

國 立 清 華 大 學

碩士論文

單光子展頻

Spread Single Photon Spectrum

系 所：物理研究所

學 號：105022555

研 究 生：陳奕丞 (Chen, Yi-Cheng)

指導教授：褚志崧 博士 (Prof. Chuu, Chih-Sung)

中 華 民 國 一〇八 年 七 月

Todo list

■ 這樣寫有問題，重新想要如何以數學表達互補的訊號	4
■ 補上型號與重要參數和示意圖	7
■ 補上型號，確定共振腔的物質，與偏振的關係	7
■ G2 簡介與放上 G2 圖	8

單光子展頻

摘要

我們運用對單光子波包的操控，讓單光子免於被躍遷頻率同其頻率的原子吸收或「偵測」，達到隱形斗篷的效果。

關鍵字：關鍵字, 論文, 樣板, 讓我畢業

Spread Single Photon Spectrum

Abstract

Write your English abstract here.

Keywords: Keyword, Thesis, Template, Graduate me

誌謝

感謝中央大學、中央研究院提供的資源。Donald Ervin Knuth 的 $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ ，Linus 與眾多自由軟體好手提供的 GNU/Linux。

另外特別感謝功德大師 sppmg 提供的論文樣板與教學 [1]，讓我將學習 $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 的時間拿來充實論文內容。(以上為 sppmg 自肥 XD)



目錄

	頁次
摘要	iii
Abstract	iv
誌謝	v
目錄	vi
使用符號與定義	xi
一、 實驗背景與動機	1
1.1 古典通訊展頻	1
1.2 量子通訊展頻	1
二、 基本原理介紹	2
2.1 展頻技術	2
2.2 相位調製	2
2.2.1 數學形式	2
2.2.2 單頻波	3
三、 理論模擬	4
3.1 展頻及壓縮	4
3.2 鉀原子氣體吸收	5

四、	實驗方法與架設	6
4.1	儀器介紹	6
4.1.1	隨機訊號產生器	6
4.1.2	電光調製器	6
4.1.3	高頻電訊號放大器	7
4.1.4	Fabry-Perot 干涉儀	7
4.1.5	Etalon 干涉儀	7
4.2	單光子光源製備	8
4.3	光路架設	8
4.3.1	古典光量測	8
4.3.2	量子光量測	8
五、	實驗結果與討論	9
5.1	相位調製對光強的影響	9
5.2	古典光量測	10
5.2.1	展頻與壓縮	10
5.2.2	銣原子吸收譜	12
5.3	單光子量測	12
5.3.1	展頻與壓縮	12
5.3.2	^{87}Rb 吸收	13
六、	總結	14
七、	章名（章節示例）	15
7.1	節名	15
7.1.1	小節名	15
八、	文字	16

九、	圖片	17
9.1	插入單一圖片	17
9.2	插入多張圖片	17
十、	表格	19
10.1	一般表格	19
10.2	自動折行表格	19
	參考文獻	20
	附錄 A Solutions	21
A.1	The solution	21

圖目錄

	頁次
5.1 EOM 開啟前後之功率變化率	9
5.2 窄頻雷射頻譜	10
5.3 5 Gb/s 訊號之展頻頻譜	11
9.1 short caption	17
9.2 caption, 使用 (b) 取得子圖 (Debian) 編號	18

表目錄

	頁次
10.1 Solution	19
A.1 The solution	21

使用符號與定義

這裡示範用表格做符號與定義列表。你也可以利用套件“nomencl”(簡易) 或“glossaries”(強大) 完成，詳細說明見教學 (v1.8+)。

符號與定義

VIM	: 用 vim 的是神
Emacs	: 神在用的編輯器
CTAN	: Comprehensive TeX Archive Network, ctan.org

一、實驗背景與動機

1.1 古典通訊展頻

展頻技術 (Spread Spectrum Technology) 在古典通訊上已行之有年，

1.2 量子通訊展頻

在量子通訊中，若以單光子作為攜帶資訊的媒介，展頻技術也可以降低環境對於單光子的影響，甚至還能將展頻後的單光子藏匿於人工外加的雜訊之中，並在接收端將其還原成原始訊號的模樣。

