三者取最小值即可。
- 2.  $a, b$  符号不同。此时，可以不断将绝对值较小者加到绝对值较大者上，根据经典的辗转相减法，最终一定会有一个数变为 0，此时将这个数加上另一个数，两数相等，答案为 0。

代码如下：

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
#define ll long long

int main(){
    int t;
    cin >> t;
    while(t--){
        int a, b;
        scanf("%d%d", &a, &b);
        b=-b;
        if(1ll*a*b<=0){
            puts("0");
        }else{
            printf("%d\n", min({abs(a), abs(b), abs(a-b)}));
        }
    }
    return 0;
}
```

# 2.染色 (paint)

## Subtask 1, 2

考虑观察一些性质，如果一次操作的操作没有对颜色造成任何影响，则该操作为无效操作。

考虑到每一次有效操作，其颜色的连续段段数至少会减 2，因此我们可以直接搜索所有的状态，转移为所有有效操作

复杂度为  $O(q \times m^n \times \text{poly}(n))$ 。记忆化后复杂度为  $O(q \times n + m^n \times \text{poly}(n))$ ，常数不大。

## Subtask 3

留给一些可能的复杂度更劣做法

## Subtask 4, 5

我们观察一下特殊性质，我们可以发现如果将操作视为反转一个位置的颜色，则：

- 最左边和最右边的格子是无法反转的；
- 相邻两个格子是无法同时反转的。

考虑相邻两个格子如果同时反转，先反转的那一个格子一定会与后反转的格子相同，此时两格子在之后的操作后也一定相同，矛盾。

否则，我们如果需要反转第  $i$  个格子，则直接选择  $[i - 1, i + 1]$  进行操作即可。

因此我们可以直接使用 dp 求解，状态  $f_{i,0/1}$  表示第  $i$  个格子是否反转，时间复杂度为  $O(q \times n)$ ，使用  $2 \times 2$  的  $(\min, +)$  矩阵与线段树可以实现单点修改和区间查询。

## Subtask 6

考虑扩展性质，发现我们可以将每一个 0/1 连续段缩为一个格子，权值求和，这样操作是不影响正确性的，这个时候就可以套用上方特殊性质的解法了。

## Subtask 7, 8

观察出一个更强的性质：

- 当一个节点被染成不同的颜色后，一定存在最优解，该节点所在连通块不会去染其他颜色。

证明可以考虑如果节点被染色后又与另外一个端点进行染色，则我们可以直接一次操作全部染色。

因此我们发现所有染色操作都是不交的区间，考虑设置 dp 状态  $f_{i,0 \sim m}$  代表当前在第  $i$  个格子，并且该格子正在染色为  $0 \sim m$ ，0 代表当前没有操作。

转移的时候，考虑先有  $f_{i,j} + a_{i,j} \rightarrow f_{i+1,j}$ ，特殊的， $f_{i,0} + a_{i,c_i} \rightarrow f_{i+1,0}$ ，然后考虑当前的颜色  $c_i$ ，我们可以选择在这里开始一段区间染色，也可以选择在这里结束一段区间染色，因此我们额外增加两条转移  $f_{i,c_i} + a_{i,c_i} \rightarrow f_{i+1,0}$  和  $f_{i,0} + a_{i,c_i} \rightarrow f_{i+1,0}$ 。最后的答案即为  $f_{n,0} + a_{n,c_n}$ 。

时间复杂度为  $O(q \times n)$ ，使用  $6 \times 6$  的  $(\min, +)$  矩阵与线段树可以实现单点修改和区间查询。

## 3.新月争霸 (xinyue)

注意到攻击的过程可以分为两个阶段：

1. 不断挑战攻击力比自己更高的 Boss

2. 得到攻击力最高的剑，把其他 Boss 全杀了

所以可以给答案加上 2 阶段的答案  $\sum_{i=1}^n \left\lfloor \frac{h_i - 1}{\max_{j=1}^n a_j} \right\rfloor \times a_i$ ，然后减去 1 阶段的。

令  $dp_i$  表示当前最高攻击力为  $i$  时 1 阶段的最小血量耗费，从  $dp_{\max a} = 0$  推到  $dp_{a_0}$ 。

钦定下一次攻击谁，有转移：

$$dp_i \xleftarrow{a_j > i} dp_{a_j} + \left\lfloor \frac{h_j - 1}{i} \right\rfloor \times a_j - \left\lfloor \frac{h_j - 1}{\max a} \right\rfloor \times a_j$$

对  $\left\lfloor \frac{h_j - 1}{i} \right\rfloor$  的值进行钦定，总枚举量是调和级数  $O(n \ln n)$  的（假设  $n$  与  $\max a, \max h$  同阶）。

现在需要进行  $h$  在一个区间内的一次函数求最值。由于从大往小枚举  $i$ ，用线段树维护单调队列即可（或树状数组，因为有单调性）。

复杂度  $O(n \ln n \log n)$ 。

一个小问题：如果在 1 阶段时，对于每种攻击力只保留血量最低的那个，是错误的。

原因： $f(x) = \frac{x}{a} - \frac{x}{b}$  是一个单调函数，但  $f(x) = \left\lfloor \frac{x}{a} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{x}{b} \right\rfloor$  不是单调函数。

## 4.最小值 (min)

分治，令当前分治区间是  $[l, r]$ ， $mid = \lfloor (l + r)/2 \rfloor$ 。考虑跨越两侧区间对答案的贡献。

令：

- $C_i = \min\{A_i, \dots, A_{mid}\}$
- $D_i = \min\{B_i, \dots, B_{mid}\}$
- $E_i = \min\{A_{mid+1}, \dots, A_i\}$
- $F_i = \min\{B_{mid+1}, \dots, B_i\}$

则  $w(l, r) = |\min\{C_l, E_r\} - \min\{D_l, F_r\}|$ 。

因为  $C, D$  是递增的， $E, F$  是递减的，所以固定  $k = r - l + 1$  后，在一段前缀中， $\min\{C_l, E_r\} = C_l$ ，一段后缀中， $\min\{C_l, E_r\} = E_r$ 。

同理，在一段前缀中， $\min\{D_l, F_r\} = D_l$ ，一段后缀中， $\min\{D_l, F_r\} = F_r$ 。

分四种情况讨论：

- $w(l, r) = |C_l - D_l|$ ，直接求区间  $\min$  就行。
- $w(l, r) = |E_r - F_r|$ ，还是直接求区间  $\min$  就行。
- $w(l, r) = |C_l - F_r|$ ， $C$  是递增的  $F$  是递减的，你只需要二分出交点就行。
- $w(l, r) = |E_r - D_l|$ ， $E$  是递减的  $D$  是递增的，还是只需要二分出交点就行。

复杂度  $O(n \log^2 n)$

