

國 立 清 華 大 學

碩士論文

單光子展頻

Spread Single Photon Spectrum

系 所：物理研究所

學 號：105022555

研 究 生：陳奕丞 (Chen, Yi-Cheng)

指導教授：褚志崧 教授 (Prof. Chuu, Chih-Sung)

中 華 民 國 一〇八 年 七 月

Todo list

單光子展頻

摘要

我們運用對單光子波包的操控，讓單光子免於被躍遷頻率同其頻率的原子吸收或「偵測」，達到隱形斗篷的效果。

關鍵字：關鍵字, 論文, 樣板, 讓我畢業

Spread Single Photon Spectrum

Abstract

Write your English abstract here.

Keywords: Keyword, Thesis, Template, Graduate me

誌謝

謝謝天謝謝地

目錄

圖目錄

一、實驗背景與動機

1.1 古典通訊展頻

展頻技術 (Spread Spectrum Technology) 在古典通訊上已行之有年，

1.2 量子通訊展頻

在量子通訊中，若以單光子作為攜帶資訊的媒介，展頻技術也可以降低環境對於單光子的影響，還能將展頻後的單光子藏匿於人工外加的雜訊之中，並在接收端將其還原成原始訊號的模樣。

二、 基本原理介紹

2.1 展頻技術

展頻技術 (spread spectrum technology) 是一種可將原訊號的頻譜打散分佈到比原始頻寬更寬的技術。在我們的實驗上，能窄頻雷射 (narrow-band laser) 與單光子的頻寬從約 10 MHz 展至 10 GHz，其作法為，以 PRBS 產生高頻隨機訊號，使用光電調製器 (EOM) 對入射光進行相位調製，此在時域上的操作，經傅立葉轉換後等效於增加其他頻率成分，以達到展寬頻率的效果。

2.2 相位調製

2.2.1 數學形式

此小節介紹相位調製的數學形式。設入射 EOM 的雷射波函數為 $E_0(t)$ ，調製函數 (modulation function) 為 $M(t)$ ，經調製後的波函數 $E_m(t)$ 可表示成：

$$E_m(t) = E_0(t)e^{iM(t)} \quad (2.1)$$

若對此式做傅立葉轉換，根據 convolution theorem，可得：

$$\mathcal{F}\{E_0(t)e^{iM(t)}\} = \tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{iM(t)}\} \quad (2.2)$$

$\tilde{E}_0(\omega)$ 為入射光之頻譜，所以在數學分析上，我們可以把入射光頻譜與相位調製的部分分開處理，都計算好後再做摺積即可得到調製後的頻譜。

2.2.2 單頻波

若入射光的頻譜為中心頻率在 ν_0 的勞倫茲分佈 (lorenz distribution)，調製函數為頻率 ν_m 的單頻波，意即輸入的電訊號強度隨時間的函數可表示為 $\phi_0 \sin(2\pi\nu_m \omega t)$ ，則可將 (??) 改寫為：

$$\mathcal{F}\{E_0(t)e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m \omega t)}\} = \tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m \omega t)}\} \quad (2.3)$$

其中 $\tilde{E}_0(\omega)$ 為勞倫茲分佈，另一項傅立葉轉換的結果為第一類貝索函數 (Bessel function of the first kind)：

$$\mathcal{F}\{e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m \omega t)}\} = J_n(\phi_0) \quad (2.4)$$

或在時域上看，將調製項做傅立葉級數展開：

$$e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m \omega t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\phi_0) e^{i2\pi n \nu_m t} \quad (2.5)$$

可從上式看出，調製項的頻譜是由頻率為 $n\nu_m$ 的狄拉克函數 (Dirac function) 組成， $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ，強度分佈為 $J_n(\phi_0)$ 。

以 $\phi_0 = \pi$ 為例，從 (??) 可知，將入射光（圖）與調製項的頻譜做摺積可得調製後的結果，如圖：

兩者比較可明顯看出，時域上相位調製能讓改變頻率的分佈。

待放圖片

圖 2.1: 窄頻雷射頻譜

三、理論模擬

3.1 展頻及壓縮

從上一章單頻波的例子可看出，相位調製可將原先頻率集中於 ν_0 的光，分散至 $\nu_0 \pm \nu_m, \nu_0 \pm 2\nu_m, \dots$ 。若調製函數改用時間寬度為 ΔT 的隨機方波 $PRBS(t)$ （如圖），則可將 (??) 的右式寫成：

$$\tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{iPRBS(t)}\} \quad (3.1)$$

