

ACSE Labs

Lab Report

Lab 03 – System

姓名：廖冠勳

系級：電信

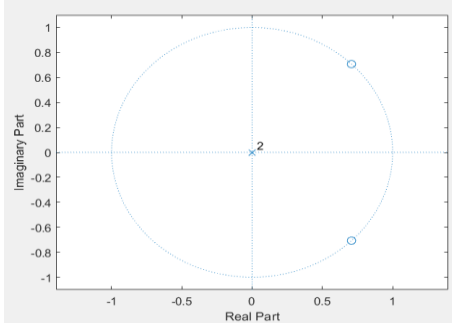
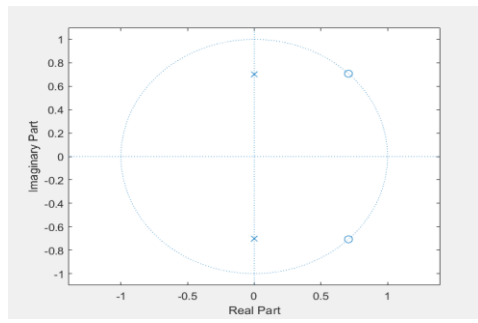
學號：0860306

A. 實驗目的

- 瞭解 System 特性，包含 Memoryless/Memory, Linear/Non-Linear, Causal/Noncausal。
- 設計 FIR、IIR 過程中，了解 Pole 與 Zero 對訊號的物理意義，並以此性質作為濾波與放大的功能。
- 了解系統的 Frequency 與 Phase response，用以調校達到所需的效果。
- 了解 SNR 的物理意義，並以 SNR 為基準，設計濾波器以達到對 SNR 的需求。

B. 實驗原理

- FIR/IIR 系統性質：

	FIR	IIR
Differential 表示式	$y(n) = a(0)x(n) + a(1)x(n-1) + a(2)x(n-2)$	$y(n) = b(1)y(n-1) + a(0)x(n) + a(1)x(n-1)$
特徵	只有 x 項次有係數	比起 FIR 多加了一項 Non-Causal Output
Z - transform	$Y(z) = a(0)X(z) + a(1)X(z)z^{-1} + a(2)X(z)z^{-2}$ $= [a(0) + a(1)z^{-1} + a(2)z^{-2}]X(z)$	$Y(z) = b(1)Y(z)z^{-1} + a(0)X(z) + a(1)X(z)z^{-1}$ $\Rightarrow [1 - b(1)z^{-1}]Y(z) = [a(0) + a(1)z^{-1}]X(z)$
Transferfunction	$a(0) + a(1)z^{-1} + a(2)z^{-2}$	$\frac{a(0) + a(1)z^{-1}}{1 - b(1)z^{-1}}$
Pole/Zero 設計 Guideline	對於 FIR 的 system，只要設計其 Zero 即可。	對於 IIR 的 system，要同時設計其 Zero、Pole。Pole 要放在想要增益的特定頻率，Zero 要放在濾除的特定頻率。
Pole / Zero 圖示		
Pole 與 Zero 設計技巧	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pole 越靠近單位圓越容易造成增益無限大而造成系統的 unstable，Zero 越靠近單位圓對濾除特定頻率有較好的效果。 2. Pole、Zero 設計在非實數軸上時，必須使用 Complex Conjugate。否則無法給實係數的 Transfer Function。 	

- 系統 Frequency / Phase Response :
- Frequency Response : (以 Zero 為例)

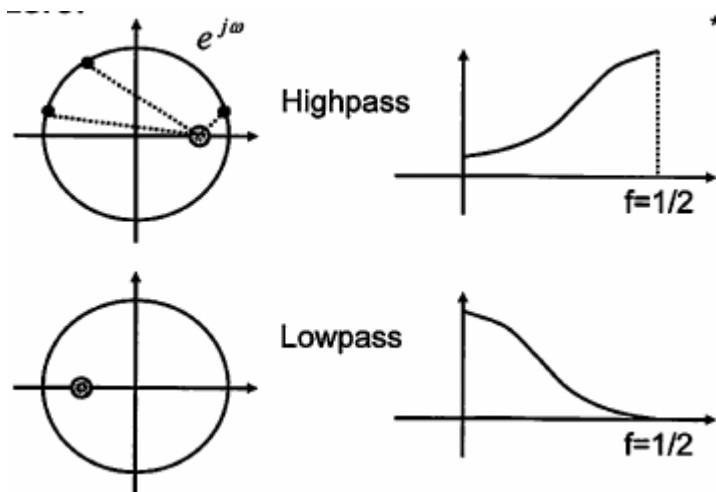
$$H(z) = 1 - a_1 z^{-1} \rightarrow H(e^{j\omega}) = 1 - a_1 e^{-j\omega}$$

$$|H(e^{j\omega})| = |e^{-j\omega}(e^{j\omega} - a_1)| = |e^{j\omega} - a_1|$$

$\exp(j\omega)$ 可視為複數平面上單位圓上的點 :