二、 基本原理介紹

2.1 展頻技術

展頻技術 (spread spectrum technology) 是一種可將原訊號的頻譜打散分佈到比原始頻寬更寬的技術。在我們的實驗上，是將一窄頻雷射 (narrow-band laser) 與單光子的頻寬從約 10 MHz 展至 10 GHz，其作法為，以 PRBS 產生的高頻隨機訊號，使用光電調製器對入射光進行相位調製，此在時域上的操作，經傅立葉轉換後等效於增加其他不同頻率成分，以達到展寬頻率的效果。

2.2 相位調製

2.2.1 數學形式

此小節介紹相位調製的數學形式。設入射光電調製器的雷射波函數為 $E_0(t)$ ，調製函數 (modulation function) 為 $M(t)$ ，經調製後的波函數 $E_m(t)$ 可表示成：

$$E_m(t) = E_0(t)e^{iM(t)} \quad (2.1)$$

若對此式做傅立葉轉換，根據 convolution theorem，可得：

$$\mathcal{F}\{E_0(t)e^{iM(t)}\} = \tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{iM(t)}\} \quad (2.2)$$

$\tilde{E}_0(\omega)$ 為入射光之頻譜，所以在數學分析上，我們可以把入射光頻譜與相位調製的部分分開處理，都計算好後再做摺積即可得到調製後的頻譜。

2.2.2 單頻波

若入射光的頻譜為中心頻率在 ν_0 的勞倫茲分佈 (lorenz distribution)，調製函數為頻率 ν_m 的單頻波，意即輸入的電訊號強度隨時間的函數可表示為 $\phi_0 \sin(2\pi\nu_m\omega t)$ ，則可將 (2.2) 改寫為：

$$\mathcal{F}\{E_0(t)e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m\omega t)}\} = \tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m\omega t)}\} \quad (2.3)$$

其中 $\tilde{E}_0(\omega)$ 為勞倫茲分佈，另一項傅立葉轉換的結果為第一類貝索函數 (Bessel function of the first kind)：

$$\mathcal{F}\{e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m\omega t)}\} = J_n(\phi_0) \quad (2.4)$$

或在時域上看，將調製項做傅立葉級數展開：

$$e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m\omega t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\phi_0) e^{i2\pi n\nu_m t} \quad (2.5)$$

可從上式看出，調製項的頻譜是由頻率為 $n\nu_m$ 的狄拉克函數 (Dirac function) 組成， $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ，強度分佈為 $J_n(\phi_0)$ 。

以 $\phi_0 = \pi$ 為例，從 (2.3) 可知，將入射光與調製項的頻譜做摺積可得調製後的結果，如下圖：

(單頻波調製圖)

三、理論模擬

3.1 展頻及壓縮

從上一章單頻波的例子可看出，相位調製可將原先頻率集中於 ν_0 的光，分散至 $\nu_0 \pm \nu_m, \nu_0 \pm 2\nu_m, \dots$ 。若調製函數改為時間寬度為 ΔT 的隨機方波 $PRBS(t)$ （如圖），則可將將 (2.2) 的右式寫成：

$$\tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{iPRBS(t)}\} \quad (3.1)$$

經計算，展寬後的頻譜如下：

（展頻圖）

其包絡線接近 sinc 的平方，展開的寬度為 $\pm \frac{1}{\Delta T}$ ，在我們實驗中使用的隨機訊號的產生率為 10 Gb/s，單一比特的時間寬度為 100 ps，相當於能將頻譜從數 MHz 展至 10 GHz 寬。

經展頻後的訊號，可以降低環境的影響，避免光子被特定原子團吸收，但若想還原光子初始相位的資訊，則需要一個反向的操作，讓光子再經過第二台相位調製器，輸入的電訊號為與 $PRBS(t)$ 互補的訊號 $\overline{PRBS}(t)$ ，這兩個訊號要滿足以下關係：

$$PRBS(t) \times \overline{PRBS}(t) = 1 \quad (3.2)$$

這樣寫有問題，重新想要如何以數學表達互補的訊號

若光子在兩台相位調製器行經的時間間距為 Δt_p ，兩個電訊號抵達的時間差為 Δt_{RF} ，當 $\Delta t_p = \Delta t_{RF}$ 時，理論上可將展頻後的訊號壓縮回原本的樣子，但若 $\Delta t_p > \Delta t_{RF}$ ，則無法完全還原頻譜，如下圖：

