

# 一、 基本原理介紹

## 1.1 展頻技術

展頻技術 (spread spectrum technology) 是一種可將原訊號的頻譜打散分佈到比原始頻寬更寬的技術。在我們的實驗上，是將一窄頻雷射 (narrow-band laser) 的頻寬從約 10 MHz 展至 10 GHz，其作法為，以 PRBS 產生的高頻隨機訊號，使用光電調製器對入射光進行相位調製，此在時域上的操作，經傅立葉轉換後等效於增加其他不同頻率成分，以達到展寬頻率的效果。

## 1.2 相位調製

### 1.2.1 數學形式

此小節介紹相位調製的數學形式。設入射光電調製器的雷射波函數為  $E_0(t)$ ，調製函數 (modulation function) 為  $M(t)$ ，經調製後的波函數  $E_m(t)$  可表示成：

$$E_m(t) = E_0(t)e^{iM(t)} \quad (1.1)$$

若對此式做傅立葉轉換，根據 convolution theorem，可得：

$$\mathcal{F}\{E_0(t)e^{iM(t)}\} = \tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{iM(t)}\} \quad (1.2)$$

$\tilde{E}_0(\omega)$  為入射光之頻譜，所以在數學分析上，我們可以把入射光頻譜與相位調製的部分分開處理，都計算好後再做摺積即可得到調製後的頻譜。

### 1.2.2 單頻波

若入射光的頻譜為中心頻率在  $\nu_0$  的勞倫茲分佈 (lorenz distribution)，調製函數為頻率  $\nu_m$  的單頻波，意即輸入的電訊號強度隨時間的函數可表示為  $\phi_0 \sin(2\pi\nu_m \omega t)$ ，則可將 (1.1) 改寫為：

$$\mathcal{F}\{E_0(t)e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m \omega t)}\} = \tilde{E}_0(\omega) * \mathcal{F}\{e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m \omega t)}\} \quad (1.3)$$

其中  $\tilde{E}_0(\omega)$  為勞倫茲分佈，另一項傅立葉轉換的結果為第一類貝索函數 (Bessel function of the first kind)：

$$\mathcal{F}\{e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m \omega t)}\} = J_n(\phi_0) \quad (1.4)$$

或在時域上看，將調製項做傅立葉級數展開：

$$e^{i\phi_0 \sin(2\pi\nu_m \omega t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\phi_0) e^{i2\pi n \nu_m t} \quad (1.5)$$

可從上式看出，調製項的頻譜是由頻率為  $n\nu_m$  的狄拉克函數 (Dirac function) 組成， $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ，強度分佈為  $J_n(\phi_0)$ 。

以  $\phi_0 = \pi$  為例，從 (1.3) 可知，將入射光與調製項的頻譜做摺積可得調製後的結果，如下圖：

### 1.2.3 隨機訊號

從單頻波調製的例子可看出，可將原先頻率集中於  $\nu_0$  的光，分散至  $\nu_0 \pm \nu_m, \nu_0 \pm 2\nu_m, \dots$ ，若調製函數改為時間寬度為  $\Delta T$  的隨機方波的話，則可將頻譜展開如下：(展頻圖) 其形狀接近  $\text{sinc}^2(\omega)$ ，展開的寬度

為  $\pm \frac{1}{\Delta T}$ ，在我們實驗中使用的隨機訊號的產生率為 10 Gb/s，單一比特的時間寬度為 100 ps，相當於能將頻譜從數 MHz 展至 10 GHz 寬。