

一、 基本原理介紹

1.1 展頻技術

展頻技術 (spread spectrum technology) 是一種可將原訊號的頻譜打散分佈到比原始頻寬更寬的技術。在我們的實驗上，能窄頻雷射 (narrow-band laser) 與單光子的頻寬從約 10 MHz 展至 10 GHz，其作法為，以 PRBS 產生高頻隨機訊號，使用光電調製器 (EOM) 對入射光進行相位調製，此在時域上的操作，經傅立葉轉換後等效於增加其他頻率成分，以達到展寬頻率的效果。

1.2 相位調製

1.2.1 數學形式

此小節介紹相位調製的數學形式。設入射 EOM 的雷射波函數為 $E_0(t)$ ，調製函數 (modulation function) 為 $M(t)$ ，經調製後的波函數 $E_m(t)$ 可表示成：

$$E_m(t) = E_0(t)e^{iM(t)} \quad (1.1)$$

若對此式做傅立葉轉換，根據 convolution theorem，可得：

$$\mathcal{F}\{E_0(t)e^{iM(t)}\} = \tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{iM(t)}\} \quad (1.2)$$

$\tilde{E}_0(\omega)$ 為入射光之頻譜，所以在頻譜數學分析上，我們可以把入射光頻譜與相位調製的部分分開處理，個別將兩項計算好後再做摺積即可得到調製後的頻譜。

1.2.2 單頻波

若入射光的頻譜為中心頻率在 ν_0 的勞倫茲分佈 (lorenz distribution)，調製函數為頻率 ν_m 的單頻波，意即輸入的電訊號強度隨時間的函數可表示為 $\phi_0 \sin(2\pi\nu_m \omega t)$ ，則可將式 (1.2) 改寫為：

$$\mathcal{F}\{E_0(t)e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m \omega t)}\} = \tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m \omega t)}\} \quad (1.3)$$

其中 $\tilde{E}_0(\omega)$ 為勞倫茲分佈，另一項傅立葉轉換的結果為第一類貝索函數 (Bessel function of the first kind)：

$$\mathcal{F}\{e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m \omega t)}\} = J_n(\phi_0) \quad (1.4)$$

或在時域上看，將調製項做傅立葉級數展開：

$$e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m \omega t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\phi_0) e^{i2\pi n \nu_m t} \quad (1.5)$$

可從上式看出，調製項的頻譜是由頻率為 $n\nu_m$ 的狄拉克函數 (Dirac function) 組成， $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ，強度分佈為 $J_n(\phi_0)$ 。

以 $\phi_0 = \pi$ 為例，從式 (1.3) 可知，將入射光（圖 1.2）與調製項的頻譜做摺積可得調製後的結果，如圖 1.1b，兩者比較可明顯看出，時域上相位調製能讓改變頻率的分佈。

待放圖片 待放圖片

(a) 調製前之雷射頻譜

(b) 調製後之雷射頻譜

圖 1.1: 窄頻雷射頻譜相位調製模擬