

國 立 清 華 大 學

碩士論文

二能階原子系統中單光子吸收之量子操控

Quantum control of single-photon absorption in two-level
atoms

系 所：物理研究所

學 號：105022555

研 究 生：陳奕丞 (Chen, Yi-Cheng)

指 導 教 授：褚志崧 博 士 (Dr. Chuu, Chih-Sung)

中 華 民 國 一 零 八 年 七 月

Todo list

二能階原子系統中單光子吸收之量子操控

摘要

在古典通訊中，展頻技術可以有效增加資訊傳輸過程中的隱匿性與安全性，因此我們試著將此技術應用於量子通訊上，希望此方法同樣可以增加量子通訊的安全性。實驗上會以高頻的隨機訊號對 SPDC (spontaneous parametric down-conversion) 產生之窄頻單光子的波包進行相位調製，使其頻寬由 4.5 MHz 展至 10 GHz，讓單光子能免於被躍遷頻率同其頻率的原子吸收或偵測，達到隱形斗篷的效果，可增加光子在傳輸過程中的隱匿性，提升量子傳輸與量子密鑰分發之安全性。

未經調製的單光子在原子的吸收頻率上時會幾乎 100% 被吸收，實驗上我們將光子的頻寬從 2 GHz 展至 10 GHz，可讓吸收率從 70% 降至 30%，從此結果可了解，光子的頻寬越高能有越好的隱匿性，而提升安全性與傳輸效率。

Quantum control of single-photon absorption in two-level atoms

Abstract

In classical communication, spread spectrum technology is an effective way to improve the security in transmission process. We try to implement this technology in quantum communication as well. In our experiment, we have used synchronized high-speed electro-optic modulators to modulate the phase of resonant single photon and biphoton wave packets, which are generated from cavity enhanced SPDC (spontaneous parametric down-conversion) and broaden their bandwidths from 4.5 MHz to 10 GHz for avoiding photons being absorbed or detected by the atoms. The reduced absorption is like imposing an invisible cloak over a photon, improving the confidentiality during the transmission process in order to improve the security of quantum communication and key distribution.

In principle, atoms will absorb on-resonant narrowband (smaller than natural linewidth) single photons in our experiment. we broadened the bandwidth of the photon to a wide range between 2 10 GHz, with the absorption rate decreasing to 70 30% By these results, our work shows that, for transmitted photons, the higher the bandwidth, the higher the confidentiality.

目錄

	頁次
摘要	iii
Abstract	iv
目錄	v
一、 實驗背景與動機	1
1.1 古典通訊展頻	1
1.2 量子通訊展頻	3
1.3 研究簡介	4
二、 理論模擬	5
2.1 基本原理介紹	5
2.2 相位調製	5
2.2.1 數學形式	5
2.2.2 以單頻波之相位調製為例	6
2.3 展頻及壓縮	7
2.4 ^{87}Rb 原子氣體吸收	9
2.4.1 展頻對吸收率的影響	9
2.4.2 原子吸收對頻譜還原之影響	11
三、 實驗架設	12
3.1 偽隨機訊號產生器	12
3.2 電光調製器	13
3.3 高頻電訊號放大器	14
3.4 電訊號相位延遲器	16

目錄

3.5 光源製備	17
3.5.1 雷射光	17
3.5.2 單光子	17
四、 實驗架設與結果討論	23
4.1 雷射頻譜量測	23
4.1.1 2 Gb/s 隨機訊號之相位調製	24
4.1.2 10 Gb/s 隨機訊號之相位調製	27
4.2 經隨機相位調製後之 ^{87}Rb 原子吸收譜	28
4.3 單光子隨機相位調製對原子吸收之影響	30
4.4 雷射光隨機相位調製對原子吸收之影響	32
4.5 不同展頻頻寬對吸收率之影響	32
4.6 單光子頻譜壓縮	33
4.7 雷射光頻譜壓縮	35
4.8 誤差分析與模擬修正	36
五、 總結	39
參考文獻	40
附錄 A 法布立—培若干涉儀	41
附錄 B Etalon 干涉儀	45

圖 目 錄

頁次

1.1	同頻訊號干擾	1
1.2	跳頻展頻技術示意圖	2
1.3	直接序列展頻技術調製過程	2
1.4	直接序列展頻技術，對原始訊號進行調製，增加訊號之頻寬。	3
1.5	直接序列展頻技術示意圖	3
2.1	貝索函數	7
2.2	單頻波相位調製	7
2.3	隨機訊號 $PRBS(t)$ ，為隨機產生之二位元訊號，每個位元的時間寬度為 ΔT 。實驗上會以隨機訊號產生器產生出振幅分別為 $\frac{1}{2}V_\pi$ 與 $-\frac{1}{2}V_\pi$ 之電訊號，能用來對光的相位做 $\pm\frac{1}{2}\pi$ 之調製	8
2.4	展寬後頻譜模擬圖	8
2.5	不同電訊號時間差之頻譜壓縮	9
2.6	^{87}Rb 原子吸收譜，圖上的標示為躍遷能階	10
2.7	展頻頻寬對吸收之影響	11
2.8	原子吸收對頻譜壓縮之影響	11
3.1	高頻偽隨機訊號產生器裝置圖	13
3.2	PRBS 輸出之訊號眼圖（放大前）	13
3.3	實驗使用之兩台電光調製器	14
3.4	EOM 及相關元件架設	14
3.5	放大器與穩壓電路	15
3.6	將隨機訊號經過放大器並以示波器測量眼圖之電路架設	15
3.7	PRBS 輸出之訊號眼圖（放大後）	15
3.8	電訊號相位延遲器	16

3.9 雙光子產生機制	18
3.10 紅外光子對之 $G^2(\tau)$ 量測	19
3.11 固定入射光頻率，調整 PPKTP 晶體溫度測量雙光子的產生率	20
3.12 調整溫度測量雙光子產生率	20
3.13 固定入射光頻率，調整 PPKTP 晶體溫度測量雙光子的產生率（加上 Etalon 濾波器）	21
3.14 調整溫度測量雙光子產生率（加上濾波器）	21
3.15 加上 Etalon 濾波器之後，光就能完全被原子吸收	22
4.1 雷射頻譜量測光路圖	23
4.2 雷射頻譜	24
4.3 2 Gb/s 訊號之展頻頻譜	25
4.4 隨機訊號修正，加上上升時間與下降時間。	25
4.5 隨機訊號之上升與下降時間對頻譜之影響	25
4.6 偽隨機訊號週期與展頻頻譜振盪之關係	26
4.7 10 Gb/s 訊號壓縮後頻譜	27
4.8 初始頻譜與壓縮頻譜放大比較圖	28
4.9 經過放大器，進入 EOM 用以調製的兩組隨機訊號眼圖	28
4.10 展頻雷射光 ^{87}Rb 原子吸收譜測量光路圖	29
4.11 調製後的 ^{87}Rb 原子吸收譜	29
4.12 單光子量測光路圖	30
4.13 單光子通過 ^{87}Rb 原子氣體管之 $G^2(\tau)$ 量測	31
4.14 相位調製不影響波形與光強，僅改變頻率的分佈。	31
4.15 雷射光相位調製對穿透率之影響	32
4.16 改變展頻頻率對吸收率之影響	33
4.17 加上濾波器之單光子量測光路圖	34
4.18 加上 Etalon 濾波器之單光子 $G^2(\tau)$ 量測	34
4.19 原子吸收對單光子壓縮比較圖	35
4.20 加上濾波器之雷射光量測光路圖	36
4.21 原子吸收對雷射光壓縮品質比較圖	36
4.22 PRBS 輸出之訊號眼圖（放大前）	37
4.23 PRBS 輸出之訊號眼圖（放大後）	37
4.24 理論模擬使用的隨機訊號	38

A.1 實驗使用之 Fabry-Perot 干涉儀	41
A.2 Fabry-Perot 干涉儀透射頻率	42
A.3 Fabry-Perot 干涉儀頻寬測量架設圖	43
A.4 Fabry-Perot 干涉儀 FSR 測量	43
A.5 Fabry-Perot 干涉儀頻寬測量	44
B.1 Etalon 濾波器裝置圖	45

表目錄

	頁次
3.1 訊號失真與不穩定之量化指標	16
4.1 數值模擬參數修正	38
4.2 展頻後的光經過 ^{87}Rb 原子氣體管之透射率（無 Etalon 濾波器）	38
4.3 展頻後壓縮的光經過 Etalon 濾波器之透射率	38

一、 實驗背景與動機

1.1 古典通訊展頻

展頻技術 (Spread Spectrum Technology) [1], [2] 在古典通訊上已行之有年，最初為軍事或情報單位傳遞資訊使用，以避免電波干擾或訊號攔截，現今此技術以廣泛運用無線電通訊中。

根據 FCC (Federal Communications Committee；美國聯邦通訊委員會) 規定的ISM (Industrial, Scientific and Medical) 頻帶，在特定頻段內不需申請執照即可供民間、工業、科學與醫學用途使用，由於任何設備可自由使用這些頻段來傳遞訊息，這些頻段上會十分擁擠，訊號可能會互相影響，如圖 1.1，而使用展頻技術即可解決此頻段共享的問題。一般而言展頻技術主要可分成跳頻展頻 (Frequency Hopping Spread Spectrum, FHSS) 和直接序列展頻 (Direct Sequence Spread Spectrum, DSSS)，以下簡單介紹這兩者的原理與應用。

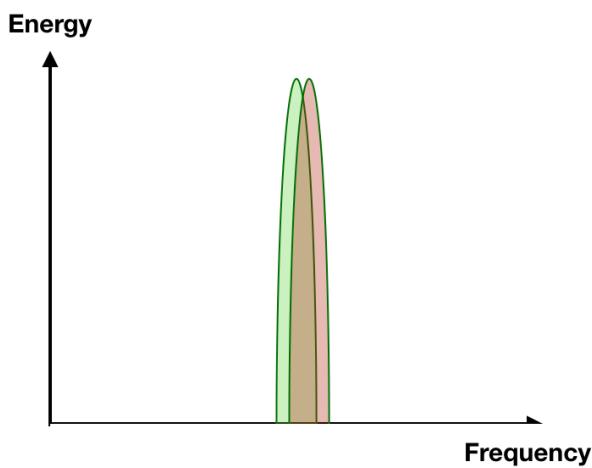


圖 1.1: 同頻訊號干擾。綠色發送端發出之訊號，紅色為其他訊號源發出之同頻訊號干擾。

藍芽技術上，使用的頻段為 2.4 GHz，在 ISM 規範的波段內，會與無線電話、無線網路等設備共享頻段，若同時有兩個以上訊號使用同樣的頻率來傳輸，由於接收端

一、實驗背景與動機

無法區分訊號的來源，會相互干擾，想克服此問題可使用跳頻技術：傳輸端每秒改變訊號的頻率數次，接收端以對應的頻率去接收訊號，示意圖 1.2，如此可避免特定頻段遭占用的問題。

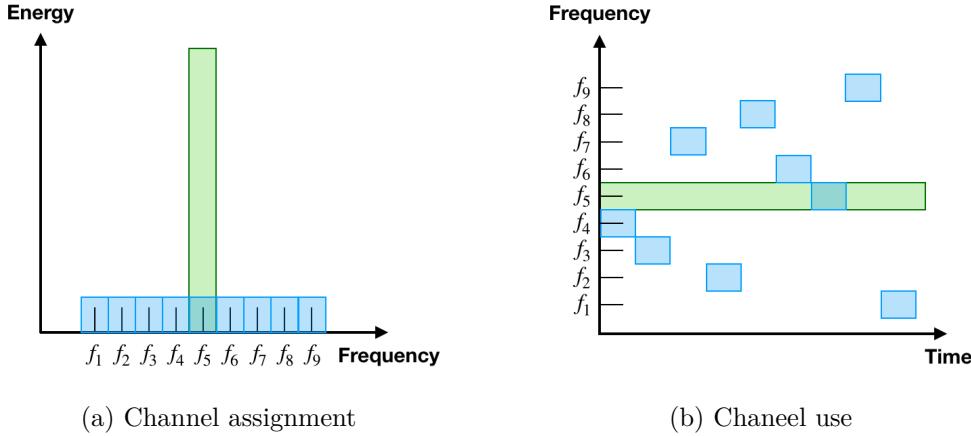


圖 1.2: 跳頻展頻技術示意圖，綠色為展頻前，藍色為展頻後。圖 1.2a 為指定的頻率分佈，展頻前僅使用 f_5 這個頻率通道進行傳輸，展頻後則將訊號分成數個頻率，不同時間以不同頻率進行傳輸，如圖 1.2b

直接序列展頻技術則是以一串特定的高頻訊號，對發動端的原始資訊進行調製，時域上的調製過程如圖 1.3。

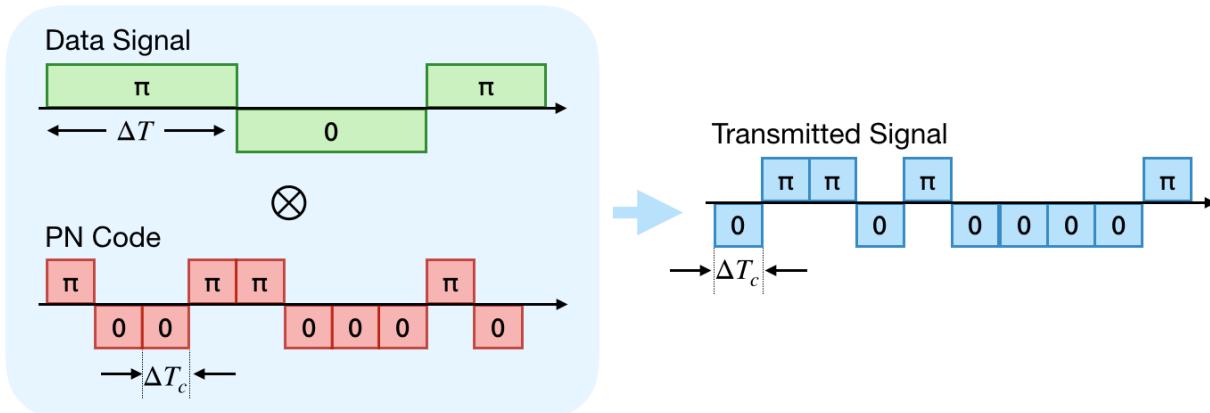


圖 1.3: 直接序列展頻技術調製過程。綠色為發送端要傳輸之原始資訊；紅色為高頻偽隨機訊號，用來對綠色訊號進行相位調製，調製的結果為藍色訊號。接收端可使用紅色訊號對藍色訊號進行解碼，即可還原出原始的綠色訊號

上述的調製過程能將頻譜展寬，如圖 1.4，接收端會再以相同的高頻訊號對其進行解碼，還原出原始的資訊。此種方式可以有效的降低同頻訊號的干擾，示意圖如圖 1.5。DSSS 提供一種穩定且簡單的解決方案，能以低功率高頻寬遠距傳輸資訊，廣泛應用於無線網路、無線電話、GPRS... 等，但相較於跳頻展頻技術，直接序列展頻技

術需要較高的硬體建置成本。

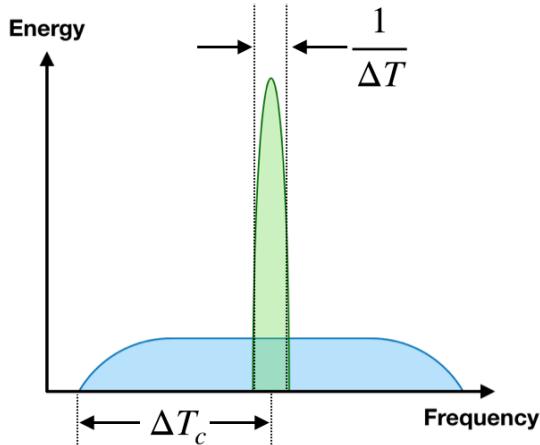


圖 1.4: 直接序列展頻技術，對原始訊號進行調製且展寬其頻寬。綠色為調製前的窄頻資訊，藍色為調製後的展頻資訊，其頻寬與調製的速度成正比，用越高速的訊號進行調製能使頻寬展至越寬

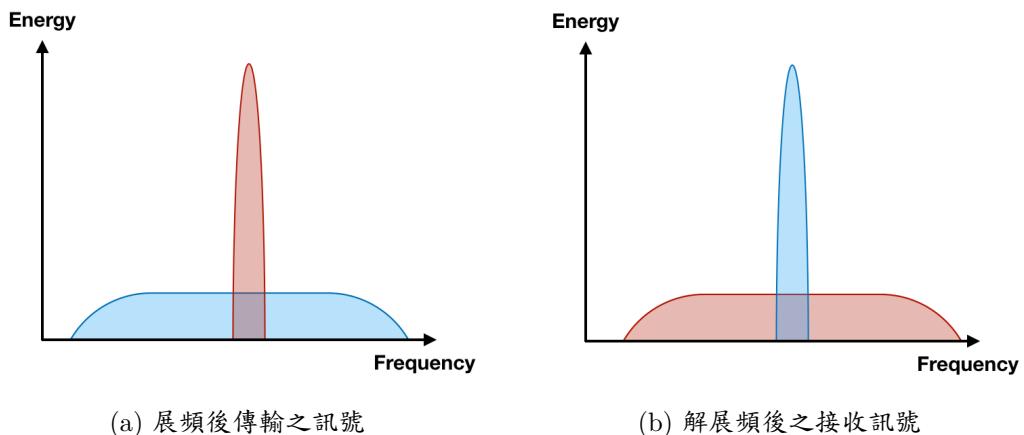


圖 1.5: 直接序列展頻技術示意圖。圖 1.5a 藍色為已展頻之發送端訊號，紅色為同頻訊號干擾。圖 1.5b 為接收端解展頻後的訊號，藍色訊號被回復成原始的狀態，紅色的同頻訊號則被展頻，能量被打散至各個不同的頻率，可降低接收端的收到的雜訊。