- (1,0) 對應到 $\omega = 0, 2N\pi \rightarrow$ 低頻區
- (0,i) 對應到 $\omega = \pi/2$
- (-1,0) 對應到 $\omega = -\pi \rightarrow$ 高頻區
- (0,-i) 對應到 $\omega = 3\pi/2$
- 因此當 ω 變動時就會在複數平面上的單位圓進行變動，從(1,0)到(-1,0)可視為從低頻移動到高頻之意。

以 Zero 為例，若 Zero 設計在複數平面上的右半平面，根據 Transfer function zero 在分子的特性，在右半平面低頻區，因為距離 Zero 較近，Transfer Function 整體就會隨之下降。所以如下圖，High pass filter 即可如此理解。同理可推 Low pass filter。



- Phase Response :

Phase Response 造成的原因

$$|Y(e^{j\omega})| = |H(e^{j\omega})| |X(e^{j\omega})| \rightarrow \text{又} \angle Y(e^{j\omega}) = \angle H(e^{j\omega}) + \angle X(e^{j\omega})$$

如何計算 Phase delay

$$h[n] = \delta[n - n_d] \Rightarrow y(n) = x(n - n_d)$$

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega n_d} \Rightarrow |H(e^{j\omega})| = 1, \forall \omega$$

$$\text{delay 的頻率響應映} \angle H(e^{j\omega}) = -\omega n_d, |\omega| < \pi$$

$$\text{Obviously, phase delay } n_d \triangleq -\frac{\angle H(e^{j\omega})}{\omega}$$

系統本身的 Transfer function 可視為一個複數，而複數可視為由一個實數乘上相位變化 :

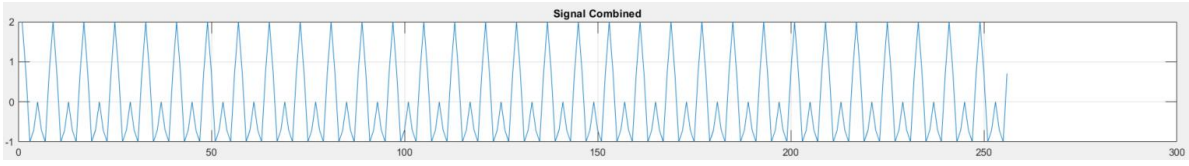
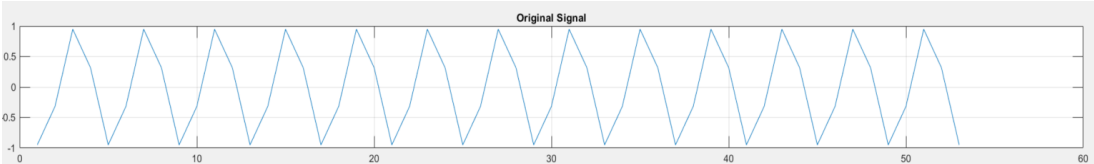
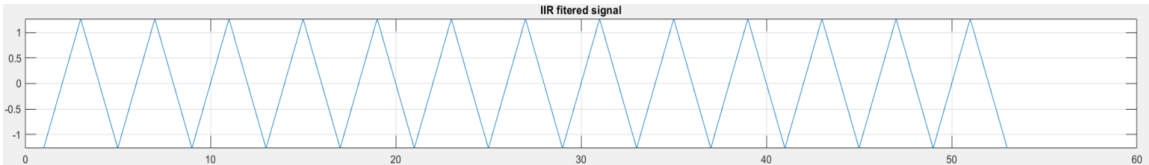
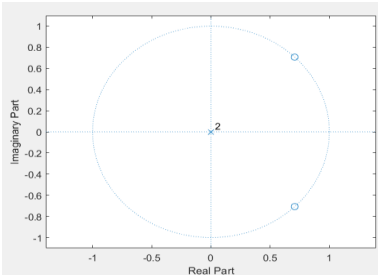
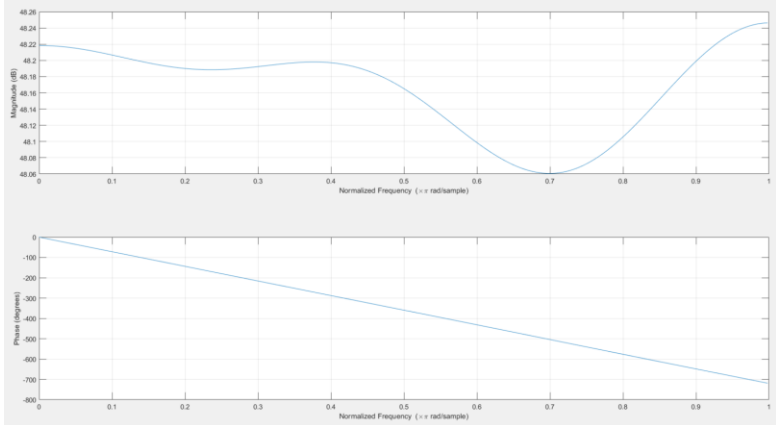
$$\{Re\}e^{j\omega}$$

