

实现图像增强算法

一、算法研究

1.1 幂次（伽马）变换

幂次变换的基本形式为

$$s = cr^\gamma \quad (1-1)$$

其中 c 和 γ 为正常数。对于不同的 γ 值, s 与 r 的关系曲线如图 1 所示。当 $\gamma=1$ 时, 幂次变换转变为线性变换; 当 $\gamma<1$ 时, 扩展低灰度级, 压缩高灰度级, 在正比函数上方, 使图像变亮; 当 $\gamma>1$ 时, 扩展高灰度级, 压缩低灰度级, 在正比函数下方, 使图像变暗。

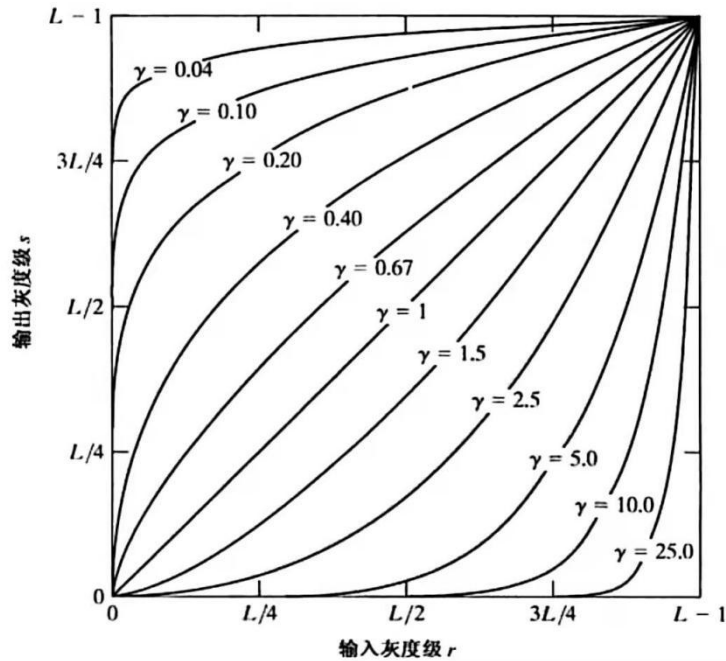


图 1 不同 γ 值时的曲线 (所有情况 $c=1$)

1.2 拉普拉斯锐化滤波

我们最关注的是一种各向同性的滤波器, 这种滤波器的响应与滤波器作用的图像的突变方向无关, 即将原图像旋转之后进行滤波处理, 与先对图像滤波再旋转的结果相同。其中, 最简单的各向同性微分算子是拉普拉斯算子, 一个二维图像函数 $f(x,y)$ 的拉普拉斯算子定义为

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (1-2)$$

因为任意阶微分都是线性操作, 所以拉普拉斯变换也是一个线性算子。为了以离散形式描述这一公式, 在 x 方向上, 我们有

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y) \quad (1-3)$$

类似地，在 y 方向上我们有

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y) \quad (1-4)$$

所以，遵循上述三个公式，两个变量的离散拉普拉斯算子是

$$\nabla^2 f(x, y) = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y) \quad (1-5)$$

这个公式可以用图 2 左一的滤波模板来实现，该图以 90° 进行旋转是各向同性的。

对角线方向也可以这样组成：在数字拉普拉斯变换的定义中，在式（1-5）中添入两项，即两个对角线方向各加一个。每个新添加项的形式与式（1-3）或式（1-4）类似，只是其坐标轴的方向沿着对角线方向。由于每个对角线方向上的项还包含一个 $-2f(x, y)$ ，所以现在从不同方向的项中总共应减去 $8f(x, y)$ ，如图 2（左二）所示，这种模板对 45° 增幅的结果是各向同性的。

在实践中常见图 2（右二）和图 2（右一）所示的拉普拉斯模板。它们也是由二阶微分的定义得到，与前两种产生了等效的结果，但是，当将拉普拉斯滤波后的图像与其他图像合并（相加或相减）时，必须考虑符号上的差别。

由于拉普拉斯是一种二阶微分算子，因此其应用强调的是图像中灰度的突变，并不强调灰度级缓慢变化的区域。将原图像和拉普拉斯图像叠加在一起可以复原背景特性并保持拉普拉斯锐化处理的效果。使用拉普拉斯对图像增强的基本方法可表示为下式

$$g(x, y) = f(x, y) + c[\nabla^2 f(x, y)] \quad (1-6)$$

其中， $f(x, y)$ 和 $g(x, y)$ 分别是输入图像和锐化后的图像。如果使用图 2（左一）或图 2（左二）中的拉普拉斯滤波器，则常数 $c = -1$ ，如果使用另外两个滤波器，则常数 $c = 1$ 。

0	1	0	1	1	1	0	-1	0	-1	-1	-1
1	-4	1	1	-8	1	-1	4	-1	-1	8	-1
0	1	0	1	1	1	0	-1	0	-1	-1	-1