1.2 量子通訊展頻

在量子資訊中，有許多的應用是以單光子作為攜帶資訊的媒介，展頻後的光能以低功率高頻寬的狀態被傳輸，甚至還能將資訊藏於雜訊中 [3]，此外，以量子密鑰分發 [4] 而言，DPS-QKD (differential phase shift quantum key distribution)[5] 提供了傳輸密鑰的方式，但卻無法確保訊號能在不被干擾的情況下抵達接收端，所以若能將展頻技

一、實驗背景與動機

術應用在單光子上，降低環境或人為干擾對遠距傳輸的影響，則可提升資料傳輸的效率與安全性。

此外，若想將單光子的量子態儲存於磁光陷阱中的 ^{87}Rb 冷原子作為量子記憶體使用 [6]，由於 ^{87}Rb 原子的自然線寬約為 6 MHz，此方法能大幅度降低光子對對於 ^{87}Rb 的吸收率，避免資訊遭第三方惡意竊取。

1.3 研究簡介

基於上述之實驗背景與動機，我們研究的目的為將展頻技術運用於單光子上，在第二章中會介紹展頻的原理，從數學的角度去探究相位調製對頻譜的影響；第三章中會以前一章的數學原理，以我們的實驗的條件進行模擬，並計算當光子與原子產生交互作用下時的頻譜變化；第四章介紹實驗上會用到的重要儀器；第五章介紹實驗的流程並討論實驗結果，最後再針對實際測量到的結果對理論進行修正與比較。

二、理論模擬

本章為理論模擬，主要分成三個部分，第一部分會介紹展頻技術的基本原理，說明如何以相位調製去實作直接序列展頻 (DSSS)。會先從數學原理出發，瞭解隨時間調變相位會如何改變頻率的分佈，再以單頻波之相位調製去模擬調製後的頻譜變化。第二部會將調製函數改為隨機訊號，模擬經隨機相位調製後的頻率分佈。第三部份為探討如何降低傳輸中的光子與原子之交互作用，模擬不同展頻頻率與原子吸收率之關係。

2.1 基本原理介紹

展頻技術 (spread spectrum technology) 是一種可將原訊號的頻譜打散分佈到比原始頻寬更寬的技術。我們的實驗選用的方法為直接序列展頻，能將窄頻雷射 (narrow-band laser) 與單光子的頻寬從約 10 MHz 展至 10 GHz，其作法為，以 PRBS (pseudo-random binary sequence) 產生器產生高頻隨機訊號，並使用光電調製器 (EOM) 對入射光進行相位調製，此在時域上的操作，經傅立葉轉換後等效於增加其他頻率成分，以達到展寬頻率的效果。

2.2 相位調製

2.2.1 數學形式

此小節介紹相位調製的數學形式。設入射 EOM 的雷射波函數為 $E_0(t)$ ，調製函數 (modulation function) 為 $M(t)$ ，經調製後的波函數 $E_m(t)$ 可表示成：

$$E_m(t) = E_0(t)e^{iM(t)} \quad (2.1)$$

二、理論模擬

若對此式做傅立葉轉換，根據 convolution theorem，可得：

$$\mathcal{F}\{E_0(t)e^{iM(t)}\} = \tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{iM(t)}\} \quad (2.2)$$

$\tilde{E}_0(\omega)$ 為入射光之頻譜，所以在頻譜數學分析上，我們可以把入射光頻譜與相位調製的部分分開處理，個別將兩項計算好後再做摺積即可得到調製後的頻譜。

2.2.2 以單頻波之相位調製為例

若入射光的頻譜為中心頻率在 ν_0 的勞倫茲分佈 (lorenz distribution)，調製函數為頻率 ν_m 的單頻波，意即輸入的電訊號強度隨時間的函數可表示為 $\phi_0 \sin(2\pi\nu_m t)$ ，則可將式 (2.2) 改寫為：

$$\mathcal{F}\{E_0(t)e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m t)}\} = \tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m t)}\} \quad (2.3)$$

其中 $\tilde{E}_0(\omega)$ 為勞倫茲分佈，另一項傅立葉轉換的結果為第一類貝索函數 (Bessel function of the first kind)：

$$\mathcal{F}\{e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m t)}\} = J_n(\phi_0) \quad (2.4)$$

或在時域上看，將調製項做傅立葉級數展開：

$$e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\phi_0) e^{i2\pi n \nu_m t} \quad (2.5)$$

可從上式看出，調製項的頻譜是由頻率為 $n\nu_m$ 的狄拉克函數 (Dirac function) 組成， $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ，強度分佈為 $J_n(\phi_0)$ ，如圖 2.1，可看出在不同的調製電壓（也就是不同的 ϕ_0 ）時會有不一樣強度的頻率分布，以 $\phi_0 = 0.75\pi$ 為例，模擬對一道頻寬為 60 MHz 的雷射做 1 GHz 的正弦波相位調製，從式 (2.3) 可知，將入射光（圖 2.2 黑線）與調製項的頻譜做摺積可得調製後的結果（圖 2.2 紅線），每個頻率的間隔為 1 GHz。兩者比較可明顯看出，時域上相位調製能讓改變頻率的分佈。

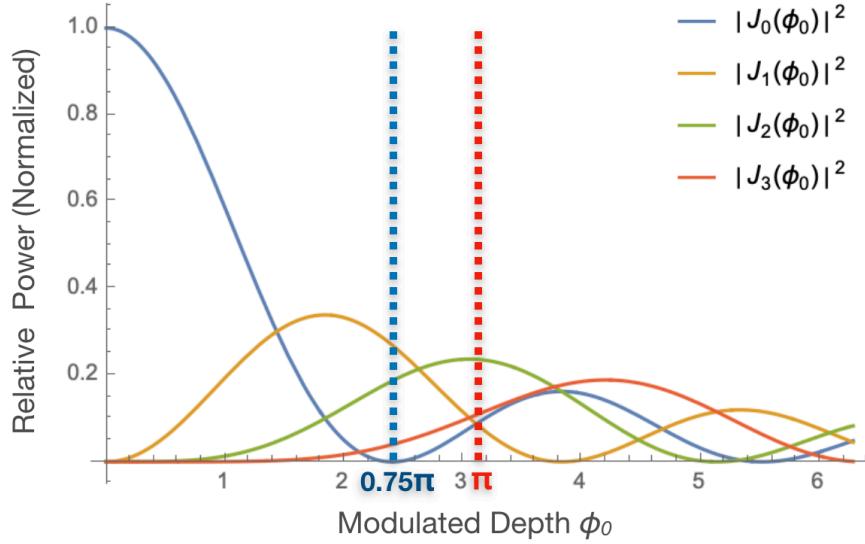


圖 2.1: 貝索函數

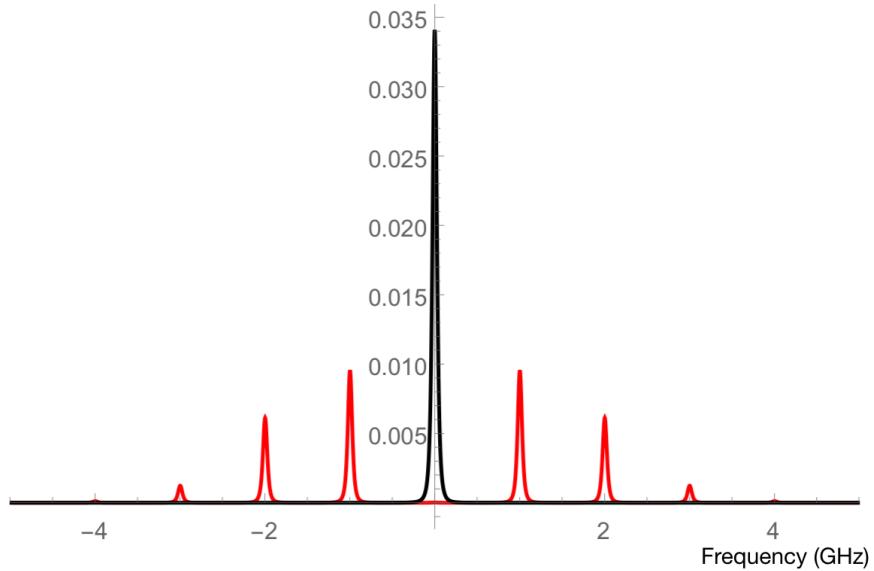


圖 2.2: 單頻波相位調製。黑線為調製前；紅線為調製後。

2.3 展頻及壓縮

從上一節單頻波的例子可看出，相位調製可將原先頻率集中於 ν_0 的光，分散至 $\nu_0 \pm \nu_m, \nu_0 \pm 2\nu_m, \dots$ 。若調製函數改用時間寬度為 ΔT 的隨機方波 $PRBS(t)$ （如圖 2.3），則可將式 (2.2) 的右式寫成：

$$\tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{iPRBS(t)}\} \quad (2.6)$$

二、理論模擬

經計算，展寬後的頻譜如圖 2.4 藍線，其包絡線為 sinc 的平方（黑色虛線），展開的寬度為 $\pm \frac{1}{\Delta T}$ ，在我們實驗中使用的隨機訊號的產生率為 10 Gb/s，單一位元的時間寬度為 100 ps，相當於能將頻譜從 10 MHz 展至 10 GHz 寬。

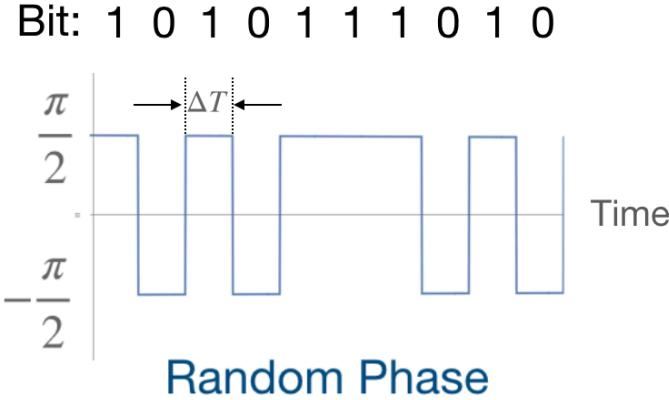


圖 2.3: 隨機訊號 $PRBS(t)$ ，為隨機產生之二位元訊號，每個位元的時間寬度為 ΔT 。實驗上會以隨機訊號產生器產生出振幅分別為 $\frac{1}{2}V_\pi$ 與 $-\frac{1}{2}V_\pi$ 之電訊號，能用來對光的相位做 $\pm \frac{1}{2}\pi$ 之調製

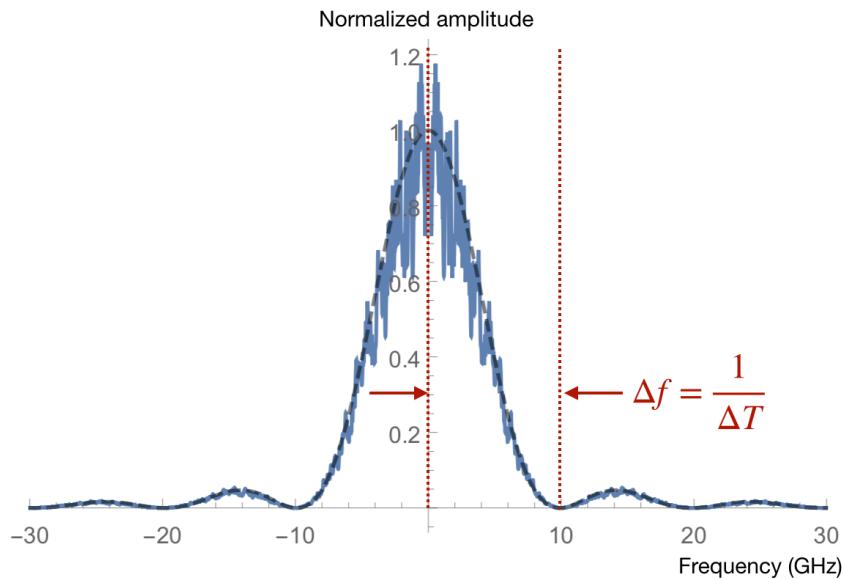


圖 2.4: 展寬後頻譜模擬圖

經展頻後的訊號，在傳輸的過程中可以降低環境的影響，避免光子被特定原子團吸收，但若想還原光子初始相位的資訊，則需要做一個反向的相位調製，讓光子再經過第二台 EOM，輸入的電訊號必須為與 $PRBS(t)$ 互補的 $\overline{PRBS}(t)$ ，這兩個訊號要滿足以下關係：

$$PRBS(t) + \overline{PRBS}(t) = 0 \quad (2.7)$$

或

$$e^{iPRBS(t)} \times e^{i\overline{PRBS}(t)} = 1 \quad (2.8)$$

若光子在兩台 EOM 行經的時間間距為 Δt_p ，兩個電訊號抵達的時間差為 Δt_{RF} ，當 $\Delta t_p = \Delta t_{RF}$ 時，理論上可以對相位進行反向的調製，將展頻後的訊號壓縮，還原成原本的頻率分布，但若 $\Delta t_p > \Delta t_{RF}$ 或 $\Delta t_p < \Delta t_{RF}$ ，則無法完全還原頻譜，比較如圖 2.5，所以在實驗架設上，必須要能精確的控制電路與光路的長度，讓兩個電訊號匹配，才能達到最好的還原效果。

給更明顯的例子，附上模擬的參數

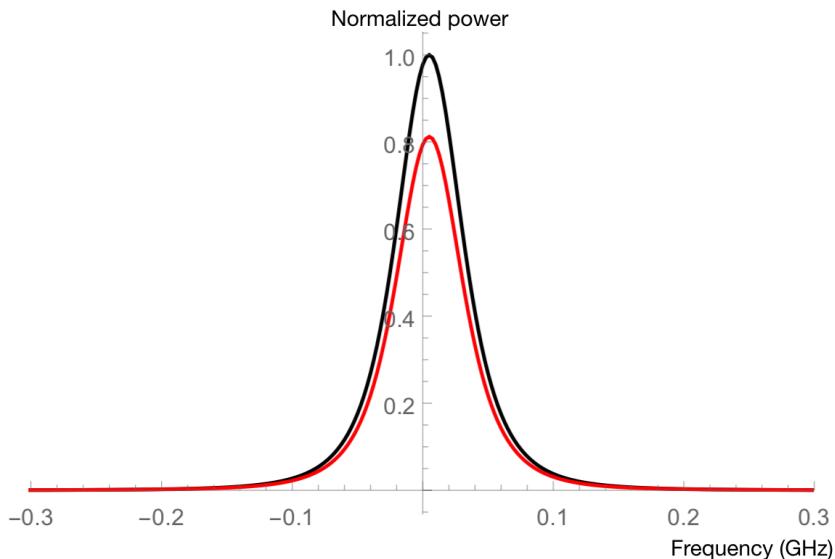


圖 2.5: 不同電訊號時間差之頻譜壓縮。黑線為 $\Delta t_p = \Delta t_{RF}$ ；紅線為 $\Delta t_p \neq \Delta t_{RF}$ 。

2.4 ^{87}Rb 原子氣體吸收

2.4.1 展頻對吸收率的影響

在光通訊中，以光作為資訊的載體，在空氣中傳輸的過程中光子會與原子產生交互作用，當光子的頻率接近原子的躍遷能階時有很大的機率會被吸收。以波長約為 795 nm 的窄頻雷射為例，將功率為 $1 \mu W$ 的光打入溫度約 70 度的 ^{87}Rb 原子氣體管，調整入射光頻率測量穿透率即可掃出 ^{87}Rb 的吸收譜，結果如圖 2.6，從圖中可知，在

二、理論模擬

頻率 377105000 MHz 與 377112000 MHz 的頻率位置分別約有 2 GHz 與 1 GHz 寬的吸收區域，其吸收的中心頻率是被原子的能階給決定，可從飽和吸收光譜 (saturated absorption spectroscopy) 得知；吸收的寬度則是與原子蒸氣壓和溫度有關，不同的原子運動速度分佈會有不一樣的寬度，此為效應都卜勒增寬 (Doppler broadening)。