經計算，展寬後的頻譜如圖：

待放圖片

圖 3.1: 隨機訊號 $PRBS(t)$

其包絡線接近 sinc 的平方，展開的寬度為 $\pm \frac{1}{\Delta T}$ ，在我們實驗中使用的隨機訊號的產生率為 10 Gb/s，單一位元的時間寬度為 100 ps，相當於能將頻譜從數 MHz 展至 10 GHz 寬。

經展頻後的訊號，可以降低環境的影響，避免光子被特定原子團吸

待放圖片

圖 3.2: 展寬後頻譜模擬圖

收，但若想還原光子初始相位的資訊，則需要做一個反向的相位調製，讓光子再經過第二台 EOM，輸入的電訊號必須為與 $PRBS(t)$ 互補的 $\overline{PRBS}(t)$ ，這兩個訊號要滿足以下關係：

$$PRBS(t) + \overline{PRBS}(t) = 0 \quad (3.2)$$

或

$$e^{iPRBS(t)} \times e^{i\overline{PRBS}(t)} = 1 \quad (3.3)$$

若光子在兩台 EOM 行經的時間間距為 Δt_p ，兩個電訊號抵達的時間差為 Δt_{RF} ，當 $\Delta t_p = \Delta t_{RF}$ 時，理論上可以對相位進行反向的調製，將展頻後的訊號壓縮，還原成原本的頻率分布，但若 $\Delta t_p > \Delta t_{RF}$ ，則無法完全還原頻譜，比較如??，所以在實驗架設上，必須要能精確的控制電路與光路的長短，才能達到最好的還原效果。

待放圖片

圖 3.3: $\Delta t_p > \Delta t_{RF}$ 時壓縮頻譜

3.2 ^{87}Rb 原子氣體吸收

3.2.1 展頻對吸收率的影響

在光通訊中，以光作為資訊的載體，在空氣中傳輸的過程中光子會與原子產生交互作用，當光子的頻率接近原子的躍遷能階時有很大的機率會被吸收。以波長約為 795 奈米的窄頻雷射為例，將此道光打入溫度約 87 度的 ^{87}Rb 原子氣體管，調整入射光頻率測量穿透率即可掃出 ^{87}Rb 的吸收譜，結果如??，從圖中可知，在頻率 105 GHz 與 112 GHz 的頻率位置分別約有 2 GHz 與 1 GHz 寬的吸收區域，其吸收的中心頻率是被原子的能階給決定，可從飽和吸收光譜 (saturated absorption spectroscopy) 得知；吸收的寬度則是與原子蒸氣壓和溫度有關，不同的原子運動速度會有不一樣的寬度，此為效應都卜勒增寬 (Doppler broadening)。

為降低環境對光子的影響，我們可用上述之展頻技術，對光進行相位調製，將頻譜展寬，減少光對原子的吸收率。我們分別使用 1 Gb/s、5 Gb/s、10 Gb/s 與 20 Gb/s 的隨機訊號去模擬，對不同頻率的光進行調製如何影響原子的吸收，結果如??，未經調製的光在 105 GHz 與 112 GHz 附近會被完全吸收，若將光的頻譜展寬則能顯著的降低吸收率，隨機訊號的頻率越高，原子對光子的影響越小。

待放圖片

圖 3.4: ^{87}Rb 原子吸收譜

待放圖片

圖 3.5: 不同隨機訊號的展頻對穿透率之影響

3.2.2 吸收對頻譜還原的影響

如前所述，對已調製過的光進行反向的調製，理論上可將頻譜壓窄，完美還原成調製前的分佈。但若先將已展頻的光通入原子團使其被部分吸收，再進行反向的調製，則還原回來的頻譜會與原先有些微的差異，比較如??。

待放圖片

圖 3.6: 展頻後吸收對壓縮之影響

四、實驗儀器與優化流程

4.1 隨機訊號產生器

由於實驗上無法產生真正的隨機訊號，只能使用偽隨機訊號產生器 (Pseudo Random Bit Sequence, PRBS)，儀器型號為 Anritsu 的 MP1763C，可以產生 0.5 至 12.5 Gb/s 的訊號。偽隨機訊號實際上為週期訊號，會重複出現特定的隨機序列，其週期可以調整，為了達到最接近隨機的效果，我們選擇使用最長的隨機序列，一個週期內共有 $2^{31} - 1$ 的隨機位元。

