

# ACSE Labs6

## Lab Report

姓名：廖冠勳

系級：電信

學號：0860306

### Lab 06 – Sampling and Rate Conversion

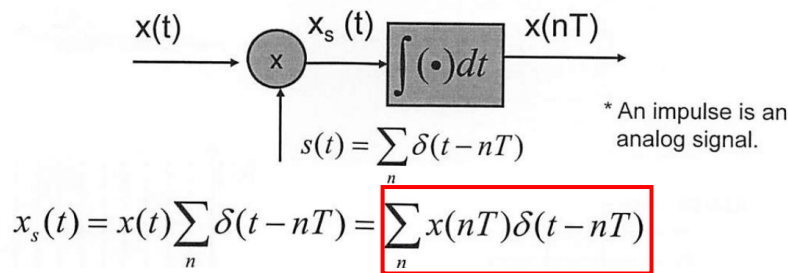
#### A. 實驗目的

- 瞭解 Communication System 特性，包含 UP 與 Down Sampling 並搭配 LPF 恢復訊號等過程。
- 了解 DAC、ADC(即 Down sampling、Up sampling)在頻譜上的變化。
- 藉由了解頻譜的形狀，並在適宜的 frequency 點上設計 cut off frequency，藉以防止 ADC 的 Aliasing 與 DAC 的頻譜壓縮重複複製問題。

#### B. 實驗原理

- Down Sampling 與 UP Sampling 的比較：

- Sampling 的主要觀念：



Sampling 可看成對原訊號乘上一整排的 delta function，而藉由 delta function 的取樣性質：

$$x(t)\delta(t - t_0) = x(t_0)\delta(t - t_0)$$

可得到如上圈出的 form。而時域相乘即頻率域做 convolution，因此可得到如下式子。

$$X_s(j\Omega) = \frac{1}{2\pi} X(j\Omega) * S(j\Omega) \Rightarrow X_s(j\Omega) = \frac{1}{T} \sum_k X(j\Omega - kj\Omega_s)$$

其中

$$S(j\Omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_k \delta(\Omega - k\Omega_s)$$

為 delta function 的 Fourier Transform，所以到了頻率域，訊號改對 delta function 做 convolution，物理意義為訊號做了平移，並且多了 summation，所以 sampling 的訊號在頻率域為「多個平移的 FT 相加」，物理意義即為頻率域作複製，但複製訊號的高度為  $1/T$ ，以保持能量守恒。

■ Down Sampling 與 Up Sampling 推導：

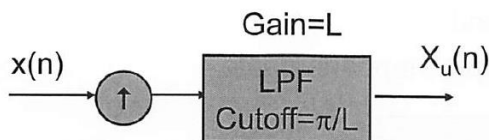
$$\begin{aligned}
 & \underbrace{x(t) \sum_n \delta(t-nT)}_{\text{取樣性質}} \\
 &= \sum_n x(nT) \delta(t-nT) \xrightarrow{\text{up sample}} \sum_k x(nT) \delta(n-kL) \\
 & \quad \downarrow \text{FT} \qquad \qquad \downarrow \text{FT} \\
 &= \frac{1}{T} \sum_k x(f) * \delta(f - \frac{k}{T}) \qquad \sum_n \sum_k x(nT) \delta(n-kL) e^{-j2\pi f n} \\
 &= \frac{1}{T} \sum_k x(f - \frac{k}{T}) \qquad \downarrow \text{相當於對 } x(nT) \text{ 作 FT} \\
 & \quad \downarrow \text{down sample: } MT \qquad \qquad \downarrow \\
 &= \frac{1}{M} \sum_k x\left(\frac{f}{M} - \frac{k}{MT}\right) \qquad X(e^{j\omega L})
 \end{aligned}$$