3.2 鉀原子氣體吸收

從鉀原子吸收譜可以看出，在其中兩個特定頻率上，各有約 1 GHz 的都卜勒吸收區，未經調製前的窄頻雷射進入原子氣體內會幾乎全部被吸收，但若將頻率展至 10 GHz 寬，則其中只有少部分會被吸收，這即是窄頻的主要用途，可以降低光子被環境的影響，模擬圖如下：此時再讓光經過第二台相位調製器壓縮頻譜，結果比較圖如下：

從圖上可以看出，光被部分吸收後，雖然還是能將頻譜還原成窄頻，但整體的功率會下降。

四、實驗方法與架設

4.1 儀器介紹

4.1.1 隨機訊號產生器

由於實驗上無法產生真正的隨機訊號，只能使用偽隨機訊號產生器 (Pseudo Random Bit Sequence, PRBS)，儀器型號為 Anritsu 的 MP1763C，可以產生 0.5 至 12.5 GHz 的訊號，偽訊號的週期可以調整，為了達到最接近隨機的效果，我們選擇使用最長的隨機序列，一組共有 $2^{31} - 1$ 的位元。

我們實驗上實際使用的頻率為 10 GHz 或 10 Gb/s，每秒能產生 10×10^9 個隨機位元，以示波器去測量該訊號的眼圖 (eye diagram) 則可以知道訊號的品質，量測結果如下：

可見實際訊號與理論（圖）有蠻大的差異，有著相對大的上升與下降時間，圖形上下也不太對稱，這都會影響到展頻與壓縮的效果，造成實驗與理論的誤差。

4.1.2 電光調製器

電光調製器可使用電訊號對光進行調製，一般而言可以分成三種，分別為振幅、相位與偏振的調製，在我們的實驗中需要調製的是相位。使用的儀器為 EOSPACE 的 SN73717 與 SN73718，分別為頻譜的窄寬與壓縮用。

相位調制器由鋰酸鉍 ($LiNbO_3$) 雙折射晶體製成，因泡克耳斯效應 (Pockels effect)，外加電場能線性的改變快軸上的折射率，進而達到改變相位的效果，且我們稱能將 45 度線偏旋轉至 -45 度的電壓為 V_π 。

由上介紹可知，實際使用上需優化進光的偏振以及電訊號的振幅，以達到預期的相位調製效果。

4.1.3 高頻電訊號放大器

由於我們使用的隨機訊號產生器僅能輸出 0.2 至 $2 V_{pp}$ 的訊號，EOM 的 V_π 為 2.3 V，需再經過放大器才能提供足夠的電壓去進行相位調製。同樣的，也用示波器去測量眼圖，看放大後的訊號品質，如下圖

由於兩台使用的 SMA 線的材質與長短不同，會有不一樣的頻率響應與耗損，使兩個訊號無法互補，這會影響頻譜壓縮的品質。

4.1.4 Fabry-Perot 干涉儀

古典光可以用 Fabry-Perot 干涉儀來掃出頻譜，我們使用的儀器為 THORLABS 的，FSR 為 10 GHz。此干涉儀為一個共振腔，由兩面高反射率的鏡子所組成

補上型號與重要參數和示意圖

4.1.5 Etalon 干涉儀

與 Fabry-Perot 干涉儀為相同的原理，只是共振腔使用的鏡子反射率較低，所以線寬較大，約為 60 MHz，若固定腔長 L ，則可做為濾波器使用，僅讓頻率寬度在 60MHz 這區間內的光通過，中心頻率則可以由溫度 T 改變腔長 $L(T)$ 來調整。

補上型號，確定共振腔的物質，與偏振的關係

4.2 單光子光源製備

單光子的產生機制為 SPDC，使用 PPKTP 晶體產生 Type-II 的時間 - 能量糾纏光子對。

調整 pump 光與晶體溫度來改變單光子的頻率

G2 簡介與放上 G2 圖

4.3 光路架設

4.3.1 古典光量測

古典光時間差很重要！

4.3.2 量子光量測

由於量子光無法用 Fabry-Perot 掃頻譜，所以要在光路的最後加上 Etalon，只允許 60MHz 內的光通過，以確保第二台相位調製器有將展寬的頻譜壓縮回窄頻。