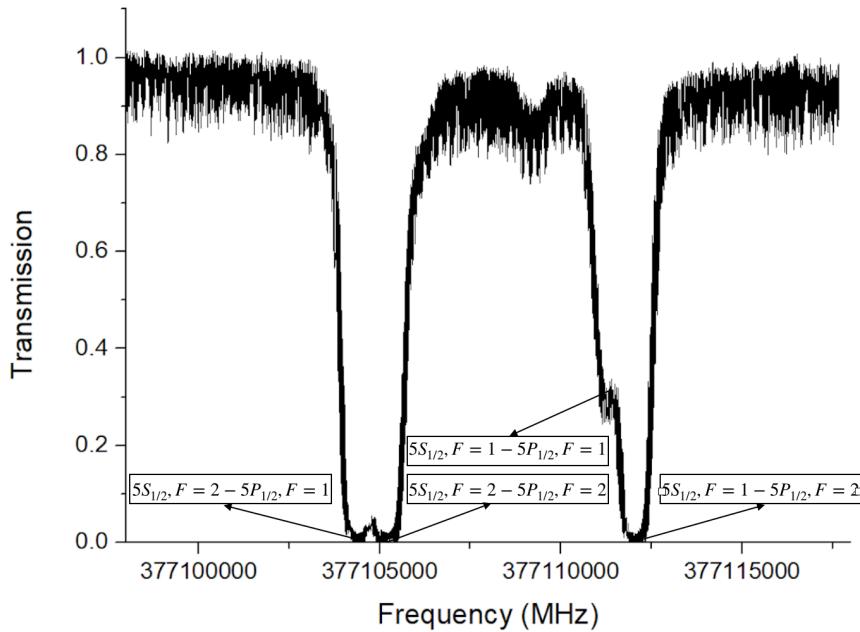


圖 2.6: ^{87}Rb 原子吸收譜，圖上的標示為躍遷能階

為降低環境對光子的影響，我們可用上述之展頻技術，對光進行相位調製，將頻譜展寬，減少光對原子的吸收率。我們分別使用 1 Gb/s、5 Gb/s、10 Gb/s 與 20 Gb/s 的隨機訊號去模擬，在有展頻的狀態下，中心頻率與穿透率之關係，結果如圖 2.7，未經調製的光在 377105000 MHz 與 377112000 MHz 附近會被完全吸收，若將光的頻譜展寬則能顯著的降低吸收率，隨機訊號的頻率越高，原子對光子的影響越小。

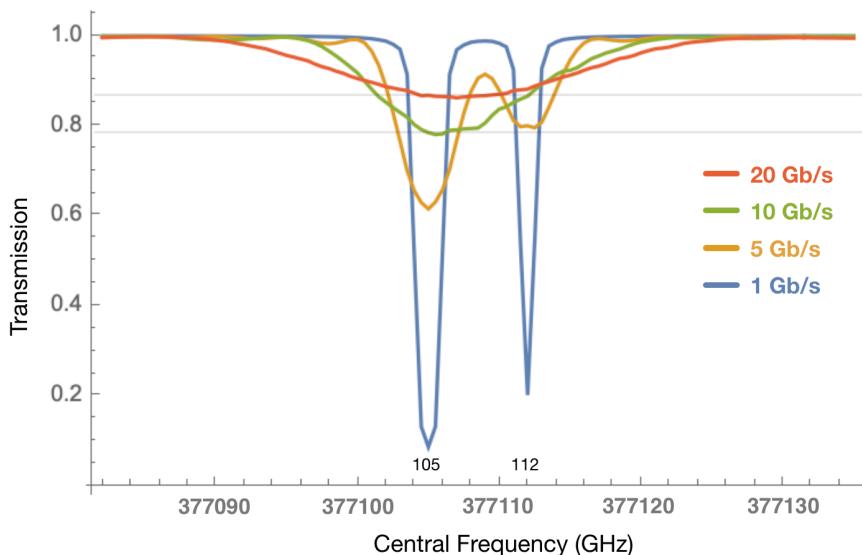


圖 2.7: 展頻頻寬對吸收之影響。使用越快的隨機訊號對光進行相位調製，能降低光在原子躍遷能階附近的吸收率。

2.4.2 原子吸收對頻譜還原之影響

如前所述，對已調製過的光進行反向的調製，理論上可將頻譜壓窄，完美還原成調製前的頻率分佈。但若先讓已展頻的光通過原子團使其被部分吸收，再進行反向的調製，則還原回來的頻譜會與原始的有些差異，比較如圖 2.8。

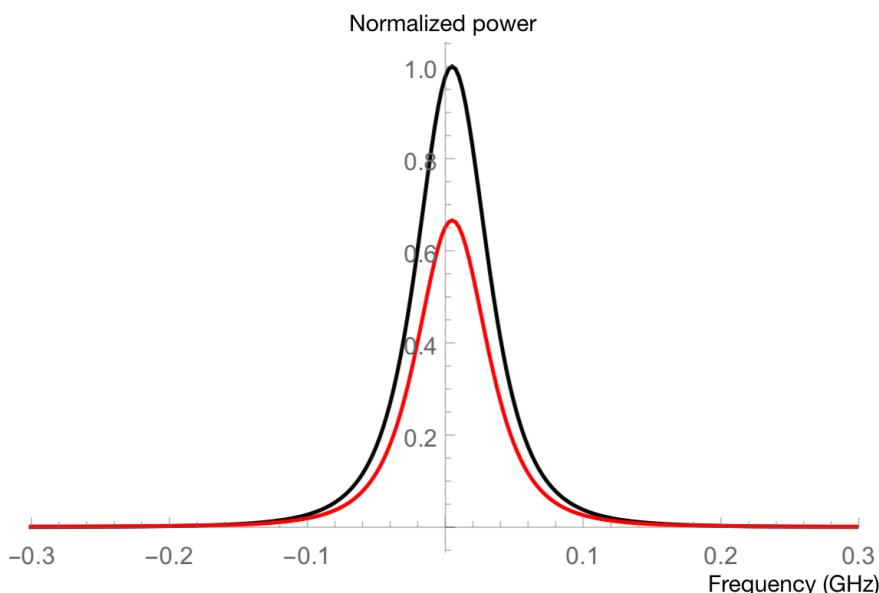


圖 2.8: 在沒放 ^{87}Rb 原子氣體管時，兩次的相位調製可將頻譜還原成初始的狀態，如圖黑線，但若在光路中加上 ^{87}Rb 原子氣體管，讓已展頻的光通過原子團，則會有部分的光被吸收，使光無法經由第二次的相位調製還原成最初的狀態，如圖紅線。

多畫幾張不同吸收頻寬的結果並做比較。

三、 實驗架設

本章會簡單介紹實驗上會用到的關鍵儀器，說明其特性與相關設定，並描述元件使用的優化方式與可能造成誤差之原因。

3.1 偽隨機訊號產生器

由於實驗上無法產生真正的隨機訊號，只能使用偽隨機訊號產生器 (Pseudo Random Bit Sequence, PRBS)，儀器型號為 MP1763C (Anritsu)，可以產生 0.5 至 12.5 Gb/s 的偽隨機訊號，裝置如圖 3.1。偽隨機訊號實際上為週期訊號，會重複出現特定的隨機序列，其週期可以調整，為了達到最接近隨機的效果，我們選擇使用最長的隨機序列，一個週期內共有 $2^{31} - 1$ 的隨機位元。

我們實驗上實際使用的偽隨機訊號產生率 10 Gb/s，每秒能產生 10×10^9 個隨機位元，以示波器 (Infinium DCA-J 86100C, Agilent，使用的模組為 86112A, Agilent) 去測量該訊號的眼圖 (eye diagram)，眼圖是一種用來檢測訊號品質之測量示波器顯示模式，會以資料速度 (data rate) 作為觸發水平更新，將特定時間內的測量結果重疊於畫面中，並計算訊號的上升與下降時間 (rising and falling time)、抖動 (jitter)、交叉振幅 (crossing) ... 等資訊，量測結果如圖 3.2，可見實際訊號與理論圖 2.3 有很大的差異，實際的訊號會有不小的上升與下降時間，圖形的上下也不太對稱，這都會影響到展頻與壓縮的效果，造成實驗與理論的誤差。



圖 3.1: 高頻偽隨機訊號產生器裝置圖

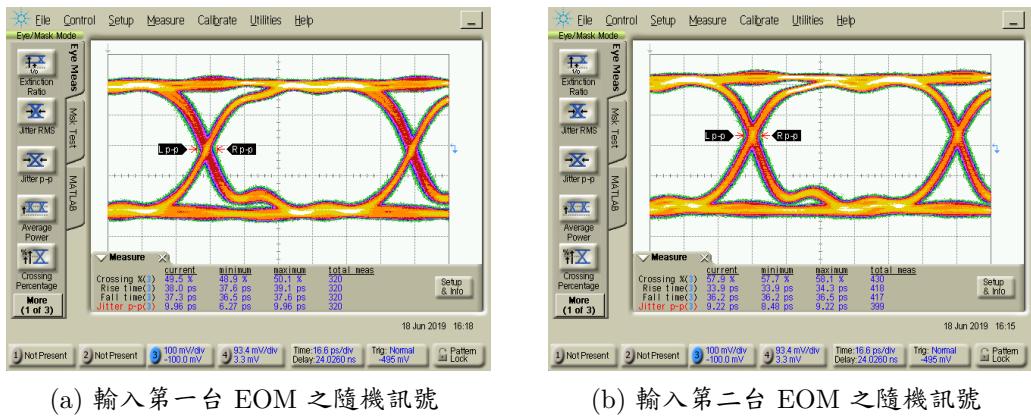


圖 3.2: PRBS 輸出之訊號眼圖（放大前）

3.2 電光調製器

電光調製器 (Electro-Optic Modulator, EOM) 可使用電訊號對光進行調製，一般而言可以分成三種，分別為振幅、相位與偏振的調製，在我們的實驗中需要調製的是相位。使用的儀器為 EOSPACE 的 SN73717 與 SN73718，分別為頻譜的展寬與壓縮用，裝置如圖 3.3。

相位調制器由鉻酸鋰 ($LiNbO_3$) 雙折射晶體製成，因泡克耳斯效應 (Pockels effect)，外加電場能線性的改變作用方向上之晶體折射率，進而達到改變相位的效果，我們定義能入射光相位改變 π 之電訊號電壓為 V_π 。

由上介紹可知，實際使用上需優化進光的偏振以及電訊號的振幅，以達到預期的相位調製效果。所以我們會在 EOM 前放置一個偏極片 (Polarizer) 半波片 (half-wave plate)，如圖 3.4，藉由調整兩者的角度，使光能以最佳的線偏角度入射 EOM。

三、實驗架設

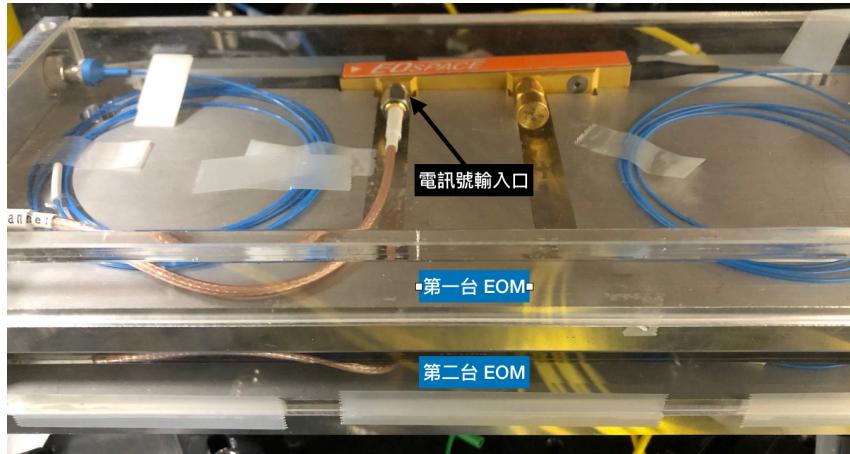


圖 3.3: 我們分別將兩台 EOM 置於盒中提供保護，並以塔狀堆疊節省光路空間。

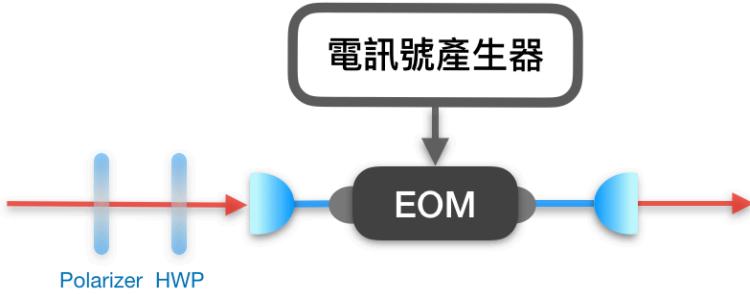


圖 3.4: EOM 及相關元件架設。使用上我們會先讓光通過一偏極片，確定光為線偏振，再以半波片旋轉偏振的角度，優化調製之效果。

3.3 高頻電訊號放大器

由於我們使用的隨機訊號產生器僅能輸出 0.2 至 $2 V_{pp}$ 的訊號，而 EOM 的 V_π 高於 2 V，所以需再經過放大器才能提供足夠的電壓去進行相位調製。

我們使用的放大器型號為 OA3MVM (Centallax)，輸入的訊號會經過三階段的放大，每一階段各需要兩個電壓去驅動，分別為 V_g 與 V_d ，這組電壓的大小會影響放大的大小與速度，因此我們做了一個穩壓電路，能一次輸出 3 個 V_g 與 3 個 V_d ，裝置如圖 3.5。

同樣的，也用示波器去測量眼圖，架設如圖 3.6，觀察經放大後的訊號品質，如圖 4.23，可明顯看出訊號變得更不穩定，且兩台 EOM 使用的電訊號形狀也不同，這是由兩邊使用的連接線 (SMA-to-SMA) 的長度與材質均不同，會有不一樣的頻率響應與耗損，使兩個訊號無法互補，這會對頻譜壓縮與還原的效果造成負面的影響。

我們可從眼圖的測量結果去量化訊號品質，放大前後的比較如表 3.1，從圖和表中能觀察到，輸入第二台 EOM 用的訊號在放大後變得很不穩定，這是因為那端使用的電

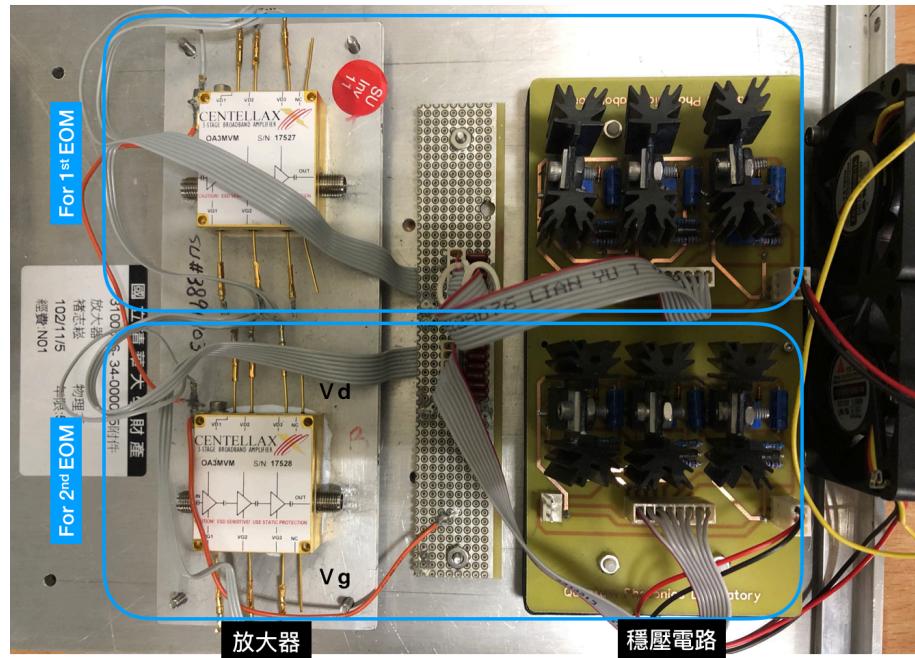


圖 3.5: 放大器與穩壓電路

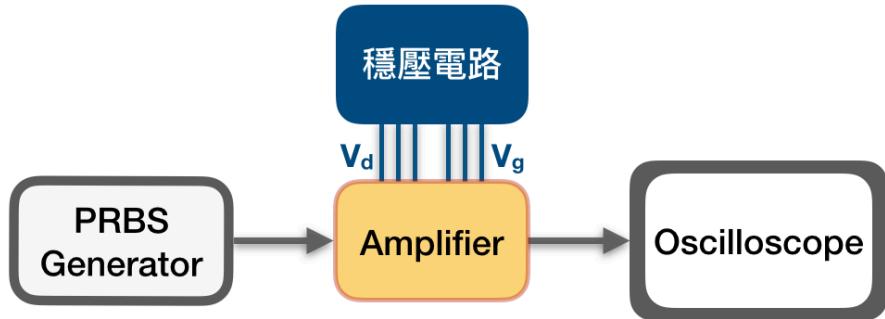


圖 3.6: 將隨機訊號經過放大器並以示波器測量眼圖之電路架設

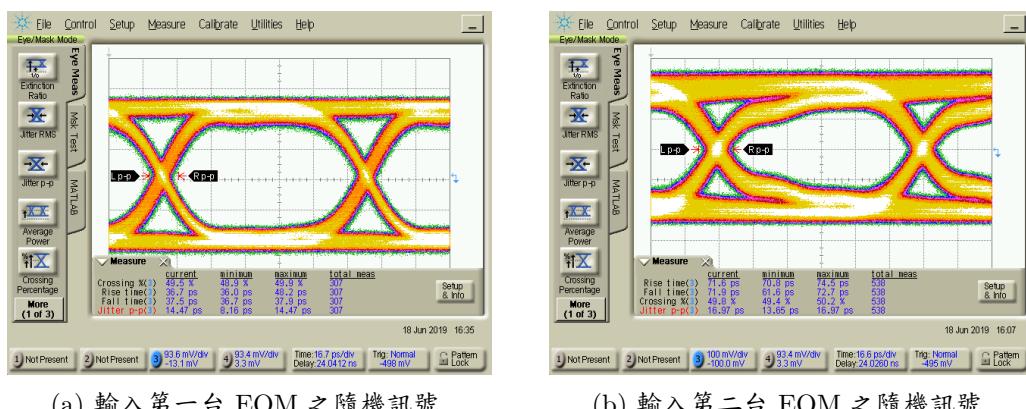


圖 3.7: PRBS 輸出之訊號眼圖（放大後）

三、實驗架設

線長度很長（長邊約 400 公分，短邊約 80 公分），且那條線材已經放了十年，傳輸品質會下降，會有較大的損耗以及較明顯的色散現象，使訊號失真，這會降低我們頻譜壓縮的效果。