我們實驗上實際使用的頻率為 10 GHz（或 10 Gb/s），每秒能產生 10×10^9 個隨機位元，以示波器去測量該訊號的眼圖 (eye diagram) 則可以知道訊號的品質，量測結果如下：

待放圖片

圖 4.1: 隨機訊號眼圖

可見實際訊號與理論（圖）有蠻大的差異，有著相對大的上升與下

降時間，圖形上下也不太對稱，這都會影響到展頻與壓縮的效果，造成實驗與理論的誤差。

4.2 電光調製器

電光調製器 (Electro-Optic Modulator, EOM) 可使用電訊號對光進行調製，一般而言可以分成三種，分別為振幅、相位與偏振的調製，在我們的實驗中需要調製的是相位。使用的儀器為 EOSPACE 的 SN73717 與 SN73718，分別為頻譜的窄寬與壓縮用。

相位調制器由鈮酸鋰 ($LiNbO_3$) 雙折射晶體製成，因泡克耳斯效應 (Pockels effect)，外加電場能線性的改變快軸上的折射率，進而達到改變相位的效果，且我們稱能將 45 度線偏旋轉至 -45 度的電壓為 V_π 。

由上介紹可知，實際使用上需優化進光的偏振以及電訊號的振幅，以達到預期的相位調製效果。

我們使用半波片 (half-wave plate) 調整入射 EOM 偏振的方向，若偏振方向不對的話，調製效果會不佳，如圖，所以實驗上優化的方式為，看著調製後的頻譜，將偏振旋轉到最接近理論模擬時的角度。

待放圖片

圖 4.2: 偏振角度不對

4.3 高頻電訊號放大器

由於我們使用的隨機訊號產生器僅能輸出 0.2 至 $2 V_{pp}$ 的訊號，EOM 的 V_{π} 為 2.3 V，需再經過放大器才能提供足夠的電壓去進行相位調製。同樣的，也用示波器去測量眼圖，看放大後的訊號品質，如下圖

待放圖片

圖 4.3: 放大後的隨機訊號眼圖

由於兩台放大器連接 EOM 使用的 SMA 線的材質與長短不同，會有不一樣的頻率響應與耗損，使兩個訊號無法互補，這會對頻譜壓縮與還原的效果造成負面的影響。

4.4 法布立－培若干涉儀

古典光可以用法布立－培若 (Fabry-Perot) 干涉儀來掃出頻譜，我們使用的儀器為 THORLABS 的 (型號)，FSR 為 10 GHz。此干涉儀的主體為一個共振腔，由兩面高反射率的鏡子所組成。當光垂直入射腔體時，須滿足以下共振條件的光才能會有建設性干涉，能透射共振腔：

$$2nL = m\lambda \quad (4.1)$$

n 為共振腔的折射率， L 為腔長，頻率與透射率做圖，其中 ν_F 稱為 FSR (Free Spectrual Range)，此參數決定了這個干涉儀適用的掃頻範圍，調

整腔長 L 的大小能改變允許透射的頻率，所以若在其中一面鏡子黏上 Piezo，輸入電壓即可微調腔長，達到掃頻的效果。

待放圖片

圖 4.4: Fabry-Perot 干涉儀透射頻率

此外，另一個重要的參數為 F (Finesse)，為精細度，定義如下：

$$F = \frac{\pi R^{1/2}}{1 - R} \quad (4.2)$$

此共振腔的頻寬（解析度） $\delta\lambda$ 與 F 成反比，關係如下式，所以鏡面反射率越高， F 越大，解析度越好，此次實驗使用的干涉儀解析度約為 30 MHz。

$$\delta\lambda = \frac{\nu_F}{F} \quad (4.3)$$

4.5 Etalon 干涉儀

與 Fabry-Perot 干涉儀為相同的原理，只是共振腔使用的鏡子反射率較低，所以頻寬較大（約為 60 MHz），若固定腔長 L ，則可做為濾波器使用，僅讓頻率寬度在 60MHz 這區間內的光通過，中心頻率則 ν 可以由溫度 T 改變腔長 $L(T)$ 來調整。