五、實驗結果與討論

5.1 相位調製對光強的影響

我們先以兩種方式去確認相位調製對光強的影響，第一種是用功率計 (power meter)，去分別測量兩台 EOM 都開啟與關閉時的光強，再將兩個數值相除得到變化率；另一種方法是透過 Fabry-Perot 測量頻譜，比較相位調製前後的總面積大小，測量結果如下。

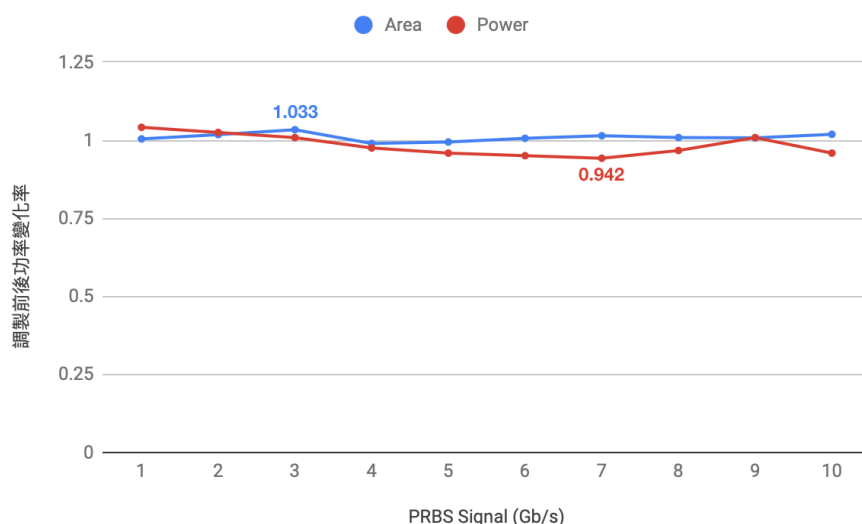


圖 5.1: EOM 開啟前後之功率變化率

從隨機訊號 1 Gb/s 到 10 Gb/s 的調製，看不出有特定的變化趨勢，可見展頻與壓縮只會影響頻率的分佈，不會明顯改變光強度。

5.2 古典光量測

5.2.1 展頻與壓縮

此實驗部分的實驗使用（光路圖）的架設，若只開啟第一台 EOM，在 10 Gb/s 隨機訊號的調製下可將窄頻雷射光的頻譜展至 10 GHz 寬，但由於我們的使用的 Fabry-Perot FSR 僅 10 GHz，無法涵蓋完整的頻率區間，要想掃出完整展開的頻譜需使用 FSR 20 GHz 以上的才能看到，所以下面會先用 2 Gb/s 的訊號來測試，展頻的結果是否符合理論模擬。

5.2.1.1 入射光之頻譜

在兩台 EOM 都關閉的情況下，可以測到波長 795 nm 窄頻雷射的頻譜，結果如下圖，以此 Fabry-Perot 的解析度掃出的雷射頻寬約為 30 MHz。

待放圖片

圖 5.2: 窄頻雷射頻譜

5.2.1.2 5 Gb/s 隨機訊號之相位調製

先以 5 Gb/s 隨機訊號進行相位調製，只開啟第一台能將頻譜展至 $\pm 5\text{GHz}$ ，如下圖。

待放圖片

圖 5.3: 5 Gb/s 訊號之展頻頻譜

頻譜的形狀大致上與理論相符，但在 $\pm 5\text{GHz}$ 的位置有一個突起的訊號，這是由於隨機訊號的上升與下降時間不夠快所致，若在數值模擬中把隨機訊號加上約 30 ps 的上升與下降時間（如圖），則會出現類似的結果，如圖：

待放圖片 待放圖片

(a) caption_1

(b) caption_2

此外，還可看出該頻譜的包絡線有週期振盪的訊號，其原因為我們使用的隨機訊號實際上是個重複出現的週期訊號，每個週期有 $2^{31} - 1$ 個位元，若把單位週期的位元數調為 $2^{15} - 1$ 做可看到週期更小的震盪週期，如圖：