Down sample 的  $f/M$  項次會將頻譜拉開，因此容易產生 Aliasing，Up Sample 則因為  $wL$  有頻譜聚縮的效應存在。

● 如何設計 Filter 與注意事項：

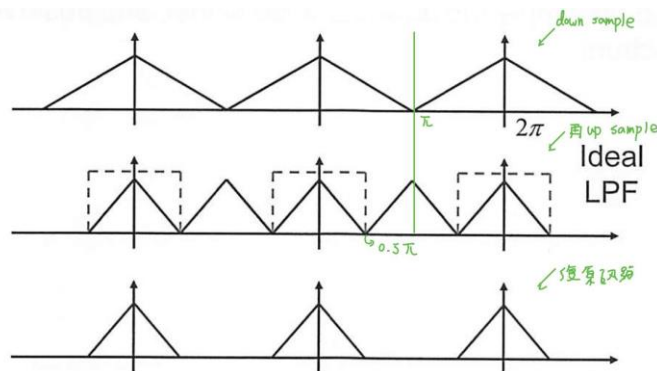
■ 把頻率 Normalize 成 0-1：

以 DMA 為例：



LPF 的 Cut off frequency 必須設計在  $\pi/L$  的位置，因為 Normalize，所以實際上在調整的時候 Cut off Frequency 在 Matlab 中的 Filter Designer 必須調整在  $1/L$  的位置。

■ 本題的 LPF 設計流程：

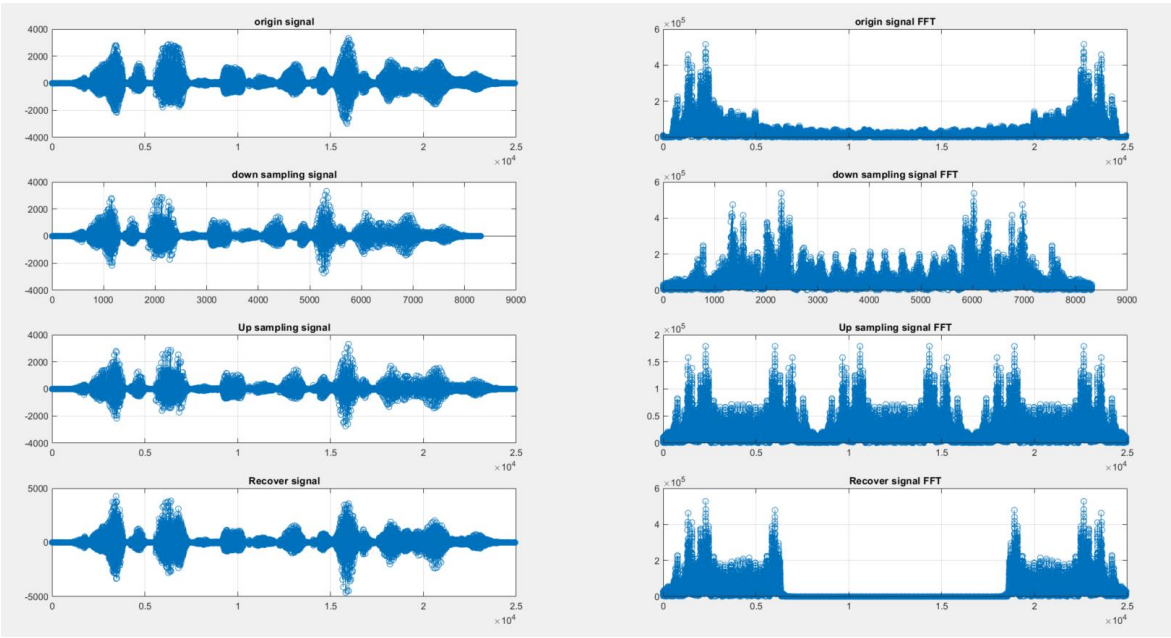
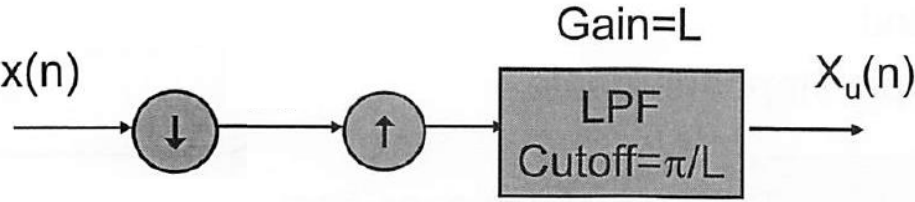


因為先做 Down sample 再做 Up Sample 所以 Cutoff Frequency 必須設計在  $0.5\pi$  附近才可復原，如上圖所示。

C. 實驗模擬結果與分析

■ 實數與虛數系統：

● Result：

Signal Type	由助教提供的訊號	
Carrier Frequency		
Down factor	3	
Cut-off Freq	0.5	
Symbol error rate 之間的比較		
系統架構		
分析	實際上此為一個音檔，決定 Down Factor 理論上應是 2 可剛好不造成 Aliasing，但實際上播來聽這個音檔，發現其實可以把 Factor 調到 3 仍可分辨出來。	