

國 立 清 華 大 學

碩士論文

單光子展頻

Spread Single Photon Spectrum

系 所：物理研究所

學 號：105022555

研 究 生：陳奕丞 (Chen, Yi-Cheng)

指導教授：褚志崧 博士 (Prof. Chuu, Chih-Sung)

中 華 民 國 一〇八 年 七 月

# Todo list

■ 這樣寫有問題，重新想要如何以數學表達互補的訊號 . . . . .	6
■ 補上型號與重要參數和示意圖 . . . . .	10
■ 補上型號，確定共振腔的物質，與偏振的關係 . . . . .	10
■ G2 簡介與放上 G2 圖 . . . . .	10

# 單光子展頻

## 摘要

我們運用對單光子波包的操控，讓單光子免於被躍遷頻率同其頻率的原子吸收或「偵測」，達到隱形斗篷的效果。

**關鍵字：**關鍵字, 論文, 樣板, 讓我畢業

# Spread Single Photon Spectrum

## Abstract

Write your English abstract here.

**Keywords:** Keyword, Thesis, Template, Graduate me

# 誌謝

謝謝天謝謝地

# 目錄

	頁次
摘要	iii
Abstract	iv
誌謝	v
目錄	vi
一、 實驗背景與動機	1
1.1 古典通訊展頻 .....	1
1.2 量子通訊展頻 .....	1
二、 基本原理介紹	2
2.1 展頻技術 .....	2
2.2 相位調製 .....	2
2.2.1 數學形式 .....	2
2.2.2 單頻波 .....	3
三、 理論模擬	5
3.1 展頻及壓縮 .....	5
3.2 銣原子氣體吸收 .....	6
四、 實驗方法與架設	8
4.1 儀器介紹 .....	8
4.1.1 隨機訊號產生器 .....	8

4.1.2	電光調製器 .....	9
4.1.3	高頻電訊號放大器 .....	9
4.1.4	Fabry-Perot 干涉儀 .....	10
4.1.5	Etalon 干涉儀 .....	10
4.2	單光子光源製備 .....	10
4.3	光路架設 .....	11
4.3.1	古典光量測 .....	11
4.3.2	單光子量測 .....	12
<b>五、</b>	<b>實驗結果與討論</b>	<b>13</b>
5.1	相位調製對光強的影響 .....	13
5.2	古典光量測 .....	14
5.2.1	展頻與壓縮 .....	14
5.2.2	銣原子吸收譜 .....	16
5.3	單光子量測 .....	16
5.3.1	展頻與壓縮 .....	16
5.3.2	$^{87}\text{Rb}$ 吸收 .....	17
<b>六、</b>	<b>總結</b>	<b>18</b>

# 圖目錄

	頁次
2.1 窄頻雷射頻譜 . . . . .	4
3.1 展寬後頻譜模擬圖 . . . . .	5
3.2 $\Delta t_p > \Delta t_{RF}$ 時壓縮頻譜 . . . . .	6
3.3 展寬後頻譜模擬圖 . . . . .	7
3.4 展寬後頻譜模擬圖 . . . . .	7
4.1 隨機訊號眼圖 . . . . .	8
4.2 放大後的隨機訊號眼圖 . . . . .	9
4.3 雷射頻譜量測光路圖 . . . . .	11
4.4 原子吸收譜量測光路圖 . . . . .	12
4.5 單光子量測光路圖 . . . . .	12
5.1 EOM 開啟前後之功率變化率 . . . . .	13
5.2 窄頻雷射頻譜 . . . . .	14
5.3 5 Gb/s 訊號之展頻頻譜 . . . . .	15



# 一、實驗背景與動機

## 1.1 古典通訊展頻

展頻技術 (Spread Spectrum Technology) 在古典通訊上已行之有年，

## 1.2 量子通訊展頻

在量子通訊中，若以單光子作為攜帶資訊的媒介，展頻技術也可以降低環境對於單光子的影響，甚至還能將展頻後的單光子藏匿於人工外加的雜訊之中，並在接收端將其還原成原始訊號的模樣。

## 二、 基本原理介紹

### 2.1 展頻技術

展頻技術 (spread spectrum technology) 是一種可將原訊號的頻譜打散分佈到比原始頻寬更寬的技術。在我們的實驗上，是將一窄頻雷射 (narrow-band laser) 與單光子的頻寬從約 10 MHz 展至 10 GHz，其作法為，以 PRBS 產生的高頻隨機訊號，使用光電調製器對入射光進行相位調製，此在時域上的操作，經傅立葉轉換後等效於增加其他不同頻率成分，以達到展寬頻率的效果。