表 3.1: 訊號失真與不穩定之量化指標

	jitter	amplitidu	rising & falling
輸入第一台 EOM 用之隨機訊號			
放大前	10 ps	$\pm 5.8\%$	38 ps
放大後	14 ps	$\pm 7.7\%$	38 ps
輸入第二台 EOM 用之隨機訊號			
放大前	9 ps	$\pm 6.5\%$	35 ps
放大後	17 ps	$\pm 16.7\%$	74 ps

3.4 電訊號相位延遲器

如章節 2.3 所述，想要對已展頻的光做反向的調製，必須精準的控制兩台 EOM 電訊號的時間差，所以我們會在其中一邊的電路加上一個相位延遲器，其型號為 Model 981 (api technologies corp.)，如圖 3.8，可以藉由調整側邊拉桿的長度來微調電訊號的相位。根據其規格書上的標示，此相位延遲器最多能讓 1 GHz 的訊號延遲 60 度的相位，相當於 1.67 ns 的時間差。若電訊號的傳輸速度以三分之二光速來計算的話，此時間差等同於 3.33 公分的電路長度差。



圖 3.8: 電訊號相位延遲器

3.5 光源製備

3.5.1 雷射光

雷射光源為 TOPTICA 的 DLC TA-SHG PRO 雷射系統，可產生中心波長約為 795 nm 的窄頻雷射。此雷射的特點為出光頻率可調，可以透過電壓大小來改變共振腔上光柵的角度，以調整出光的頻率，實際上會用電腦控制，經由資料擷取器（DAQ, Data Acquisition Device）輸出電壓至雷射系統。此外，我們還會將光源一分為二，將其中一道光做為參考光（reference light）打入波長計（wavemeter），其型號為 WSU 30 (HighFinesse)，可由電腦讀出雷射的頻率與波長等數值。結合前述的電壓控制與波長讀值，可形成一個 PID (proportional-integral-derivative) 回饋系統，我們能以此系統精準的調整雷射頻率，將其穩定度控制在 2 MHz 內。

除了波長 795 nm 的紅光外，雷射系統內還有一塊置於共振腔內的非線性晶體，可將前述的紅光打入內，以倍頻效應 (Simple-Harmonic Generation, SHG) 產生波長為 397.5 nm 的藍光，可用來打入另一塊非線性晶體，以自發參量下轉換 (Spontaneous Parametric Down-Conversion, SPDC) 的過程產生 795 nm 的雙光子。

3.5.2 單光子

雙光子的產生機制為 SPDC，入射一道波長 397.5 nm 的藍光雷射進入 PPKTP (Periodically Poled KTP) 晶體，產生 Type-II 的時間 - 能量糾纏光子對 (time-energy entangled biphoton)，波長約為 795 nm，產生出來的光須滿足能量守恆與動量守恆，如式 (3.1)，我們稱其為準相位匹配條件 (quasi phase matching condition)，其中 \vec{k}_m 為晶體週期性極化反轉提供之動量補償項。

$$\begin{aligned}\omega_p &= \omega_s + \omega_i \\ \vec{k}_p &= \vec{k}_s + \vec{k}_i + \vec{k}_m\end{aligned}\tag{3.1}$$

在晶體設計中，我們會在晶體的末端鍍上 397.5 nm 的高反射薄膜，使入射藍光在末端被反射，此舉等效於將晶體變為兩倍長，從圖 3.9 的增益曲線 (gain curve) 中可知，當晶體長度 L 變兩倍，增益曲線會變窄 [7]。除此之外，還會在晶體兩端都鍍上 795nm 的高反射薄膜，使晶體本身形成一個紅光的共振腔，只有在增益曲線內且符合能量守恆的共振模態才會產生雙光子對。基於上述的兩種鍍膜帶來的效果，這樣的設

三、實驗架設

計能讓我們產生出接近單模 (single mode) 的窄頻光子 [8]，且相對的會有較長的相干時間 (coherence time)，利於我們對光子的時間波包進行調製。

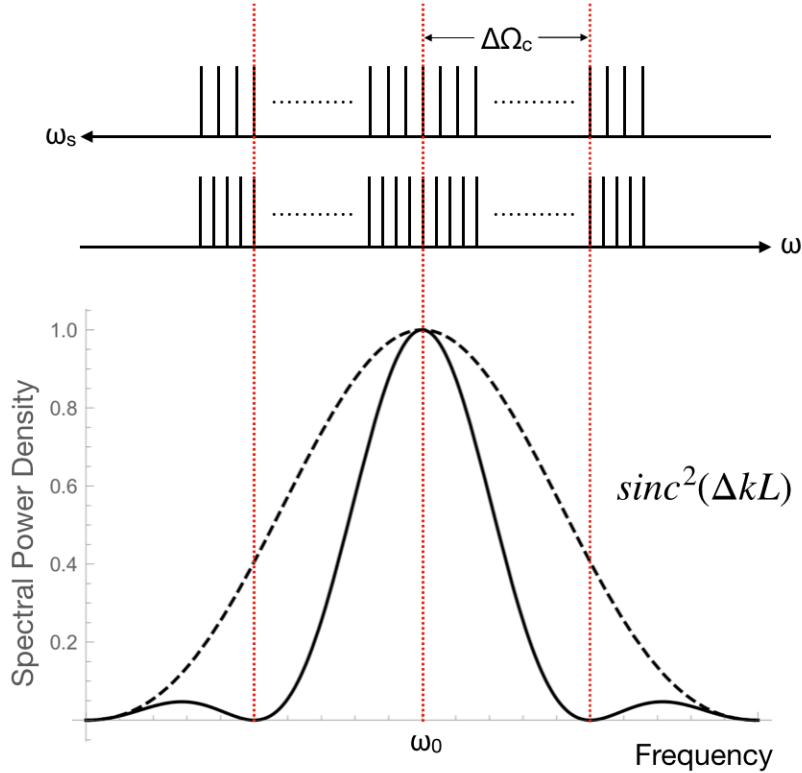


圖 3.9: 雙光子產生機制，下半部為晶體之增益曲線；上半部為共振模態， ω_s 與 ω_i 互相重疊的部分為符合能量守恆條件的模態。僅有在增益曲線內且符合能量守恆的模態會被產生。

實驗上會將產生出來的雙光子對經過 PBS (polarization beam splitter)，將訊號分為 signal 和 idler，以 idler 做為觸發訊號，先對 idler 進行測量，這時另一顆光子 signal 被稱為前驅單光子 (heralded single photon)，此為我們實驗使用之單光子源，會再讓其經過 ^{87}Rb 原子氣體管與 EOM，讓光子被吸收或對其進行相位的調製，並做 $G^2(\tau)$ [9] 的測量， $G^2(\tau)$ 的定義如 (3.2)。

$$G^2(\tau) = \langle a_i^\dagger(t + \tau) a_s^\dagger(t) a_s(t) a_i(t + \tau) \rangle \\ = R^2 + \frac{4\Gamma_s \Gamma_i}{\Gamma_s + \Gamma_i} \begin{cases} e^{\Gamma_s \tau} & , \tau < 0 \\ e^{-\Gamma_i \tau} & , \tau > 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

此為二階強度關聯函數 (second-order intensity correlation function)， τ 為兩顆單光子抵達探測器 (SPCM-AQRH-14-FC, Excelitas Technologies) 的時間差，式 (3.2) 中的 R^2 項為不具時間關聯之單光子，在激發強度弱的時候它會遠小於雙光子的訊號，所以

實驗上我們可以將式 (3.2) 簡化成式 (3.2) 來分析。在符合準相位匹配條件時能最有效率的產生雙光子，實際測量結果如圖 3.10，此光子之時間波包寬度約為 50 ns，將波包雙邊的衰減時間 Γ_s 及 Γ_i 帶入式 (3.4)[7]，可計算出光子的頻寬約為 4.5 MHz。

$$G^2(\tau) = \frac{4\Gamma_s\Gamma_i}{\Gamma_s + \Gamma_i} \begin{cases} e^{\Gamma_s\tau} & , \tau < 0 \\ e^{-\Gamma_i\tau} & , \tau > 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\Delta\omega = [(\sqrt{\Gamma_s^4 + 6\Gamma_s^2\Gamma_i^2 + \Gamma_i^4} - \Gamma_s^2 - \Gamma_i^2)/2]^{1/2} \quad (3.4)$$

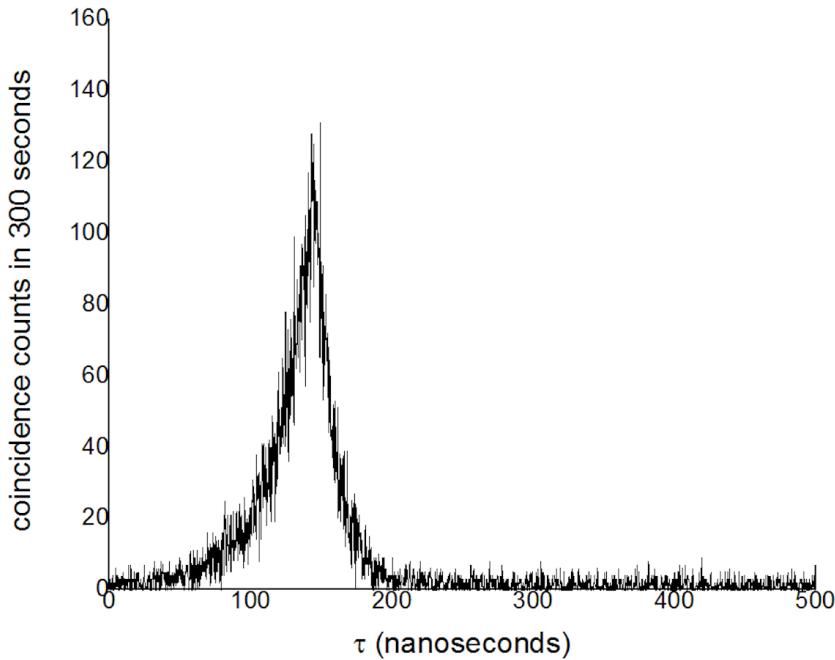


圖 3.10: 紛纏光子對之 $G^2(\tau)$ 量測

為了找到符合準項未匹配條件的入射光波長與晶體溫度，實驗上會以圖 3.11 的光路架設，將入射紅光的頻率固定在 3771054890 MHz，改變 PPKTP 晶體溫度測量雙光子的產生率 (biphoton rate)，結果如圖 3.12，在 $39.91^\circ C$ 至 $40.10^\circ C$ 有四組符合條件的模態，紅線與黑線分別為有放與沒放 ^{87}Rb 原子氣體管時之測量結果，兩者比較可以發現在第二和第三個的模態中雖有明顯的吸收，但吸收率不高，我們認為這是因為在頻域上晶體所產生的光子為多模 (multi-mode) 而非單模 (single-mode)，同時產生了兩種以上頻率的單光子，儘管其中一個頻率的光子能完全被原子吸收，其他頻率的光子仍會透射，因此無法讓透射率趨近於零。

三、實驗架設

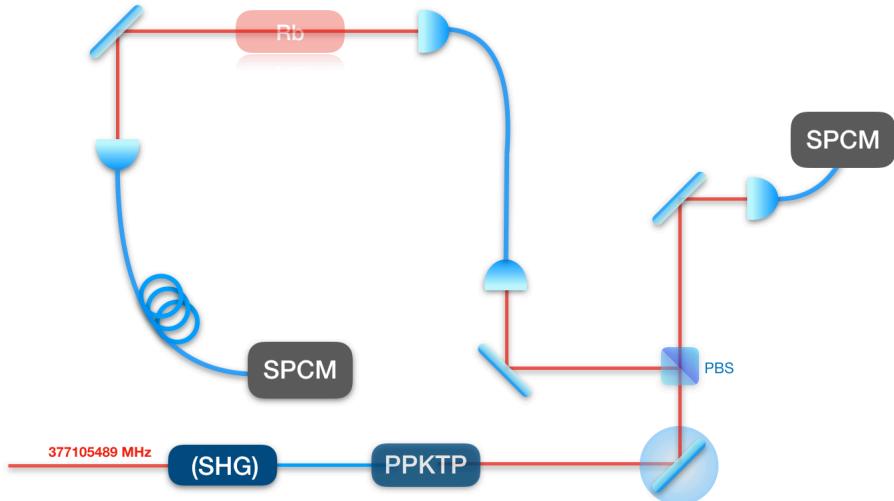


圖 3.11: 固定入射光頻率，調整 PPKTP 晶體溫度測量雙光子的產生率

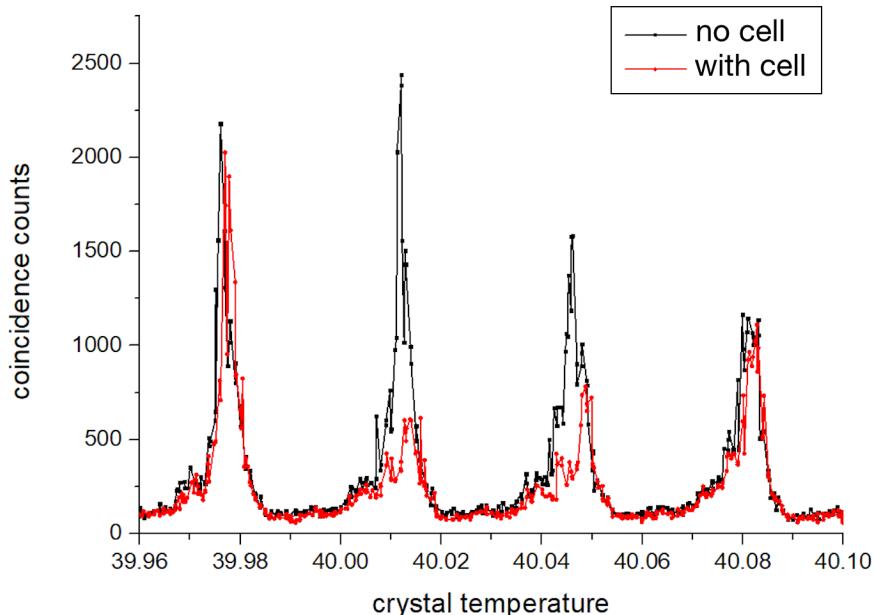


圖 3.12: 調整溫度測量雙光子產生率，黑線為直接對雙光子進行量測；紅線為先讓其中一顆單光子通過 ^{87}Rb 氣體管再測量，其中第二和第三個模態穿透率下降，表示有部分的光被 ^{87}Rb 原子吸收。

以我們使用之晶體的長度與折射率估計，FSR 約為 5 GHz，所以兩個模態的頻率差一定大於 5 GHz，我們可在 ^{87}Rb 氣體管前面加上一個頻寬為 60 MHz 的 Etalon 濾波器（參見??），只允許特定頻率附近的光通過，實驗架設如 圖 3.13，先不放 ^{87}Rb 原子氣體管時，比較有無 Etalon 濾波器時測量之結果，如圖 3.14，黑色為沒放 Etalon 濾波器時測量到的訊號，紅色為經過 Etalon 濾波後之訊號，兩者相比可看出，有放 Etalon 濾波器時能將其他產生效率較低的模態過濾掉，一次只讓一個特定頻率區間內的光通

過。此時再將 ^{87}Rb 原子氣體管放回光路，並對其中第二和第三個模態進行相同的量測，結果如圖 3.15 藍線，濾波後的光幾乎完全被 ^{87}Rb 原子吸收，與圖 3.12 相比可明顯看出，我們的單光子源的確是多模，含有兩種以上的頻率的成分，所以光才無法被完全吸收。