補上型號，確定共振腔的物質，與偏振的關係

五、實驗架設與結果討論

5.1 光源製備

5.1.1 雷射光

雷射光源為 Toptica 的半導體雷射，可產生波長 795 nm 的窄頻雷射

5.1.2 單光子

雙光子的產生機制為 SPDC，入射一道波長 397.5 奈米的藍光雷射進入 PPKTP 晶體，產生 Type-II 的時間 - 能量糾纏光子對 (time-energy entangled biphoton)，波長為 795 奈米。實驗上會將產生出來的雙光子對經過 PBS，將訊號分為 signal 和 idler，以 idler 做為觸發訊號，讓 signal 經過 ^{87}Rb 原子氣體管與 EOM，讓光子被吸收或對其進行相位的調製，並做 $G^2(\tau)$ 的測量， $G^2(\tau)$ 的定義如下。

$$G^2(\tau) = \frac{4\Gamma_s\Gamma_i}{\Gamma_s + \Gamma_i} \begin{cases} e^{\Gamma_s\tau} & , \tau < 0 \\ e^{-\Gamma_i\tau} & , \tau > 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

此為二階強度關聯函數 (second-order intensity correlation function)， τ 為兩顆單光子抵達探測器的時間差。實際測量結果如??，此光子之時間波包寬度約為 100 ns，頻寬為 4.5 MHz。

待放圖片

圖 5.1: 雷射頻譜量測光路圖

5.2 雷射頻譜量測

實驗光路架設如圖，我們將窄頻雷射通過兩台 EOM 對其進行相位調製，第一台為展頻用，第二台用來做反向的調製還原頻譜，再以 Fabry-Perot 干涉儀去測量頻譜。

待放圖片

圖 5.2: 雷射頻譜量測光路圖

在兩台 EOM 都關閉的情況下，可以測到波長 795 奈米窄頻雷射的頻譜，結果如圖，以此 Fabry-Perot 的解析度掃出的雷射頻寬約為 30 MHz。

若只開啟第一台 EOM，在 10 Gb/s 隨機訊號的調製下可將窄頻雷射光的頻譜展至 10 GHz 寬，但由於我們的使用的 Fabry-Perot FSR 僅 10 GHz，無法涵蓋完整的頻率區間，會使測量的結果失真，要想掃出完整

待放圖片

圖 5.3: 窄頻雷射頻譜

展開的頻譜需使用 FSR 20 GHz 以上的干涉儀，所以下面會先以 2 Gb/s 的訊號來測試展頻的結果是否符合理論模擬。

5.2.1 2 Gb/s 隨機訊號之相位調製

先以 2 Gb/s 隨機訊號進行相位調製，只開啟第一台能將頻譜展至 ± 5 GHz 寬，如下圖。

待放圖片

圖 5.4: 5 Gb/s 訊號之展頻頻譜

頻譜的形狀大致上與理論相符，但在 ± 2 GHz 的位置有一個突起的訊號，這是由於隨機訊號的上升與下降時間不夠快所致，若在數值模擬中把隨機訊號加上約 30 ps 的上升與下降時間（如圖），則會出現類似的結果，如圖：

待放圖片 待放圖片

(a) caption_1

(b) caption_2

此外，還可看出該頻譜的包絡線有週期振盪的訊號，原因為我們使用的隨機訊號實際上是個重複出現的週期訊號，每個週期有 $2^{31} - 1$ 個位元，若把單位週期的位元數調為 $2^{15} - 1$ 做可看到週期更小的震盪週期，如圖：

待放圖片 待放圖片

(a) caption_1

(b) caption_2

從測量的頻譜可以看出，展寬的頻率與理論計算的結果一致，所以我們認為 10 Gb/s 的隨機訊號能將訊號展至 ± 10 GHz 寬。

5.2.2 10 Gb/s 隨機訊號之相位調製

上一小節我們先以 2 Gb/s 的訊號做展頻的測試，是由於我們使用的 Fabry-Perot 干涉儀 FSR 不夠大，無法涵蓋以 10 Gb/s 訊號調製的展頻頻譜。至於壓縮頻譜的部分，能將頻寬還原成約 10 MHz，所以可使用 10 Gb/s 的訊號進行調製與量測。