### 2.2 相位調製

#### 2.2.1 數學形式

此小節介紹相位調製的數學形式。設入射光電調製器的雷射波函數為  $E_0(t)$ ，調製函數 (modulation function) 為  $M(t)$ ，經調製後的波函數  $E_m(t)$  可表示成：

$$E_m(t) = E_0(t)e^{iM(t)} \quad (2.1)$$

若對此式做傅立葉轉換，根據 convolution theorem，可得：

$$\mathcal{F}\{E_0(t)e^{iM(t)}\} = \tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{iM(t)}\} \quad (2.2)$$

$\tilde{E}_0(\omega)$  為入射光之頻譜，所以在數學分析上，我們可以把入射光頻譜與相位調製的部分分開處理，都計算好後再做摺積即可得到調製後的頻譜。

### 2.2.2 單頻波

若入射光的頻譜為中心頻率在  $\nu_0$  的勞倫茲分佈 (lorenz distribution)，調製函數為頻率  $\nu_m$  的單頻波，意即輸入的電訊號強度隨時間的函數可表示為  $\phi_0 \sin(2\pi\nu_m\omega t)$ ，則可將 (2.2) 改寫為：

$$\mathcal{F}\{E_0(t)e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m\omega t)}\} = \tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m\omega t)}\} \quad (2.3)$$

其中  $\tilde{E}_0(\omega)$  為勞倫茲分佈，另一項傅立葉轉換的結果為第一類貝索函數 (Bessel function of the first kind)：

$$\mathcal{F}\{e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m\omega t)}\} = J_n(\phi_0) \quad (2.4)$$

或在時域上看，將調製項做傅立葉級數展開：

$$e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m\omega t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\phi_0) e^{i2\pi n\nu_m t} \quad (2.5)$$

可從上式看出，調製項的頻譜是由頻率為  $n\nu_m$  的狄拉克函數 (Dirac function) 組成， $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ，強度分佈為  $J_n(\phi_0)$ 。

以  $\phi_0 = \pi$  為例，從 (2.3) 可知，將入射光與調製項的頻譜做摺積可得調製後的結果，如下圖：

# 待放圖片

圖 2.1: 窄頻雷射頻譜

## 三、理論模擬

### 3.1 展頻及壓縮

從上一章單頻波的例子可看出，相位調製可將原先頻率集中於  $\nu_0$  的光，分散至  $\nu_0 \pm \nu_m, \nu_0 \pm 2\nu_m, \dots$ 。若調製函數改為時間寬度為  $\Delta T$  的隨機方波  $PRBS(t)$ （如圖），則可將將 (2.2) 的右式寫成：

$$\tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{iPRBS(t)}\} \quad (3.1)$$

經計算，展寬後的頻譜如下：

# 待放圖片

圖 3.1: 展寬後頻譜模擬圖

其包絡線接近  $\text{sinc}$  的平方，展開的寬度為  $\pm \frac{1}{\Delta T}$ ，在我們實驗中使用的隨機訊號的產生率為 10 Gb/s，單一比特的時間寬度為 100 ps，相當於能將頻譜從數 MHz 展至 10 GHz 寬。

經展頻後的訊號，可以降低環境的影響，避免光子被特定原子團吸

收，但若想還原光子初始相位的資訊，則需要一個反向的操作，讓光子再經過第二台相位調製器，輸入的電訊號為與  $PRBS(t)$  互補的訊號  $\overline{PRBS}(t)$ ，這兩個訊號要滿足以下關係：

$$PRBS(t) \times \overline{PRBS}(t) = 1 \quad (3.2)$$

這樣寫有問題，重新想要如何以數學表達互補的訊號

若光子在兩台相位調製器行經的時間間距為  $\Delta t_p$ ，兩個電訊號抵達的時間差為  $\Delta t_{RF}$ ，當  $\Delta t_p = \Delta t_{RF}$  時，理論上可將展頻後的訊號壓縮回原本的樣子，但若  $\Delta t_p > \Delta t_{RF}$ ，則無法完全還原頻譜，如下圖：