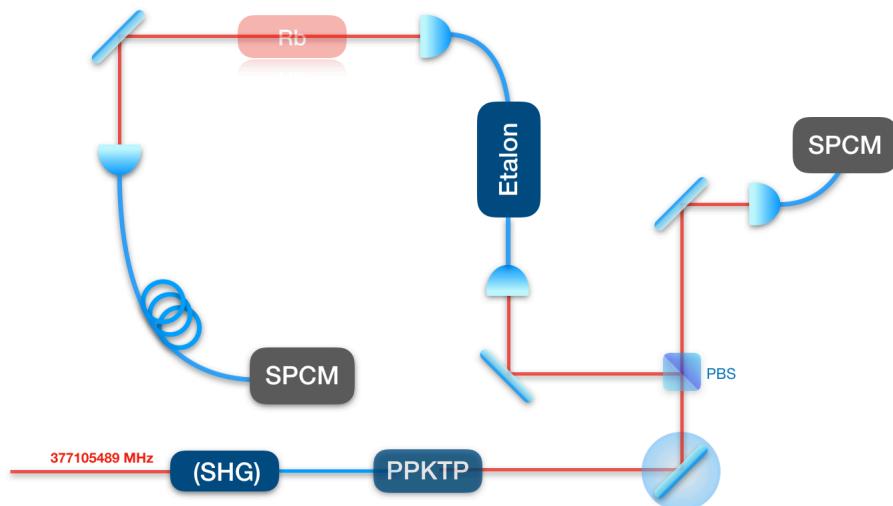


圖 3.13: 固定入射光頻率，調整 PPKTP 晶體溫度測量雙光子的產生率（加上 Etalon 濾波器）

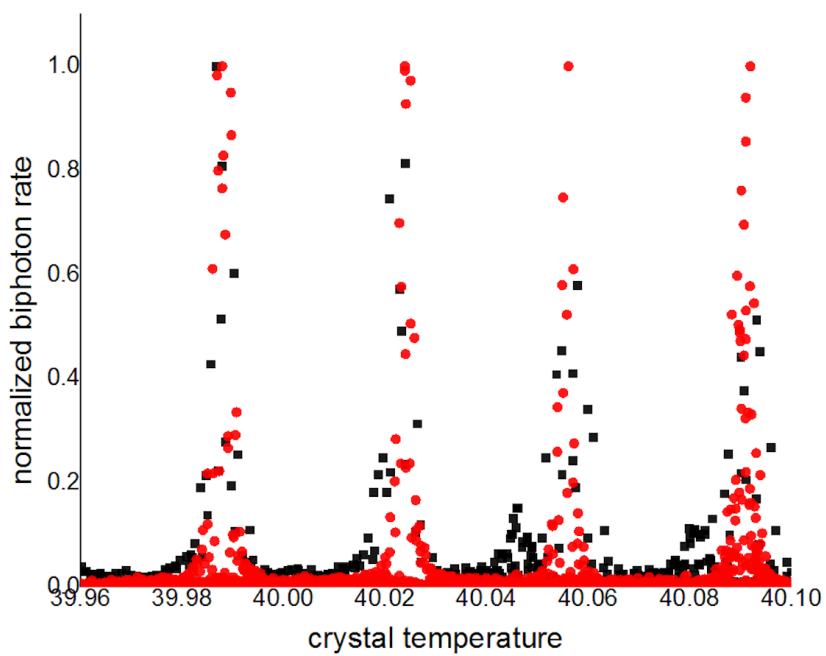


圖 3.14: 在沒放 ^{87}Rb 原子氣體管時之測量。黑色為無 Etalon 濾波器時測量之訊號，紅線為有加上 Etalon 濾波器測量到的訊號，兩者相比可看出，加上 Etalon 濾波器後測量到的頻寬較小，代表有部分的光被濾掉了

重畫圖

三、實驗架設

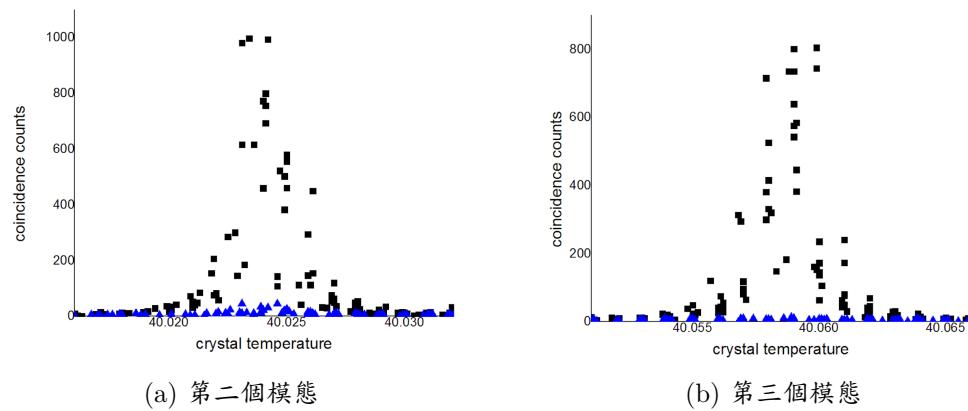


圖 3.15: 加上 Etalon 濾波器之後，測量光子對原子之穿透率。黑色為未放 ^{87}Rb 原子時測量到的訊號，藍色為放了 ^{87}Rb 原子後測量到的訊號，光幾乎完全被 ^{87}Rb 吸收。

四、實驗架設與結果討論

本章為實驗的主軸，會從光源的製備出發，介紹實驗上會用到兩種不同光源的產生機制。再介紹光路的架設與其測量上限制，且會在同樣的架設下，分別以兩種不同的光源去測量，交叉驗證不同系統下實驗的結果，並與前幾章的理論計算比較，探討可能產生誤差的原因，以實際的狀況去修正理論模擬，讓計算結果更貼近測量數據，

4.1 雷射頻譜量測

實驗光路架設如圖 4.1，我們將窄頻雷射通過兩台 EOM 對其進行相位調製，第一台為展頻用，第二台用來做反向的調製還原頻譜，再以 Fabry-Perot 干涉儀去測量頻譜。

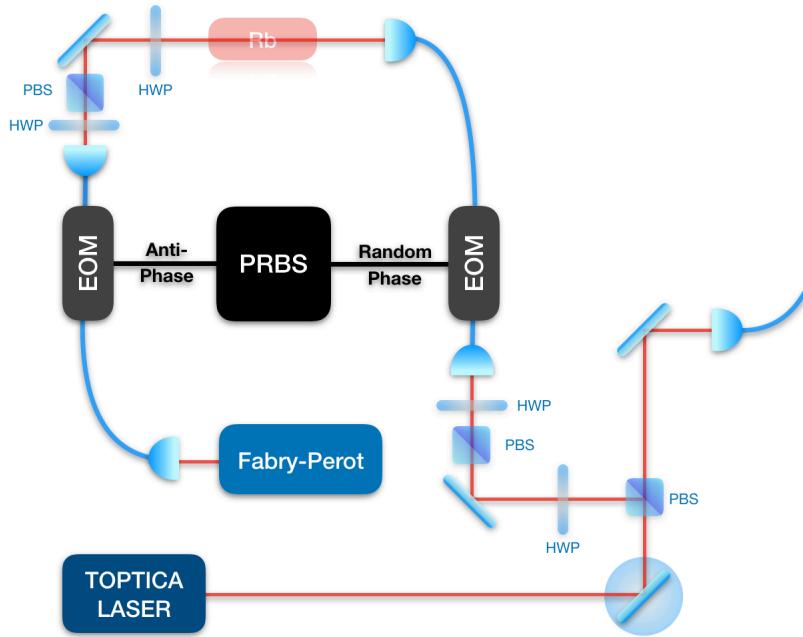


圖 4.1: 雷射頻譜量測光路圖

在兩台 EOM 都關閉的情況下，可以測到波長 795 nm 雷射的頻譜，結果如圖 4.2，

以此 Fabry-Perot 的解析度掃出的雷射頻寬約為 60 MHz。

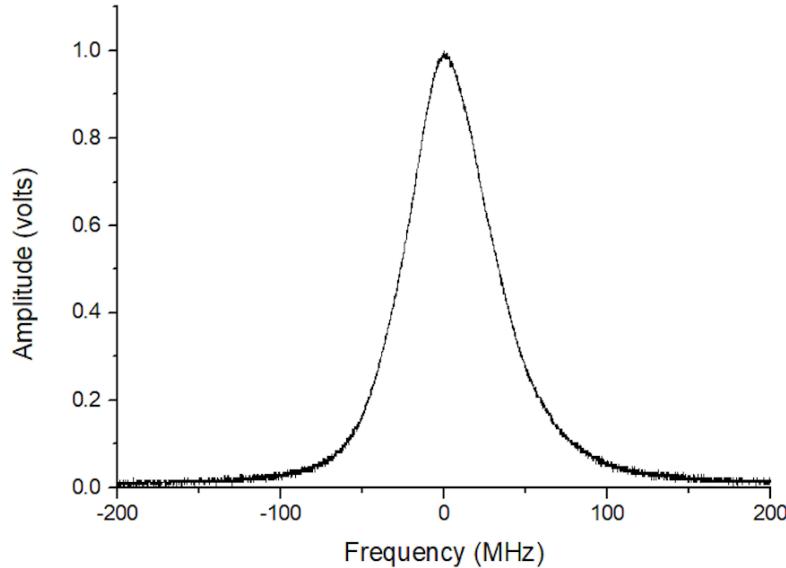


圖 4.2: 以頻寬 60MHz 的 Fabry-Perot 干涉儀掃出之雷射頻譜

若只開啟第一台 EOM，在 10 Gb/s 隨機訊號的調製下可將窄頻雷射光的頻譜展至正負 10 GHz 寬，但由於我們使用的 Fabry-Perot 干涉儀 FSR 僅 10 GHz，無法涵蓋完整的頻率分佈區間，這會使測量的結果失真，所以下面會先以 2 Gb/s 的訊號來測試展頻的結果是否符合理論模擬。

4.1.1 2 Gb/s 隨機訊號之相位調製

先以 2 Gb/s 隨機訊號進行相位調製，只開啟第一台能將頻譜展至 ±5 GHz 寬，如圖 4.3。

頻譜的形狀大致上與理論相符，但在 ±2 GHz 的位置有一個突起的訊號，這是由於隨機訊號的上升與下降時間不夠快所致，若在數值模擬中把隨機訊號加上約 100 ps 的上升與下降時間（如圖 4.4），則會出現類似的結果，如圖 4.5。

此外，還可隱約看出該頻譜的包絡線有週期振盪的訊號，因為我們使用的隨機訊號實際上是個重複出現的週期訊號，每個週期有 $2^{31} - 1$ 個位元，若把位元數調為 $2^{15} - 1$ 或者 $2^7 - 1$ 則可看到週期更大的震盪訊號，測量結果如圖 4.6。

從以上測量的頻譜可以看出，調製後的頻寬與理論計算的結果一致，所以我們認為 10 Gb/s 的隨機訊號能將訊號展至 ±10 GHz 寬。

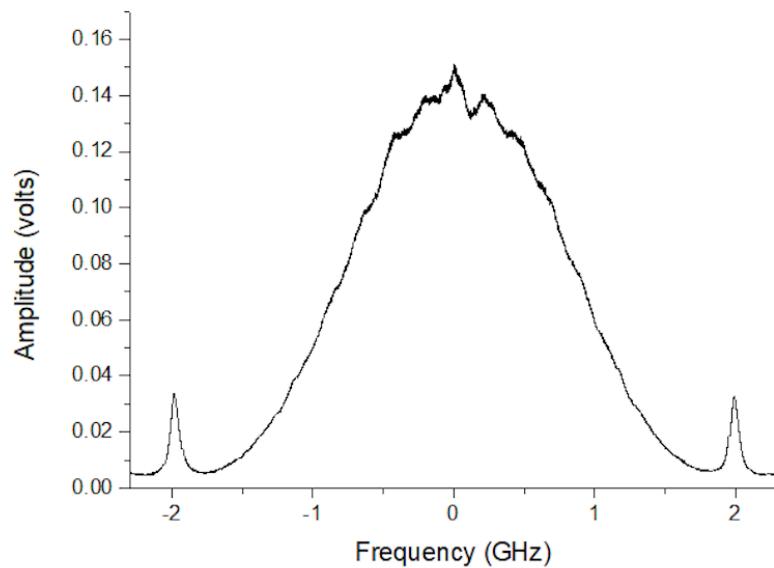


圖 4.3: 2 Gb/s 訊號之展頻頻譜

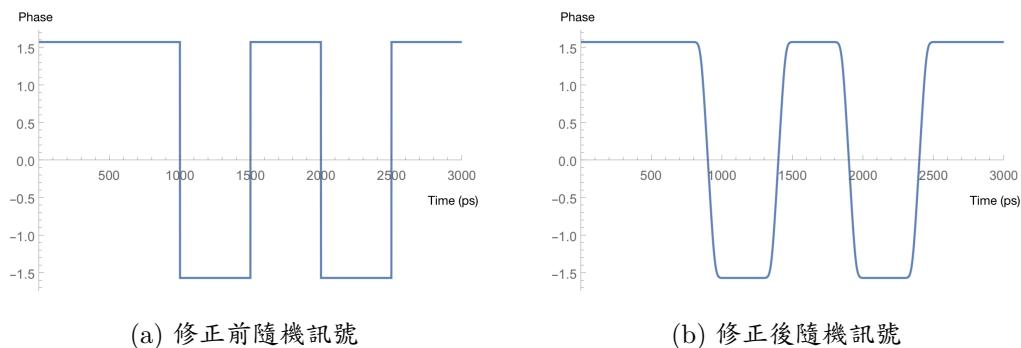


圖 4.4: 隨機訊號修正，加上上升時間與下降時間。

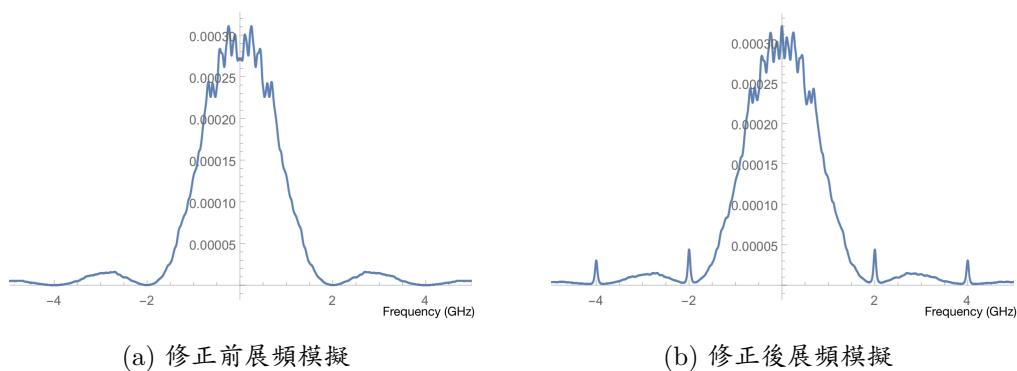
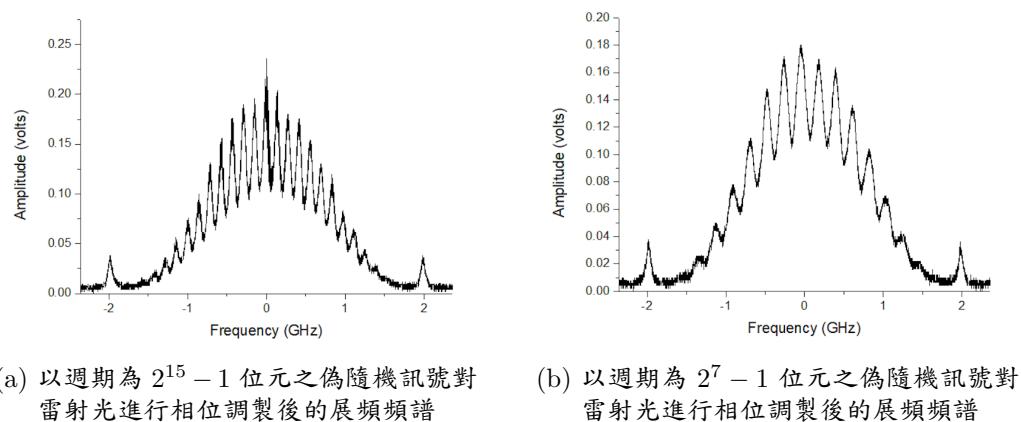


圖 4.5: 隨機訊號之上升與下降時間對頻譜之影響，隨機訊號加了上升與下降時間後的模擬更貼近實驗結果。



(a) 以週期為 $2^{15} - 1$ 位元之偽隨機訊號對
雷射光進行相位調製後的展頻頻譜

(b) 以週期為 $2^7 - 1$ 位元之偽隨機訊號對
雷射光進行相位調製後的展頻頻譜

圖 4.6: 偽隨機訊號週期與展頻頻譜振盪之關係

4.1.2 10 Gb/s 隨機訊號之相位調製

當兩台 EOM 同時開啟時，理論上要能將展寬的頻譜還原成調製前的狀態，但從圖 4.7 的實驗結果可以看出，壓縮回來的頻譜與調製前相比，中心頻率的強度僅為本來的 80%，若將電壓放大來看（如圖 4.8）可以觀察到，在調製前所有能量皆集中於中心頻率附近，但經過兩台 EOM 調製後，仍有部分能量分散在其他頻率沒被還原，導致中心頻率的強度降低。造成頻譜還原效果不佳的可能原因為，兩個隨機訊號的形狀與穩定度皆不同（如圖 4.9），使相位無法被反向調製，還原成最初的狀態。