當兩台 EOM 同時開啟時，理論上要能將展寬的頻譜還原成調製前的狀態，但從（圖）的實驗結果可以看出，壓縮回來的頻譜與調製前相比，中心頻率的強度僅為本來的 70%，若只計算中心頻率附近 1 GHz 的頻率區間，與調製前的頻譜相比光強僅約 80%，剩下 20% 的能量還分散

在其他頻率沒被還原。造成頻譜壓縮效果不佳的可能原因為，兩個隨機訊號的形狀不同，上下也不夠對稱，導致無法將相位做反向的調製，使訊號完美還原成最初的狀態。

待放圖片

圖 5.7: 10 Gb/s 訊號壓縮後頻譜

5.3 ^{87}Rb 原子吸收譜

為了確定相位調製對於鉀原子吸收的影響，我們在兩台 EOM 的後面放上一個 ^{87}Rb 原子氣體管，並以光二極體 (photodiode) 收光，測量透射的強度。只有在入射頻率與鉀原子躍遷能階共振時光子才會被吸收，使透射率降低，所以若連續調整入射光的頻率，則能掃出整個吸收譜，如?? 黑線。

接著打開第一台 EOM，將頻寬從 30 MHz 展至 10 GHz，結果如?? 紫線，可見頻譜展寬之後，光能大部分透射鉀原子氣體不被吸收，就像隱形了一樣，能降低光子受環境的影響。若同時開啟兩台 EOM 將頻譜壓縮，則能再次看到光被吸收，如?? 紅線，但吸收率卻明顯降低，原因如上一小節所述，可能為隨機訊號品質不所致，影響頻譜壓縮的效果，有部分的能量還分散在各個頻率上沒能被還原，那些能量不在鉀原子的共振頻率上，所以能夠穿透氣體管，使穿透率上升。