# 待放圖片

圖 3.2:  $\Delta t_p > \Delta t_{RF}$  時壓縮頻譜

## 3.2 鉀原子氣體吸收

從鉀原子吸收譜可以看出，在其中兩個特定頻率上，各有約 1.5 GHz 的都卜勒吸收區，未經調製前的窄頻雷射進入原子氣體內會幾乎全部被吸收，但若將頻率展至 10 GHz 寬，則其中只有少部分會被吸收，這即是展頻的主要用途，可以降低光子被環境的影響，模擬圖如下：

此時再讓光經過第二台相位調製器壓縮頻譜，結果比較圖如下：

# 待放圖片

圖 3.3: 展寬後頻譜模擬圖

# 待放圖片

圖 3.4: 展寬後頻譜模擬圖

從圖上可以看出，光被部分吸收後，雖然還是能將頻譜還原成窄頻，但整體的功率會下降。

## 四、實驗方法與架設

### 4.1 儀器介紹

#### 4.1.1 隨機訊號產生器

由於實驗上無法產生真正的隨機訊號，只能使用偽隨機訊號產生器 (Pseudo Random Bit Sequence, PRBS)，儀器型號為 Anritsu 的 MP1763C，可以產生 0.5 至 12.5 GHz 的訊號，偽訊號的週期可以調整，為了達到最接近隨機的效果，我們選擇使用最長的隨機序列，一組共有  $2^{31} - 1$  的位元。

我們實驗上實際使用的頻率為 10 GHz 或 10 Gb/s，每秒能產生  $10 \times 10^9$  個隨機位元，以示波器去測量該訊號的眼圖 (eye diagram) 則可以知道訊號的品質，量測結果如下：

# 待放圖片

圖 4.1: 隨機訊號眼圖

可見實際訊號與理論（圖）有蠻大的差異，有著相對大的上升與下



降時間，圖形上下也不太對稱，這都會影響到展頻與壓縮的效果，造成實驗與理論的誤差。

### 4.1.2 電光調製器

電光調製器可使用電訊號對光進行調製，一般而言可以分成三種，分別為振幅、相位與偏振的調製，在我們的實驗中需要調製的是相位。使用的儀器為 EOSPACE 的 SN73717 與 SN73718，分別為頻譜的窄寬與壓縮用。

相位調制器由鋰酸鋳 ( $LiNbO_3$ ) 雙折射晶體製成，因泡克耳斯效應 (Pockels effect)，外加電場能線性的改變快軸上的折射率，進而達到改變相位的效果，且我們稱能將 45 度線偏旋轉至 -45 度的電壓為  $V_\pi$ 。

由上介紹可知，實際使用上需優化進光的偏振以及電訊號的振幅，以達到預期的相位調製效果。

### 4.1.3 高頻電訊號放大器

由於我們使用的隨機訊號產生器僅能輸出 0.2 至  $2 V_{pp}$  的訊號，EOM 的  $V_\pi$  為 2.3 V，需再經過放大器才能提供足夠的電壓去進行相位調製。同樣的，也用示波器去測量眼圖，看放大後的訊號品質，如下圖

# 待放圖片

圖 4.2: 放大後的隨機訊號眼圖

由於兩台使用的 SMA 線的材質與長短不同，會有不一樣的頻率響應與耗損，使兩個訊號無法互補，這會影響頻譜壓縮的品質。

#### 4.1.4 Fabry-Perot 干涉儀

古典光可以用 Fabry-Perot 干涉儀來掃出頻譜，我們使用的儀器為 THORLABS 的，FSR 為 10 GHz。此干涉儀為一個共振腔，由兩面高反射率的鏡子所組成

補上型號與重要參數和示意圖

#### 4.1.5 Etalon 干涉儀

與 Fabry-Perot 干涉儀為相同的原理，只是共振腔使用的鏡子反射率較低，所以線寬較大，約為 60 MHz，若固定腔長  $L$ ，則可做為濾波器使用，僅讓頻率寬度在 60MHz 這區間內的光通過，中心頻率則可以由溫度  $T$  改變腔長  $L(T)$  來調整。