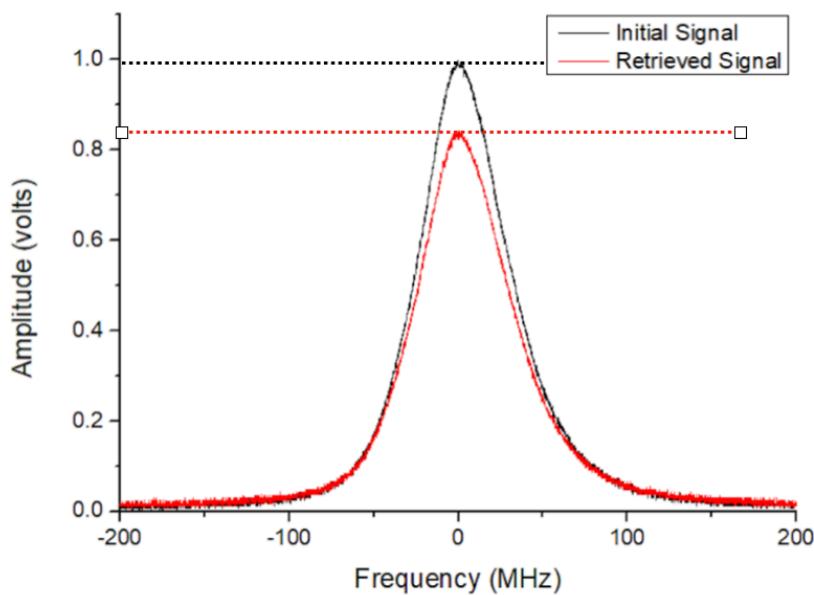


圖 4.7: 10 Gb/s 訊號壓縮後頻譜

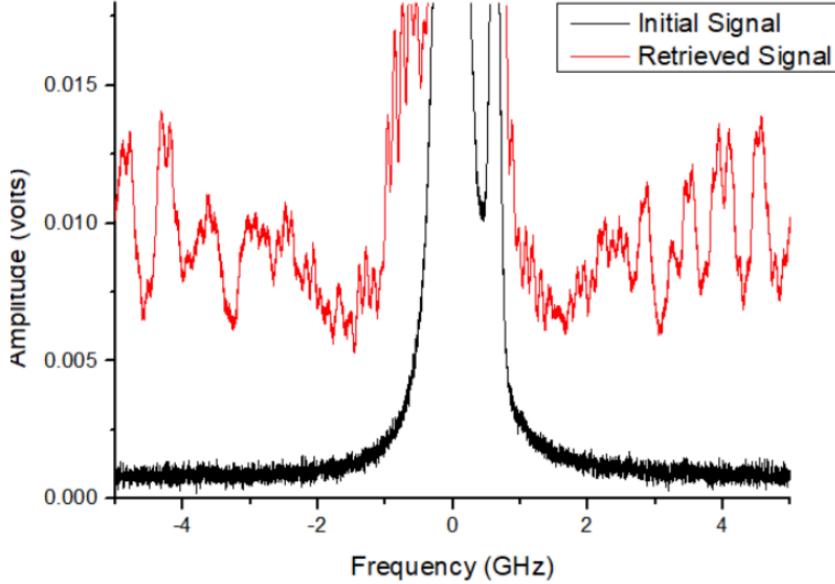


圖 4.8: 放大後之電訊號，黑線為未經調製的雷射頻譜，紅線為經兩次調製後還原的訊號，雖能大致上將頻寬從 10 GHz 壓回 60 MHz，但從圖中可觀察到，中心以外的頻率仍能測到一些訊號，仍有部分的能量分散在其他頻率沒被還原。

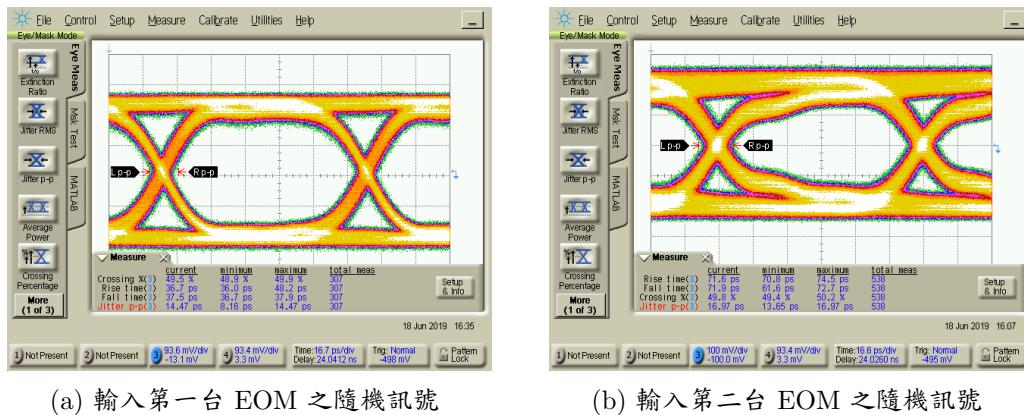


圖 4.9: 經過放大器，進入 EOM 用以調製的兩組隨機訊號眼圖

4.2 經隨機相位調製後之 ^{87}Rb 原子吸收譜

在章節 2.4.1 中，我們探討了隨機相位調製對於 ^{87}Rb 原子吸收率之影響，特定頻率光能被原子完全吸收，但在經過隨機相位調製後能大幅降低原子的吸收率。在此小節中，我們會對光進行隨機相位調製，並連續的調整雷射光頻率，去測量調製後的光對 ^{87}Rb 原子的穿透率，以掃出此時的 ^{87}Rb 原子吸收譜。

實驗架設如圖 4.10，只開啟第一台 EOM 將雷射光的頻寬從約 1 MHz 展至 10 GHz，再讓光通入 ^{87}Rb 原子氣體管，測量結果如圖 4.11 紅線，經展頻後，無論在哪個頻率下光皆能大部分透射原子，若與調製前測得的頻譜（圖 4.11 黑線）相比，在

377105000 GHz 與 377112000 GHz 時光本來會被完全吸收，調製後卻有 75% 能透射原子團，如隱形了一般，由此可知，展頻能部分避免光子被吸收，有效降低環境的影響。

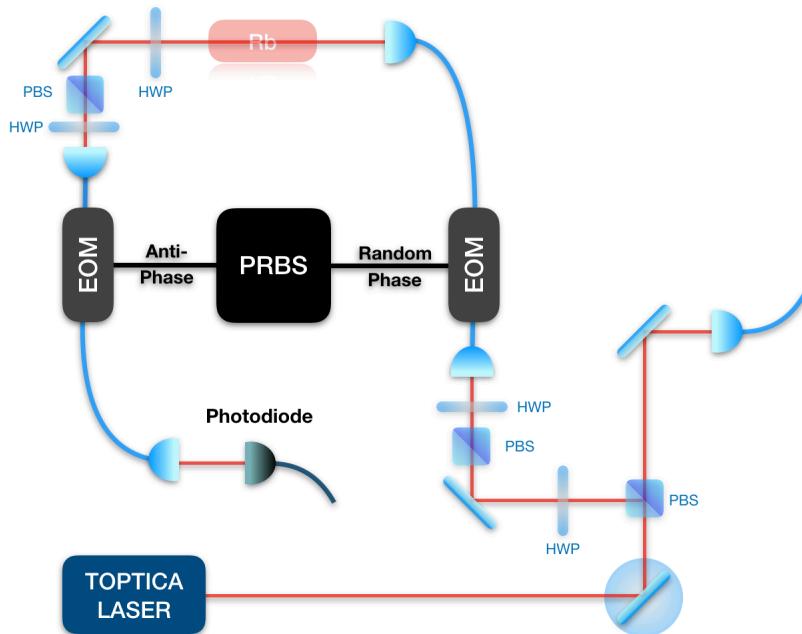


圖 4.10: 展頻雷射光 ^{87}Rb 原子吸收譜測量光路圖

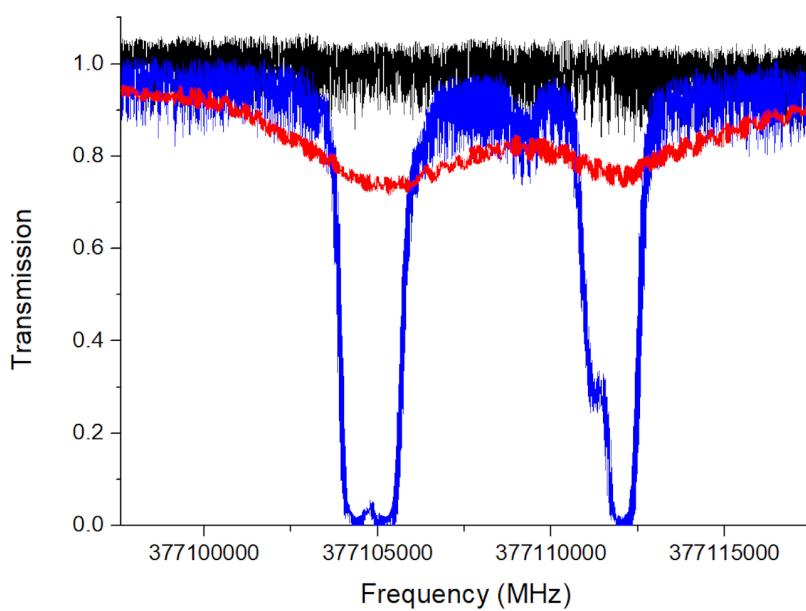


圖 4.11: 調製後的 ^{87}Rb 原子吸收譜，黑線為沒放 ^{87}Rb 原子氣體管時的訊號；藍線為調製前 ^{87}Rb 原子氣體管的吸收譜；紅線為展頻後的吸收譜。

4.3 單光子隨機相位調製對原子吸收之影響

從圖 3.15 的量測結果可知，當我們將紅光雷射的頻率固定於 377105890 MHz，將晶體溫度調至 40.023°C 時能產生會被 ^{87}Rb 原子吸收之單光子，為了確定該光子之頻率，我們使用 Etalon 濾波器，連續的調整濾波器的溫度，改變允許光通過的頻率，直到能在濾波器後面測到單光子的訊號，在測到訊號時固定濾波器的溫度，將光源改為紅光雷射，且連續的改變其頻率，直到雷射光能通過 Etalon 濾波器，此時的雷射光頻率為 377112294 MHz，即是單光子之頻率。

知道單光子的頻率後，即可開始對光子進行相位調製與相關測量，光路架設如圖 4.12 在這個架設中，我們可以測量隨機相位調製對於 ^{87}Rb 原子吸收率之影響。

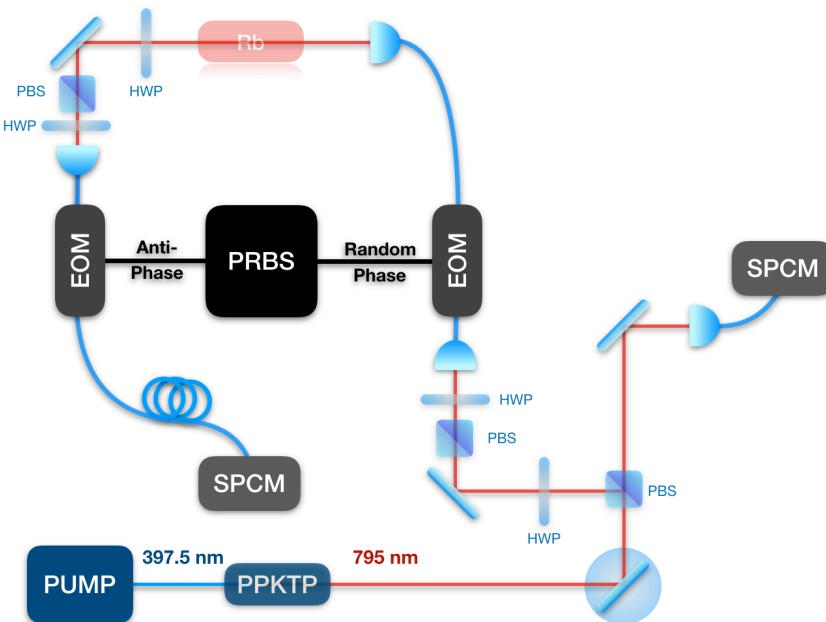


圖 4.12: 單光子量測光路圖

如章節 3.5.2 所述，我們晶體產生的單光子源非單模 (single-mode)，在這組準相位匹配條件 (quasi phase matching condition) 下，同時有兩種以上頻率的光符合共振條件而被產生，所以在兩台 EOM 都關閉時，未經調製的窄頻光子通過 ^{87}Rb 原子氣體管不會完全被吸收，若對其進行 $G^2(\tau)$ 測量，會測到一些訊號，如圖 4.13，若要去除那些光子對實驗的影響，在此小節的數據處理上，我們直接將其當作雜訊扣除，只保留主要模態的光；下一小節的實驗中，我們會外加一個 Etalon 濾波器，只讓 377112294 MHz 附近的光通過。

若開啟第一台 EOM，以 10 Gb/s 的隨機訊號對單光子進行相位調製，可以讓單光

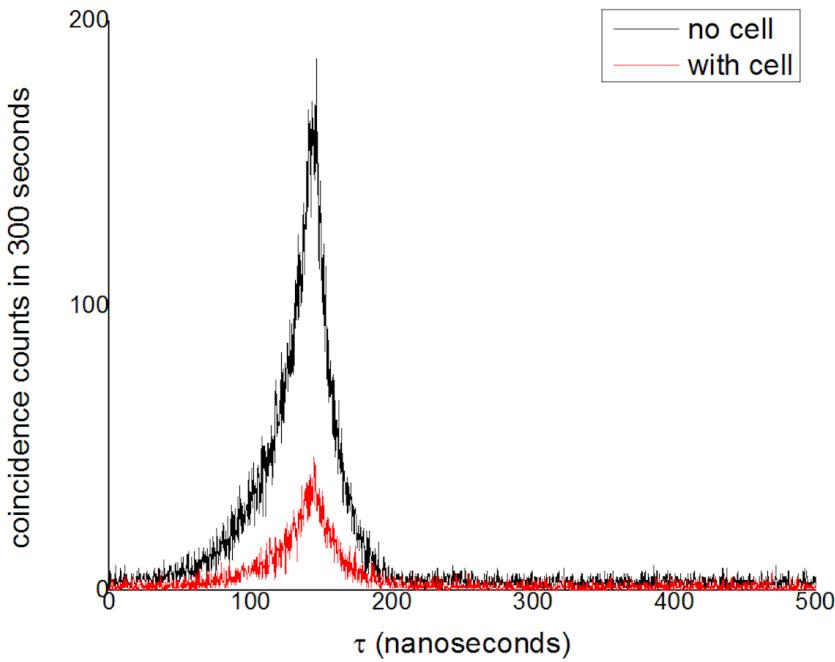


圖 4.13: 單光子通過 ^{87}Rb 原子氣體管之 $G^2(\tau)$ 量測，黑線為沒放氣體管時測到的訊號，放了氣體管後，其他模態的光因不在吸收頻率附近而能透射原子團不吸收，所以會測到紅線的訊號。

子的頻寬從 4.5 MHz 展至 10 GHz，使大部分的光可以透射 ^{87}Rb 原子氣體不被吸收，扣除雜訊後的 $G^2(\tau)$ 的測量結果如圖 4.14a，本該被原子吸收的光，因展頻而有能 76% 的透射率。

此時若將第二台 EOM 也開啟，使頻譜被壓縮且還原，再進行 $G^2(\tau)$ 測量，結果如圖 4.14b，與圖 4.14a 相比，兩者單位時間測得的光子數幾乎相同，可見相位調製僅會改變頻率的分佈，不會影響光強。

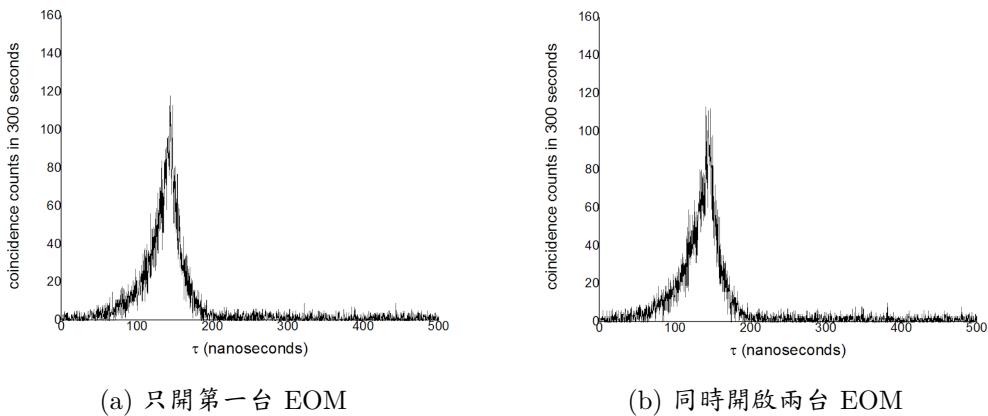


圖 4.14: 相位調製不影響波形與光強，僅改變頻率的分佈。

從前述的結果可知，未經調製的窄頻單光子會幾乎被 ^{87}Rb 原子吸收，無法透射氣

體管，透射率幾乎為零，但經過 10 Gb/s 隨機訊號的調製後，可讓透射率提升至 76%，如同穿上隱形斗篷般，能大部分的光子不會被吸收，不與原子產生交互作用，會直接穿透原子團。