重畫圖，把藍線去掉

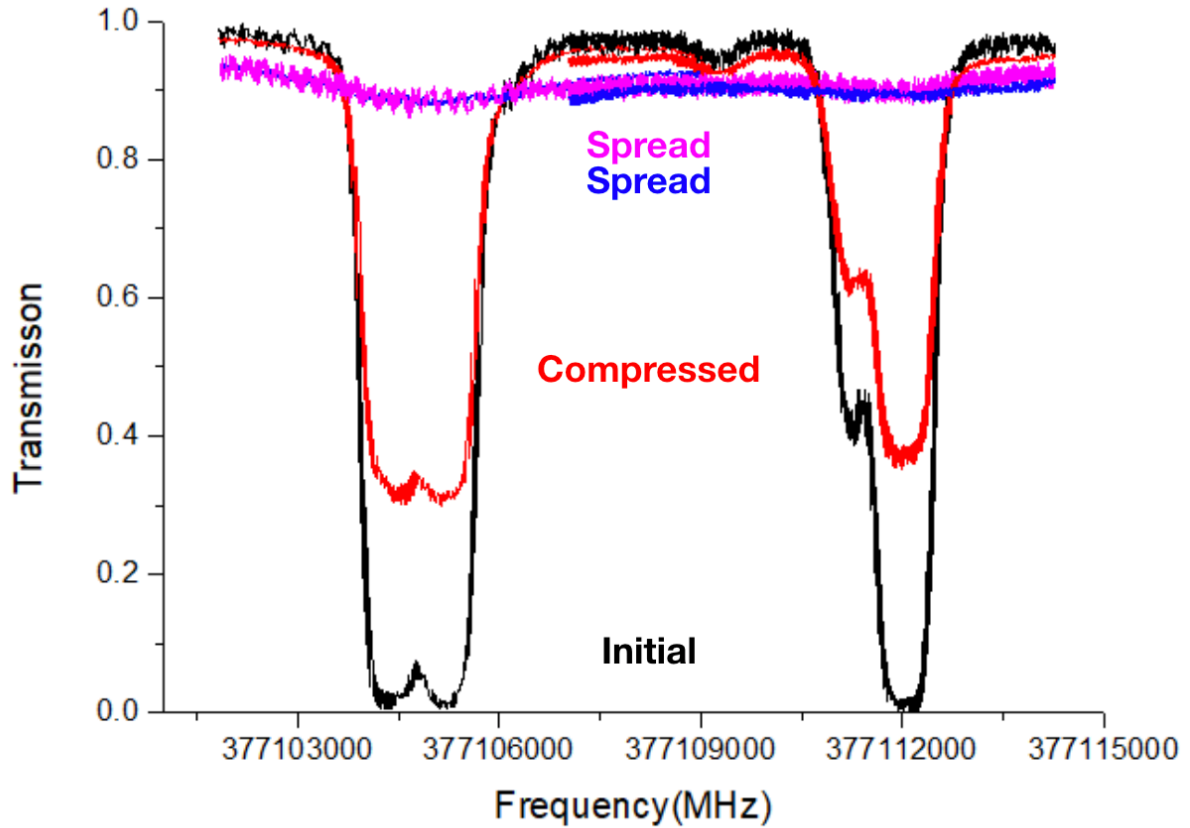


圖 5.8: 調製後的鉀原子吸收譜

5.4 單光子相位調製對原子吸收之影響

從前一小節的實驗結果能得知， ^{87}Rb 的躍遷頻率約在 105 GHz 與 112 GHz 附近，這時我們將光源從窄頻雷射換成單光子，並透過改變入射光的頻率與晶體溫度，將單光子的頻率調至 112 GHz，使其能被原子吸收，再以??的光路架設，對光子進行相位調製與測量。

當兩台 EOM 皆關閉時，頻寬約為 4.5 MHz 的單光子會幾乎完全被原子吸收，光無法透射氣體管，但若對其進行 $G^2(\tau)$ 測量，卻會測到訊號，如??，這是由於我們晶體產生的單光子源非單模 (single-mode)，其中還存在符合別組相位匹配條件 (phase-matching condition) 產生的光，若要去掉那些光子對實驗的影響，在此小節的數據處理上，我們直接將其當作雜訊扣除；下一小節的實驗中，我們會外加一個 Etalon 濾波器，

待放圖片

圖 5.9: 單光子量測光路圖

只讓 112 GHz 附近的光通過。

待放圖片

圖 5.10: 單光子通過 ^{87}Rb 氣體管之 $G^2(\tau)$ 量測

若開啟第一台 EOM，使用 10 Gb/s 的隨機訊號對單光子進行相位調製，可以讓單光子的頻寬從 4.5 MHz 展至 10 GHz，使大部分的光可以透射 ^{87}Rb 氣體不被吸收，扣除雜訊後的 $G^2(\tau)$ 的測量如??，透射率為 76%。另外，此時若將 ^{87}Rb 氣體管移除，直接測量展頻後的訊號，能發現單位時間測量到的光子數與調製前相差不多，印證了本章第一小節的結論——相位調製不影響光強。

待放圖片

圖 5.11: 展頻後單光子被部分吸收後之 $G^2(\tau)$ 量測

5.5 單光子頻譜壓縮

從上一小節的結果可知，使用展頻技術可以有效的降低環境對光子的影響，但若考量到接收訊息端可能會需要光子原始的相位資訊，或者要讓光子與 ^{87}Rb 原子進行交互作用，我們必須要開啟第二台 EOM 進行反向的調製，盡量使光子還原到原先的狀態，若以??的光路架設，將第二台 EOM 開啟，由於相位調製不影響光強，無從得知頻寬是否有被還原，因此要將光路架設改為??，在單光子探測器前加上 Etalon 濾波器，限制只讓頻寬 60 MHz 內的光通過，如此一來，只要能測到訊號就代表部分光子的頻寬有被壓窄至 60 MHz 內，另一方面，這也可以將上一小節及提的雜訊去除。

待放圖片

圖 5.12: 加上濾波器之單光子量測光路圖

以??的光路架設，只開啟第一台 EOM 時，被展頻的單光子能大部分透射原子團，但由於 Etalon 的過濾，頻寬 10 GHz 的光子幾乎無法抵達探測器，因而測不到明顯的訊號，結果如??。若將第二台 EOM 也開啟，將已展頻的單光子頻譜壓縮，則能再次測到訊號，如??

待放圖片 待放圖片

(a) caption_1

(b) caption_2

為了知道原子團的吸收對於單光子頻譜的壓縮有何影響，我們在兩台 EOM 同時開啟時將氣體管移除，測得的結果比較如??，有 25% 的單光子可以在被部分吸收後，重新將頻譜壓縮回 60 MHz 內。

待放圖片

圖 5.14: 原子吸收對單光子壓縮品質比較圖

六、 總結

展頻好棒棒是一個想起來很簡單，做起來很靠腰的一個實驗