補上型號，確定共振腔的物質，與偏振的關係

### 4.2 單光子光源製備

雙光子的產生機制為 SPDC，使用 PPKTP 晶體產生 Type-II 的時間 - 能量糾纏光子對，使這對光子進入 PBS 分光後即可作單光子的量測。

若調整 pump 光的頻率與 PPKTP 晶體的溫度，可改變單光子的頻率。

G2 簡介與放上 G2 圖

## 4.3 光路架設

### 4.3.1 古典光量測

古典光源為 Toptica 的半導體雷射，可產生波長 705 nm 的窄頻雷射。

#### 4.3.1.1 雷射頻譜量測

測量雷射頻譜的架設如圖，在兩台 EOM 都關閉的狀況，可以用 Fabry-Perot 掃出頻譜。只開啟第一台 EOM 可以看到頻譜被展寬；兩台 EOM 同時開啟時能將頻譜壓窄。

待放圖片

圖 4.3: 雷射頻譜量測光路圖

設光行經兩台 EOM 的時間差為  $\Delta t_p$ ，兩個電訊號抵達 EOM 的時間差為  $\Delta t_{RF}$ ，只有在  $\Delta t_p = \Delta t_{RF}$  時才能對光進行反向的調製，所以要在其中一邊的電路放上電訊號相位延遲器 (型號) 以調整  $\Delta t_{RF}$ 。

#### 4.3.1.2 鉀原子吸收譜量測

若要測量鉀原子的吸收譜，則要把光路加上鉀原子氣體館，如圖：

# 待放圖片

圖 4.4: 原子吸收譜量測光路圖

## 4.3.2 單光子量測

單光子的量測實驗架設如圖：

# 待放圖片

圖 4.5: 單光子量測光路圖

雙光子在產生出來後會先進 PBS 將訊號分為 signal 和 idler，以 idler 做為觸發訊號，可以測到此波包的  $G_2$  圖。由於單光子無法用 Fabry-Perot 掃頻，所以要在光路的最後加上 Etalon，只允許 60MHz 內的光通過，用來確定被壓縮回來的頻寬有在 60 MHz 之內。

## 五、實驗結果與討論

### 5.1 相位調製對光強的影響

我們先以兩種方式去確認相位調製對光強的影響，第一種是用功率計 (power meter)，去分別測量兩台 EOM 都開啟與關閉時的光強，再將兩個數值相除得到變化率；另一種方法是透過 Fabry-Perot 測量頻譜，比較相位調製前後的總面積大小，測量結果如下。

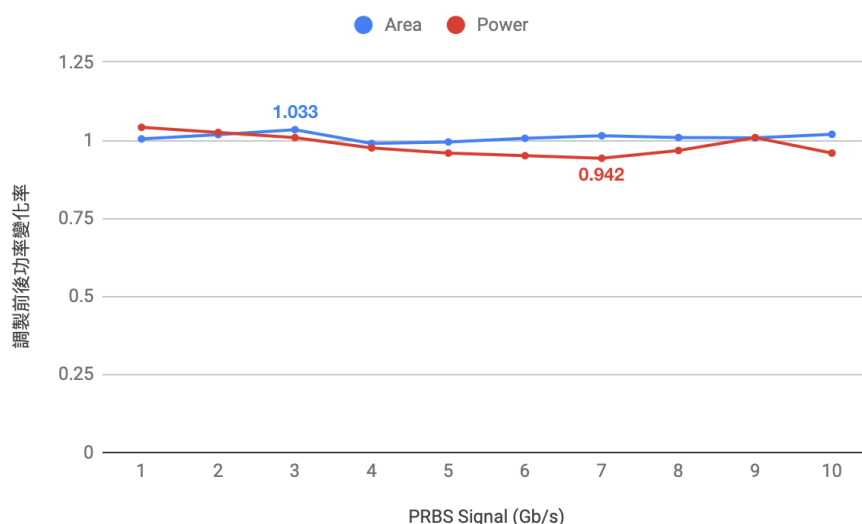


圖 5.1: EOM 開啟前後之功率變化率

從隨機訊號 1 Gb/s 到 10 Gb/s 的調製，看不出有特定的變化趨勢，可見展頻與壓縮只會影響頻率的分佈，不會明顯改變光強度。

## 5.2 古典光量測

### 5.2.1 展頻與壓縮

此實驗部分的實驗使用（光路圖）的架設，若只開啟第一台 EOM，在 10 Gb/s 隨機訊號的調製下可將窄頻雷射光的頻譜展至 10 GHz 寬，但由於我們的使用的 Fabry-Perot FSR 僅 10 GHz，無法涵蓋完整的頻率區間，要想掃出完整展開的頻譜需使用 FSR 20 GHz 以上的才能看到，所以下面會先用 2 Gb/s 的訊號來測試，展頻的結果是否符合理論模擬。