4.4 雷射光隨機相位調製對原子吸收之影響

在上一小節中，我們對單光子進行相位調製，觀察展頻對吸收率之影響，為確定此現象在不同系統下能維持一致性，我們將圖 4.12 光路架設的光源改為雷射光，單光子探測器改用光二極體，並將雷射調至與單光子同樣的波長去進行相同的量測，實驗結果如圖 4.15，與單光子的量測結果相近，調製前的光幾乎會全部被原子團吸收，但經過展頻後的雷射光能有約 80% 的穿透率，也能達到隱形斗篷的效果。

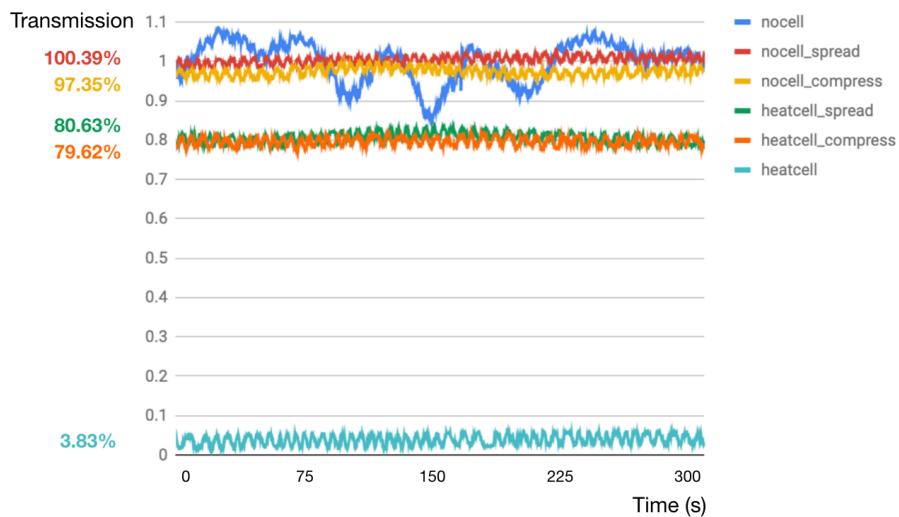


圖 4.15: 雷射光相位調製對穿透率之影響，最上面三條線（藍、紅與黃色）為沒放 ^{87}Rb 原子氣體管時之量測，無論是展頻還是壓縮，相位調製皆不會影響光強；中間兩條線（綠色與橘色）為展頻後通過氣體管所測得的訊號，約 80% 的光能因相位調製而穿透原子團而不被吸收；最下面的藍線為兩台 EOM 關閉時測到的訊號，未經調製的光會幾乎都被原子吸收。

4.5 不同展頻頻寬對吸收率之影響

由章節 2.4.1 的模擬可知，使用越高頻的隨機訊號去展頻可提升光子隱形的效果，為驗證此理論，我們分別使用 2, 4, 6, 8, 10 Gb/s 的隨機訊號去展頻，並透射原子團測量穿透率，實驗結果如圖 4.16，從結果可看出，無論是雷射光或單光子，頻寬越大，吸收率越低；使用越高的頻率去進行調製，確時能增加光子的隱匿性，降低環境或竊

聽者的影響。

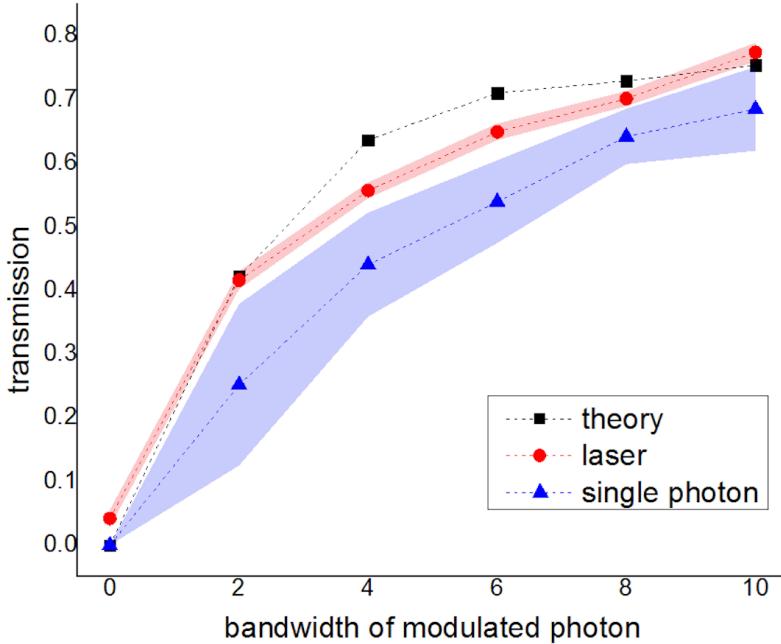


圖 4.16: 黑色為數值模擬；紅線與藍線分別為雷射光與單光子的實驗測量結果，數據點的值為數次測量的平均，帶狀的寬度為測量的標準差。單光子的實驗結果標準差較大是由於晶體溫控穩定度不夠造成的。

此外，可以看出單光子的透射率皆比雷射光低一些，或許是因為單光子較容易被原子團吸收所致。

4.6 單光子頻譜壓縮

從前兩小節的結果可知，使用展頻技術可以有效的降低環境對光子的影響，但若考量到接收訊息端可能會需要光子原始的相位資訊，或者需要讓光子與 ^{87}Rb 原子進行交互作用，我們必須要開啟第二台 EOM 進行反向的調製，盡量使光子還原到原先的狀態，若以圖 4.12 的光路架設，除了第一台 EOM 外，將第二台也開啟，由於相位調製不影響光強與波形，單就 $G^2(\tau)$ 的測量無法得知頻譜的變化，因此要將光路架設改為圖 4.18，在單光子探測器前加上 Etalon 濾波器，限制只讓頻寬 60 MHz 內的光通過，如此一來，只要能測到訊號就代表部分光子的頻寬有被壓窄至 60 MHz 內，另一方面，這也可以將上一小節及提的雜訊去除。

以圖 4.18 的光路架設，只開啟第一台 EOM 時，被展頻的單光子能大部分透射原子團，但由於 Etalon 的過濾，頻寬 10 GHz 的光子幾乎無法抵達探測器，因而測不到

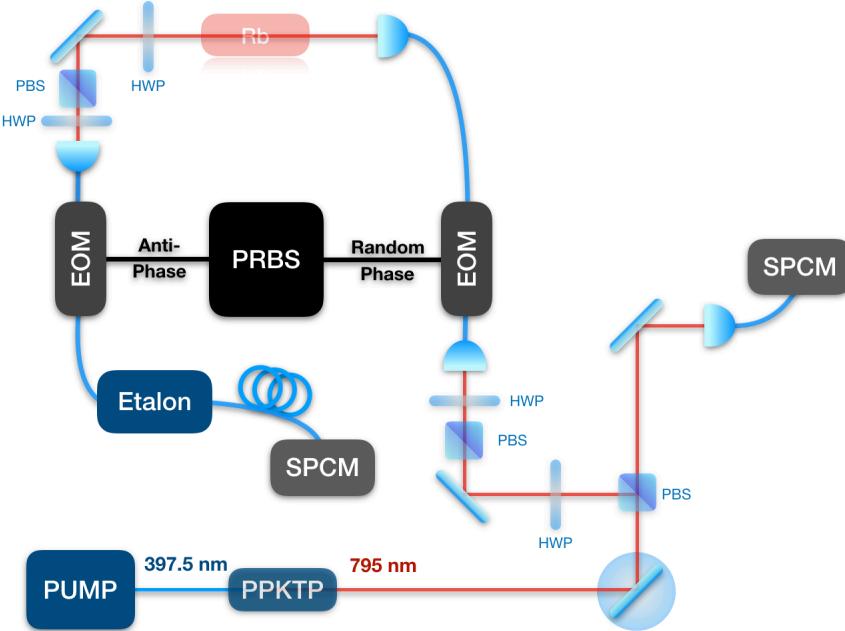
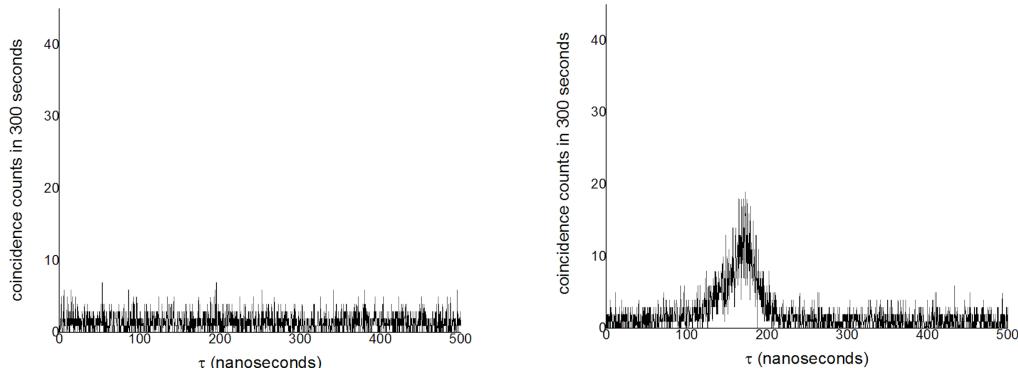


圖 4.17: 加上濾波器之單光子量測光路圖

明顯的訊號，結果如圖 4.18a。若將第二台 EOM 也開啟，將已展頻且被部分吸收的單光子頻譜壓縮，則能再次測到訊號，如圖 4.18b，與調製前且沒放氣體管時的初始訊號相比，透射率為 42.3%。



(a) 只開啟第一台 EOM，將展頻單光子通過原子團，雖然能大部分透射不被吸收，但由於光子的頻寬 10 GHz，遠小於 Etalon 濾波器的 60 MHz，所以測不到訊號。

(b) 兩台 EOM 同時開啟，將已展頻的單光子頻譜壓縮，使光子再次現形，能透射 Etalon 濾波器，被探測器偵測到。

圖 4.18: 加上 Etalon 濾波器之單光子 $G^2(\tau)$ 量測

為了知道原子吸收對於單光子頻譜的壓縮有何影響，我們以同樣的光路架設，在沒放 ^{87}Rb 原子氣體管時同時開啟兩台 EOM，測量結果如圖 4.19 黑線，與調製前的訊號相比，透射率為 77.9%；放上 ^{87}Rb 原子氣體管後的訊號為紅線，透射率為 42.3%。

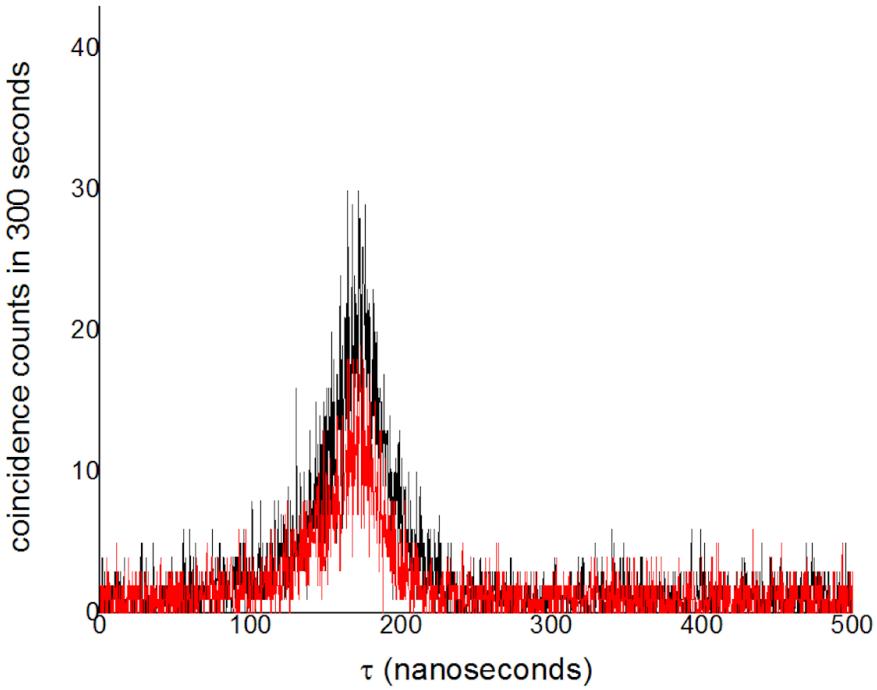


圖 4.19: 在兩台 EOM 同時開啟時測量 $G^2(\tau)$ ，黑線為沒經過 ^{87}Rb 原子氣體管時之量測；紅線為透射 ^{87}Rb 原子氣體管之訊號，兩者總光子數的比值為 54.3%。

4.7 雷射光頻譜壓縮

同樣的，我們將上一小節的架設中的光源換成雷射光，單光子探測器改為光二極體，如圖 4.20，且進行同樣的測量，結果如圖 4.21，與單光子的量測結果相近，經展頻後再壓縮的光，約 70% 能通過 Etalon 濾波器，若在中間放氣體管使部分光被吸收，僅 40% 的光能通過 Etalon，被重新將頻寬還原至 60 MHz 內。

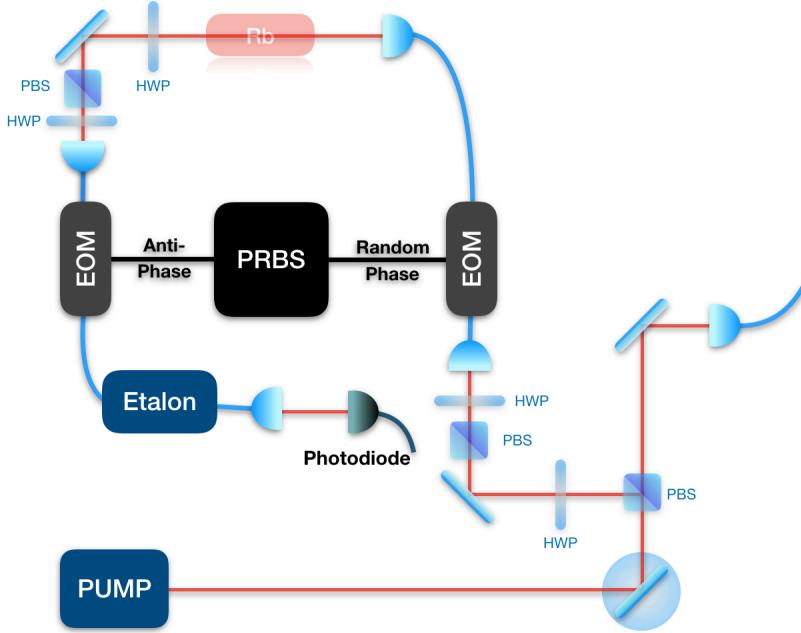


圖 4.20: 加上濾波器之雷射光量測光路圖

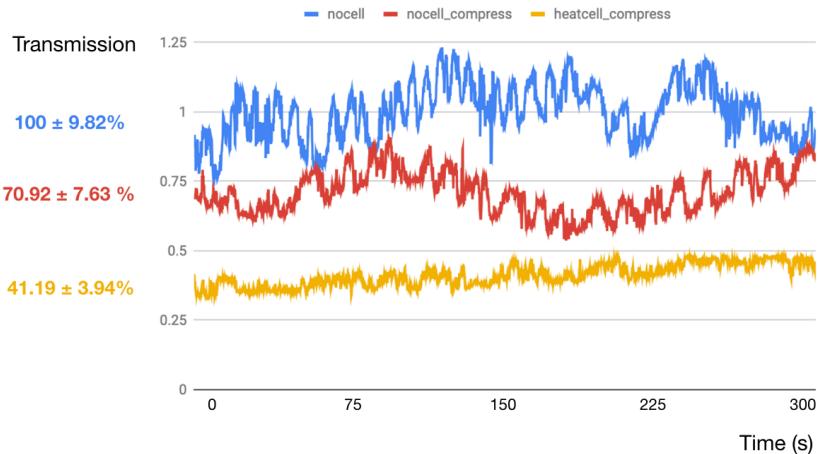


圖 4.21: 原子吸收對雷射光壓縮品質比較圖

4.8 誤差分析與模擬修正

由相位調製的基本原理可知，若輸入兩台 EOM 的隨機訊號符合式 (2.7) 的條件，則能完美的將光的相位與頻譜還原成最初的狀態，在我們實驗中所使用的窄頻雷射與單光子，頻寬皆遠小於 Etalon 濾波器的頻寬，在沒原子團吸收的狀況下，被展頻再壓縮的光應該要能 100% 通過 Etalon，這與實驗測量的結果不符，我認為主要的可能原因為隨機訊號的品質不佳所致，兩個訊號從 PRBS 輸出時的波形如圖 4.22，兩者

形狀不一致，且上下不對稱，若在經過延長線與高頻訊號放大器波形則變為圖 4.23，兩者變得更不一致，有著不一樣的波形、穩定度、上升時間、下降時間與交叉位置(crossing)，這些因素都會使兩台 EOM 的調製無法互相抵消，讓相位無法還原至最初的狀態。除此之外，也有能是因為兩台 EOM 對高頻訊號的響應不同，也會影響調製的結果。