實數項會造成增益，虛數項會造成相位變化，相位變化所造成的 delay 可由相位圖上的斜率推得。

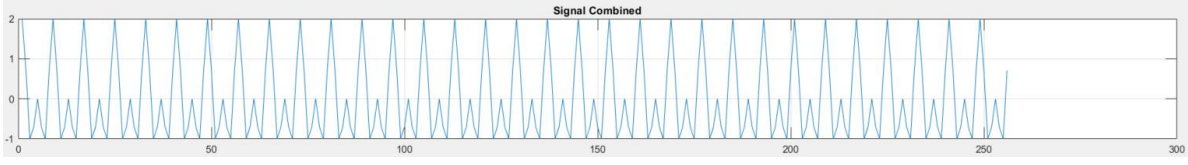
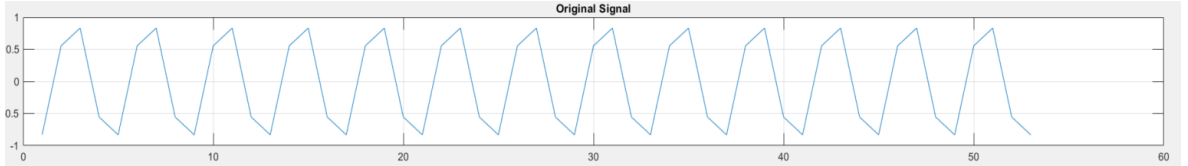

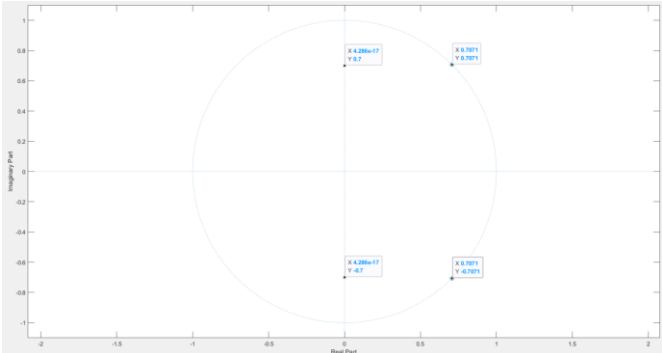
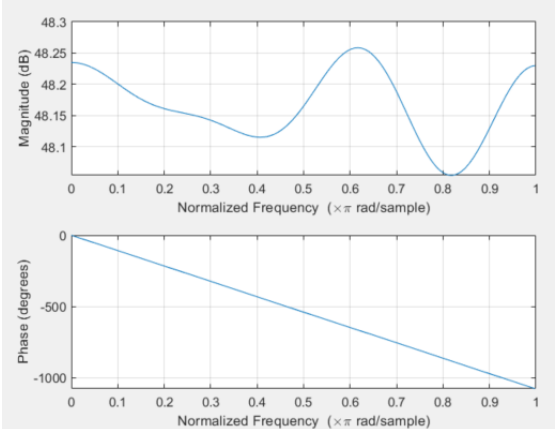
C. 實驗模擬結果與分析

■ FIR Filter :

● Result :

Signal Type	兩個 Sinusoidal signal 相加
Amplitude	1V
Frequency	1/4 與 1/8 (rad)
合成波	
想要得到的波形	
濾得的波形	
Pole Zero Position	
Frequency Response	
SNR	38.8307 dB
分析	系統的 Frequency Response 有明顯在其中一點降到 0，所以可確定 zero 擺放位置符合直覺，另外此僅為 zero 構成，因此 phase response 為線性。

■ IIR Filter :

Signal Type	兩個 Sinusoidal signal 相加
Amplitude	1V
Frequency	1/4 與 1/8 (rad)
合成波	
想要得到的波形	
濾得的波形	
Pole Zero Position	
Frequency Response	
SNR	28.1479 dB
分析	系統的 Frequency Response 有明顯在其中一點降到 0 並在 0 點前有明顯增益點，即 $1/8\pi$ 增益， $1/4\pi$ 降到 0，所以可確定 zero 與 pole 擺放位置符合直覺。