图 2 滤波器模板

1.3 图像标定

给定一幅图像 f ，保证图像间算术操作的整个值域落入某个固定比特数的方

法如下：首先，执行操作

$$f_m = f - \min(f) \quad (1-7)$$

该操作生成其最小值为 0 的一幅图像。然后，执行操作

$$f_s = K[f_m / \max(f_m)] \quad (1-8)$$

该操作生成一幅标定的图像 f ，其值在 $[0, K]$ 范围内。在处理 8 比特图像时，令 $K=255$ ，我们可以得到一幅灰度范围从 0 到 255 的全部 8 比特的满标度图像。类似的方法可用于 16 比特或更高比特的图像。在执行除法操作时，我们可以将一个较小的数加到除数图像的像素上，以避免用 0 去除。

二、结果说明

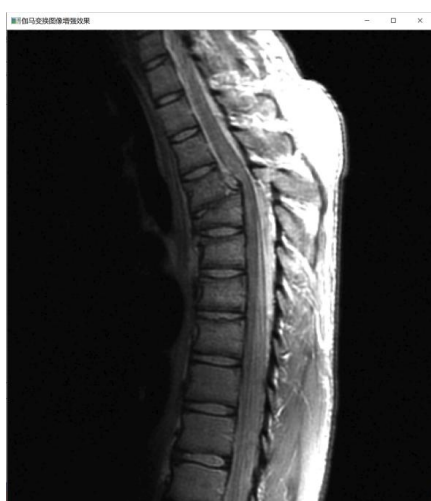
2.1 幂次变换结果



图(a) 原始图像



图(b) $\gamma=0.9$ 时的变换效果



图(c) $\gamma=0.6$ 时的变换效果



图(d) $\gamma=0.3$ 时的变换效果

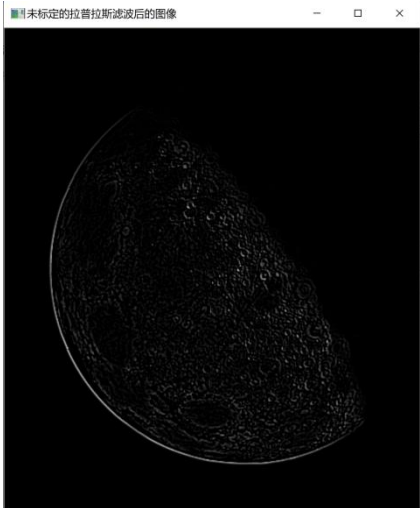
图 3 幂次变换效果对比

图 3(a)是人体胸部以上脊椎骨折错位和脊髓受到影响的一幅核磁共振图像，图中从上往下约 1/4 处，出现明显的骨折现象。由于图像整体偏暗，可以使用幂次变换扩展灰度级。从上图我们可以看到，随着伽马值从 0.9 减小到 0.3，更多的细节变得可见，但当伽马值减小到 0.3 时，图像会偏白，背景开始变淡。

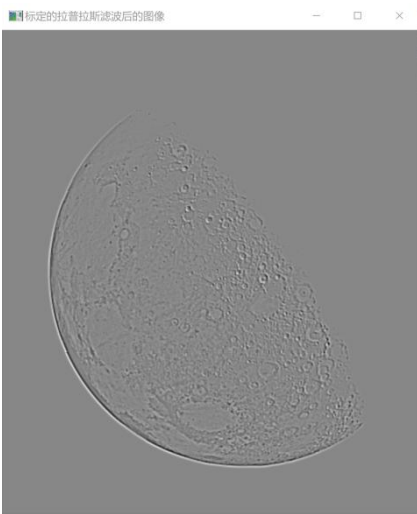
2.2 拉普拉斯锐化滤波结果



图(a) 原始图像



图(b) 未标定的拉普拉斯滤波后的图像



图(c) 标定的拉普拉斯滤波后的图像



图(d) 拉普拉斯算子图像增强效果

图 4 模板中心为-8 的拉普拉斯锐化滤波



图 5 模板中心为-4 的拉普拉斯锐化后的图像

图 4（a）是一幅月球北极的图像，可以看到图像整体较为模糊。由于拉普拉斯图像中既有正值又有负值，而所有负值在显示时都修剪为 0，所以图 4（b）的大部分是黑色的。图 4（c）是被适当标定的拉普拉斯滤波后的图像，其灰度值被调整到了[0,255]之间，因此图像大部分不再是黑色，整体呈现浅灰色的外观。图 4（d）显示了在 $c = -1$ 时使用式（1-6）得到的结果，通过拉普拉斯增强了图像中灰度突变处的对比度，该图像的细节部分比原图像更加清晰，并较好地保留了图像的背景色调。最后，图 5 显示了使用中心为-4 的滤波器模板进行拉普拉斯锐化的处理结果。对比图 4（d）和图 5，我们注意到，因为使用了图 2（左二）的滤波器，图 4（d）的对角线部分也产生了锐化。