待放圖片 待放圖片

(a) caption_1

(b) caption_2

當兩台 EOM 同時開啟時，理論上要能將展寬的頻譜還原成調製前的狀態，但從（圖）的實驗結果可以看出，壓縮回來的頻寬較寬，若只計算中心頻率附近 500 MHz 的頻率區間，與調製前的相比，光強僅約 70%，造成壓縮效果不佳的可能原因為兩個隨機訊號的形狀不同，上下也不夠對稱，導致無法將相位做反向的調製，使訊號完美還原成最初的狀態。

5.2.1.2.1 10 Gb/s 隨機訊號之相位調製 從 5 Gb/s 的展頻可看出，展寬的頻率區間如理論計算的結果頻譜還原的訊號，與調製前的頻譜比較如圖，若將雷射調至會被鉀原子吸收的頻率，

5.2.2 鉀原子吸收譜

為了確定相位調製對於鉀原子吸收的影響，我們調整入射光的頻率，掃出整個吸收譜，如下圖黑線。接著打開第一台 EOM，將頻寬從 30 MHz 展至 10 GHz，結果如上圖藍線，可見頻譜展寬之後，光能大部分透射鉀原子氣體不被吸收。若同時將兩台 EOM 開啟，則能再次看到光被吸收，但吸收率卻明顯降低，原因如上一小節所述，可能為訊號不夠好影響壓縮品質所致。

5.3 單光子量測

5.3.1 展頻與壓縮

以（光路圖）的架設，先不要放 ^{87}Rb 原子氣體管，讓單光子直接通過 60 MHz 寬的 Etalon 濾波器。若兩台 EOM 都沒開的話，窄頻的單光子能完全通濾波器， $G^2(\tau)$ 的量測結果如圖。此時若開啟第一台 EOM，將頻譜展至 10 GHz 寬，則量子光僅有極低的機率能通過 Etalon，如圖。

若將兩台相位調製器都開啟，互補的隨機訊號能互相抵銷相位的變化，使頻譜還原至窄頻，如此就能再次通過 Etalon，如圖。

5.3.2 ^{87}Rb 吸收

同上一小節的光路架設，但把 ^{87}Rb 原子氣體管放回光路上。兩台相位調製器都不開的話，單光子幾乎全部被吸收，如圖。若開啟第一台相位調製器將單光子頻譜展寬，雖然光子能幾乎不被吸收，但由於 Etalon 的過濾，探測器仍測不太到光子。若將第二台相位調製器也開啟，則能把單光子的頻譜壓縮，再通過 Etalon，如圖。

單獨將圖與圖拿出來比較如下，同樣是測量展頻再壓縮回來的光，有測量

六、 總結

就是這樣，喵！

七、 章名（章節示例）

章內容內容內容內容內容
內容內容內容

7.1 節名

節內容內容內容內容內容
內容內容內容

7.1.1 小節名

內容內容內容
內容內容內容

7.1.1.1 小小節

內容內容內容
內容內容內容

7.1.1.1.1 段 內容內容內容
內容內容內容

小段 內容內容內容
內容內容內容

八、 文字

第一行。仍是第一行。

第二行。

九、 圖 片

9.1 插入單一圖片



圖 9.1: caption

9.2 插入多張圖片



(a) caption_1



debian

(b) caption_2



(c) caption_3

圖 9.2: caption, 使用 (b)取得子圖 (Debian) 編號

十、 表格

10.1 一般表格

表 10.1: Solution

Component	Concentration(mM)
NaCl	118.0

10.2 自動折行表格

short	short short
long	long long long long long long long long long long long long long long long long long long long

參考文獻

- [1] (). Sppmg/TW_thesis_template, GitHub, [Online]. Available: https://github.com/sppmg/TW_Thesis_Template (visited on 10/23/2016).

附錄 A Solutions

A.1 The solution

表 A.1: The solution

Component	Concentration(mM)
NaCl	1.0
CaCl ₂	2.0
NaCl	1.0
CaCl ₂	2.0