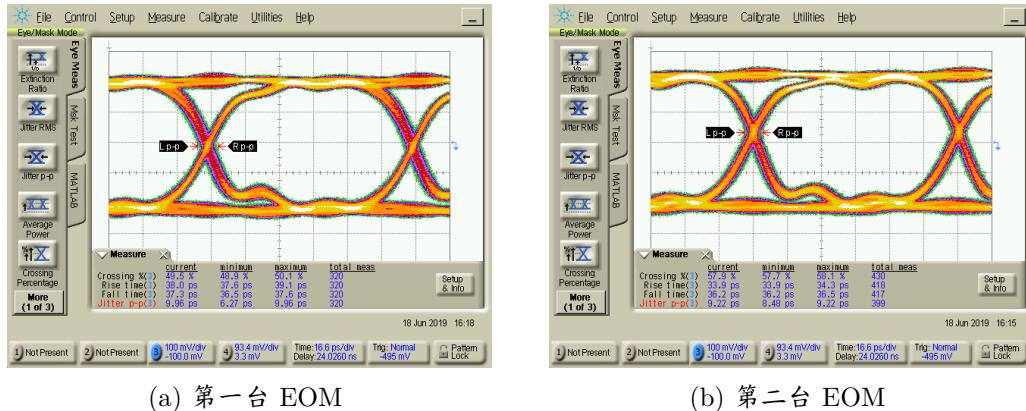


圖 4.22: PRBS 輸出之訊號眼圖（放大前）

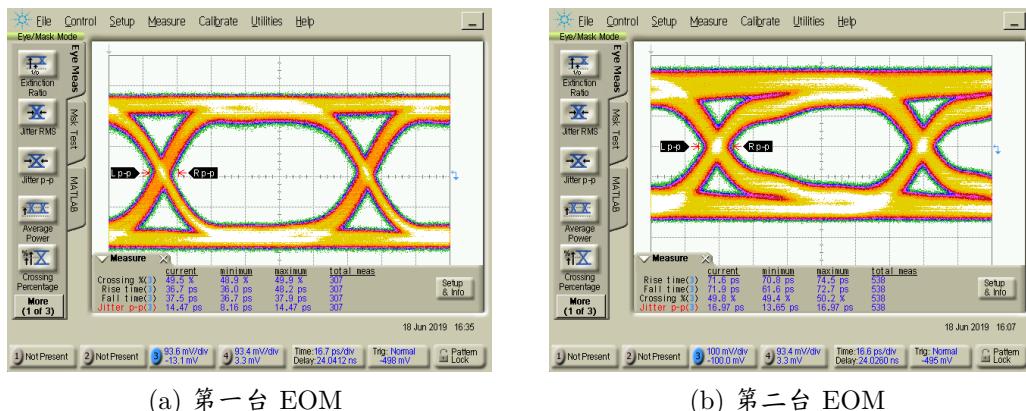


圖 4.23: PRBS 輸出之訊號眼圖（放大後）

為了確認上述的因素所造成的影響，根據圖 4.23 的測量結果，修正模擬時使用的隨機訊號，修正的參數如表 4.1，模擬的電訊號如圖 4.24。

使用修正後的隨機訊號進行展頻、吸收與壓縮的模擬，可讓計算的結果更貼近實驗的測量，以下將整理理論與實驗的結果整理成表 4.2 與表 4.3，從表中可觀察到，經過修正後的理論模擬更接近實驗的結果，由此可知，想要有效地使用展頻技術，電訊號的品質起了關鍵的作用，需要有更好的訊號產生器與線材才可以將調製的訊號還原成原始的模樣。

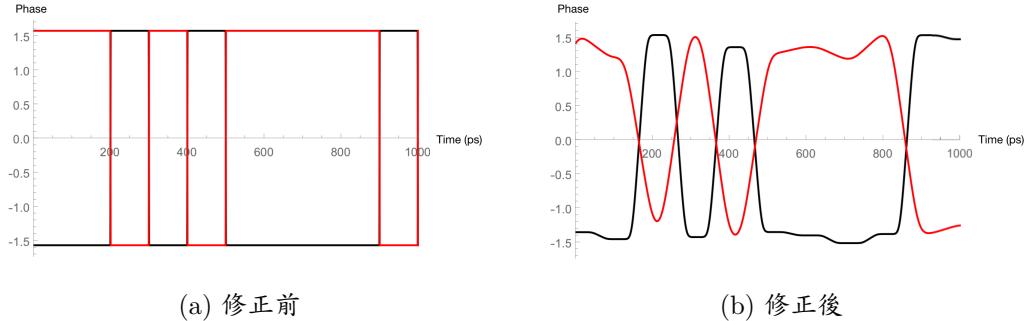


圖 4.24: 理論模擬使用的隨機訊號，黑線與紅線分別為輸入第一台和第二台 EOM 之電訊號。

表 4.1: 數值模擬參數修正

	jitter	amplitidu	rising & falling
EOM 1	14 ps	$\pm 7.7\%$	38 ps
EOM 2	16 ps	$\pm 16.7\%$	74 ps

表 4.2: 展頻後的光經過 ^{87}Rb 原子氣體管之透射率（無 Etalon 濾波器）

無 Etalon	理論		實驗	
	修正前	修正後	雷射光	單光子
穿透率	79.1%	73.8%	77.38%	68.48%

表 4.3: 展頻後壓縮的光經過 Etalon 濾波器之透射率

有 Etalon	理論		實驗	
	修正前	修正後	雷射光	單光子
無通過氣體管	100.0%	88.9%	77.9%	70.9%
有通過氣體管	67.6%	45.6%	42.3%	41.0%

五、總結

我們示範了如何將展頻技術運用於量子通訊，能以更隱密的方式傳輸光子，讓單光子免於被躍遷頻率同其頻率的原子吸收或偵測，可以提升量子密鑰分發 (Quantum Key Distribution) 與量子多工技術 (Qauntum Multiplexing) 在傳輸過程中之安全性。

實驗上我們透過調控雙光子波包之相位來改變光子的頻寬，當頻寬被展至越寬時，光子與原子之交互作用越小。除了單光子以外，我們還用雷射光進行相同的量測來確定理論的正確性與一致性。從實驗結果可知，以越高速的隨機訊號對光子進行相位調製，越能提升光子的隱匿性，且我們能從實驗的誤差去修正理論模擬，了解在實際上儀器的品質如何影響調製的效果。

在未來的應用上，雖然使用高速的訊號對光子做相位調製能有越好的隱匿性，但因受限於儀器，包括線材與訊號產生器，越快的訊號越不穩定，會越難將訊號還原成初始的狀態，所以必須根據實際的需求與設備，在安全性與資料傳輸效率或訊號品質之間取捨。

參考文獻

- [1] M. K. Simon, J. K. Omura, R. A. Scholtz, and B. K. Levitt, *Spread spectrum communications*. Computer science press Rockville, MD, 1985, vol. 1.
- [2] R. Pickholtz, D. Schilling, and L. Milstein, “Theory of spread-spectrum communications-a tutorial,” *IEEE transactions on Communications*, vol. 30, no. 5, pp. 855–884, 1982.
- [3] C. Belthangady, C.-S. Chuu, A. Y. Ite, G. Yin, J. Kahn, and S. Harris, “Hiding single photons with spread spectrum technology,” *Physical review letters*, vol. 104, no. 22, p. 223 601, 2010.
- [4] N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel, and H. Zbinden, “Quantum cryptography,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 74, pp. 145–195, 1 Mar. 2002. DOI: 10.1103/RevModPhys.74.145. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.74.145>.
- [5] K. Inoue, E. Waks, and Y. Yamamoto, “Differential phase shift quantum key distribution,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 89, p. 037 902, 3 Jun. 2002. DOI: 10.1103/PhysRevLett.89.037902. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.89.037902>.
- [6] C.-S. Chuu, T. Strassel, B. Zhao, M. Koch, Y.-A. Chen, S. Chen, Z.-S. Yuan, J. Schmiedmayer, and J.-W. Pan, “Quantum memory with optically trapped atoms,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, p. 120 501, 12 Sep. 2008. DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.120501. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.101.120501>.
- [7] C.-S. Chuu, G. Yin, and S. Harris, “A miniature ultrabright source of temporally long, narrowband biphotons,” *Applied Physics Letters*, vol. 101, no. 5, p. 051 108, 2012.
- [8] C.-H. Wu, T.-Y. Wu, Y.-C. Yeh, P.-H. Liu, C.-H. Chang, C.-K. Liu, T. Cheng, and C.-S. Chuu, “Bright single photons for light-matter interaction,” *Physical Review A*, vol. 96, no. 2, p. 023 811, 2017.
- [9] P. Kolchin, C. Belthangady, S. Du, G. Y. Yin, and S. E. Harris, “Electro-optic modulation of single photons,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, p. 103 601, 10 Sep. 2008. DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.103601. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.101.103601>.

附錄 A 法布立—培若干涉儀

雷射光的頻譜可以用掃描式法布立—培若干涉儀（Scanning Fabry-Perot Interferometer）掃出，我們使用的儀器為 SA210-5B (THORLABS)，FSR 為 10 GHz，實際儀器如圖 A.1。



圖 A.1：實驗使用之 Fabry-Perot 干涉儀

此干涉儀的主體為一個共振腔，由兩個高反射率的凹面鏡所組成。當光正向入射腔體時，須滿足式 (A.1) 之共振條件的光才會產生建設性干涉，而能透射共振腔。

$$4nL = m\lambda \quad (\text{A.1})$$

n 為共振腔的折射率， L 為腔長，頻率與透射率的關係圖 A.2，其中 ν_F 稱為 FSR (Free Spectral Range)，定義如式 (A.2)，此參數決定了這個干涉儀適用的掃頻範圍，調整腔長 L 的長度能改變允許透射的頻率，所以若在其中一面鏡子黏上 Piezo，輸入電壓即可微調腔長，改變允許出光的頻率，達到掃頻的效果。

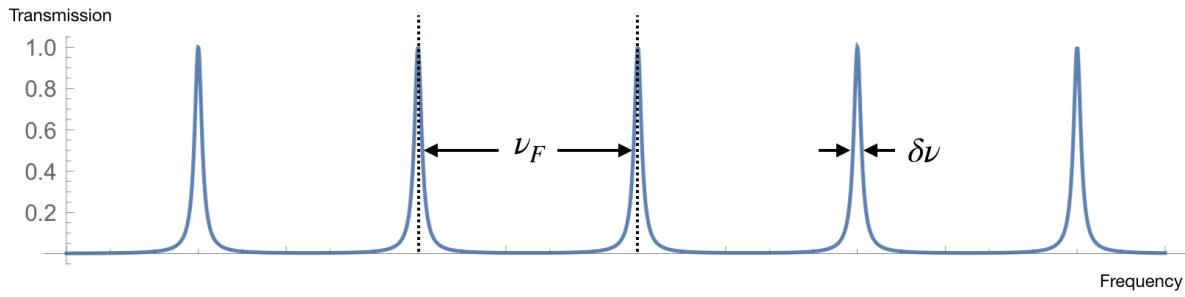


圖 A.2: Fabry-Perot 干涉儀透射頻率

$$\nu_F = \frac{c}{4nd} \quad (\text{A.2})$$

此外，另一個重要的參數為精細度 F (Finesse)，定義如式 (A.3)：

$$F = \frac{\pi R^{1/2}}{1 - R} \quad (\text{A.3})$$

此共振腔的頻寬 (解析度) $\delta\lambda$ 與 F 成反比，關係如式 (A.4)，所以鏡面反射率越高，F 越大，解析度越好。

$$\delta\lambda = \frac{\nu_F}{F} \quad (\text{A.4})$$

為了知道此 Fabry-Perot 干涉儀的頻寬，我們在圖 A.3 的光路架設下，以 Fabry-Perot 干涉儀對我們的窄頻雷射 (頻寬約 1 MHz) 掃頻。使用時要先調整輸入 Piezo 的週期訊號的電壓大小，直到能在一個振盪週期內看到兩個訊號為止，測量結果如圖 A.4，此時兩個訊號的間距即為一個 FSR，也就是 10 GHz。但以示波器 (DPO4104B, Tektronix) 測得的頻譜橫軸為時間 (單位為秒)，我們可從測量結果求得間與頻率之對應關係 (0.8459 秒對應 10 GHz)。接著放大其中一個訊號，測量結果如圖圖 A.5，其半高全寬 (Full Width at Half Maximum, FWHM) 的時間寬度為 0.000498 秒，利用上述之對應關係，即可算出此 Fabry-Perot 干涉儀之頻寬為 58 MHz。

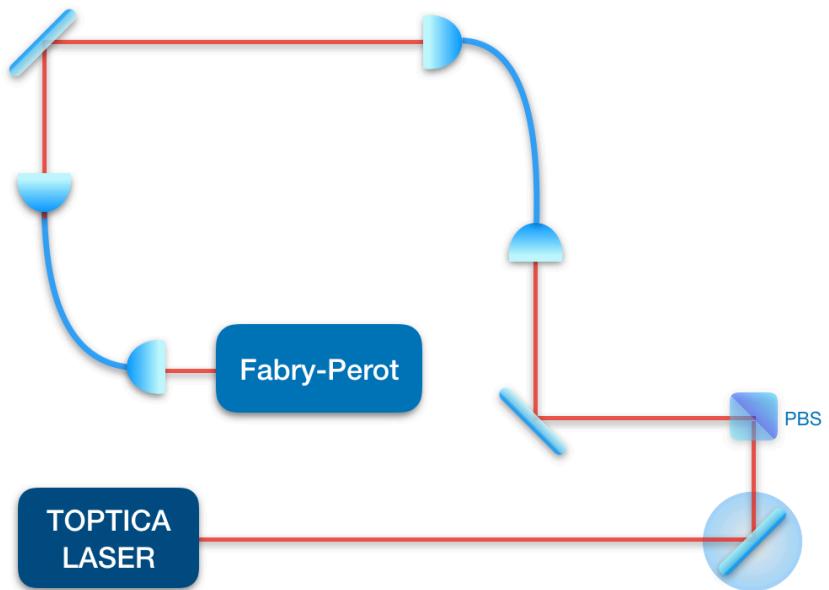


圖 A.3: Fabry-Perot 干涉儀頻寬測量架設圖

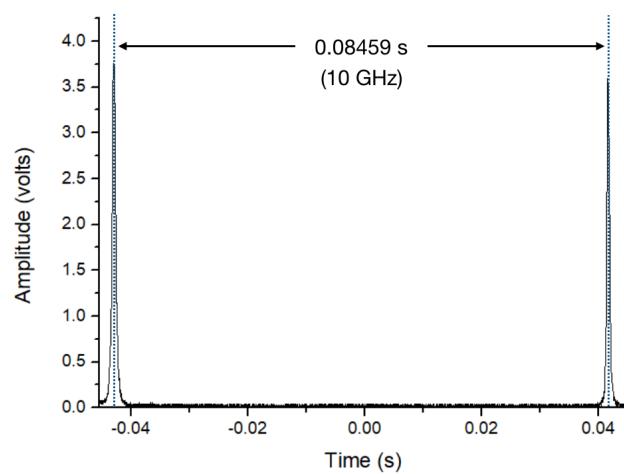


圖 A.4: Fabry-Perot 干涉儀 FSR 測量

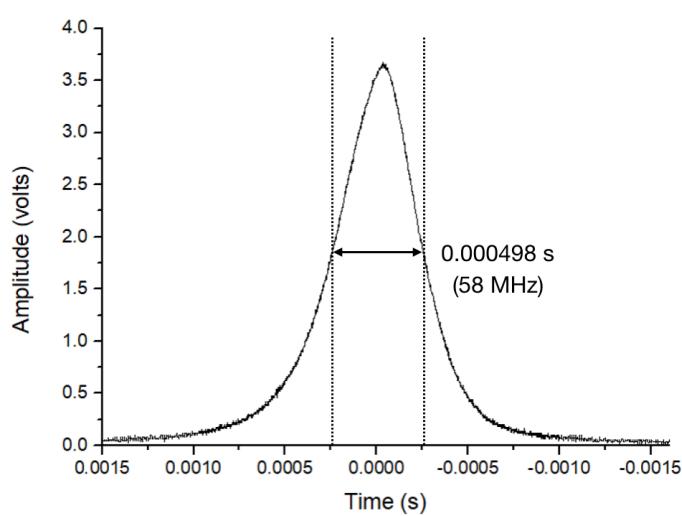


圖 A.5: Fabry-Perot 干涉儀頻寬測量

附錄 B Etalon 干涉儀

與 Fabry-Perot 干涉儀為相同的原理，但 Fabry-Perot 干涉儀的共振腔體為自由空間 (free space)，而 Etalon 干涉儀的共振腔體則為一塊雙折射晶體，兩端為布拉格光柵結構，用以反射光形成共振腔，我們可以用 TEC 和溫控器，精準的調控晶體溫度 T 改變腔長 $L(T)$ ，只讓特定中心頻率 ν 附近的光通過。我們實驗使用的型號為 AF023G (MICRO OPTICS, INC.)，頻寬為 60 HMz，FSR 為 13.6 GHz，裝置如圖 B.1。



圖 B.1: Etalon 濾波器裝置圖

由於腔體是由雙折射晶體製成，所以不同的偏振在內部會有不一樣的行進速度，而會產生兩組不同的模態，所以在實驗優化上，需要將入射 Etalon 干涉儀的光調成與晶軸方向相同的線偏光，才能最有效率的使用濾波器。