#### 5.2.1.1 入射光之頻譜

在兩台 EOM 都關閉的情況下，可以測到波長 795 nm 窄頻雷射的頻譜，結果如下圖，以此 Fabry-Perot 的解析度掃出的雷射頻寬約為 30 MHz。

待放圖片

圖 5.2: 窄頻雷射頻譜

#### 5.2.1.2 5 Gb/s 隨機訊號之相位調製

先以 5 Gb/s 隨機訊號進行相位調製，只開啟第一台能將頻譜展至  $\pm 5\text{GHz}$ ，如下圖。

# 待放圖片

圖 5.3: 5 Gb/s 訊號之展頻頻譜

頻譜的形狀大致上與理論相符，但在  $\pm 5\text{GHz}$  的位置有一個突起的訊號，這是由於隨機訊號的上升與下降時間不夠快所致，若在數值模擬中把隨機訊號加上約 30 ps 的上升與下降時間（如圖），則會出現類似的結果，如圖：

## 待放圖片      待放圖片

(a) caption\_1

(b) caption\_2

此外，還可看出該頻譜的包絡線有週期振盪的訊號，其原因為我們使用的隨機訊號實際上是個重複出現的週期訊號，每個週期有  $2^{31} - 1$  個位元，若把單位週期的位元數調為  $2^{15} - 1$  做可看到週期更小的震盪週期，如圖：

## 待放圖片      待放圖片

(a) caption\_1

(b) caption\_2

當兩台 EOM 同時開啟時，理論上要能將展寬的頻譜還原成調製前的狀態，但從（圖）的實驗結果可以看出，壓縮回來的頻寬較寬，若只計算中心頻率附近 500 MHz 的頻率區間，與調製前的相比，光強僅約 70%，造成壓縮效果不佳的可能原因為兩個隨機訊號的形狀不同，上下也不夠對稱，導致無法將相位做反向的調製，使訊號完美還原成最初的狀態。

**5.2.1.2.1 10 Gb/s 隨機訊號之相位調製** 從 5 Gb/s 的展頻可看出，展寬的頻率區間如理論計算的結果頻譜還原的訊號，與調製前的頻譜比較如圖，若將雷射調至會被鉀原子吸收的頻率，

## 5.2.2 鉀原子吸收譜

為了確定相位調製對於鉀原子吸收的影響，我們調整入射光的頻率，掃出整個吸收譜，如下圖黑線。接著打開第一台 EOM，將頻寬從 30 MHz 展至 10 GHz，結果如上圖藍線，可見頻譜展寬之後，光能大部分透射鉀原子氣體不被吸收。若同時將兩台 EOM 開啟，則能再次看到光被吸收，但吸收率卻明顯降低，原因如上一小節所述，可能為訊號不夠好影響壓縮品質所致。

## 5.3 單光子量測

### 5.3.1 展頻與壓縮

以（光路圖）的架設，先不要放  $^{87}\text{Rb}$  原子氣體管，讓單光子直接通過 60 MHz 寬的 Etalon 濾波器。若兩台 EOM 都沒開的話，窄頻的單光子能完全通濾波器， $G^2(\tau)$  的量測結果如圖。此時若開啟第一台 EOM，將頻譜展至 10 GHz 寬，則量子光僅有極低的機率能通過 Etalon，如圖。



若將兩台相位調製器都開啟，互補的隨機訊號能互相抵銷相位的變化，使頻譜還原至窄頻，如此就能再次通過 Etalon，如圖。

### 5.3.2 $^{87}\text{Rb}$ 吸收

同上一小節的光路架設，但把  $^{87}\text{Rb}$  原子氣體管放回光路上。兩台相位調製器都不開的話，單光子幾乎全部被吸收，如圖。若開啟第一台相位調製器將單光子頻譜展寬，雖然光子能幾乎不被吸收，但由於 Etalon 的過濾，探測器仍測不太到光子。若將第二台相位調製器也開啟，則能把單光子的頻譜壓縮，再通過 Etalon，如圖。

單獨將圖與圖拿出來比較如下，同樣是測量展頻再壓縮回來的光，有測量

## 六、 總結

就是這樣，喵！