第十二、三章 气体动理论与热力学 作业

气体动理论习题：

B-1.

容积$V=1m^3$的容器内混有$N_1=1.0\times10^{25}$个氢气分子和$N_2=1.0\times10^{25}$个氧气分子，混合气体的温度为$400K$，求：

(1) 气体分子的平动动能总和；

(2) 混合气体的压强(普适气体常量$R=8.31\,J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}$)。

解：(1) 单个气体分子的平均平动动能：

$$\bar{\bar{\varepsilon}}_k=\frac{3}{2}kT=8.28\times10^{-21}J$$

气体分子的平动动能总和为：

$$E_K=N\bar{\varepsilon}_k=(N_1+N_2)\frac{3}{2}kT=4.14\times10^{5}J$$

(2) 混合气体的压强：

$$p=nkT=2.76\times10^{5}Pa$$

B-2

有一容积为10cm^3 的电子管，当温度为300K时用真空泵抽成高真空，使管内压强为5×10^{-6} mmHg。求：(1) 此时管内气体分子的数目； (2) 这些分子的总平动动能。

解：(1) 由理想气体状态方程得

$$N=\frac{pV}{kT}=\frac{5\times10^{-6}\times133.3\times10^{-5}}{1.38\times10^{-23}\times300}=1.61\times10^{12}$$

(2) 每个分子平均平动动能

$$\bar{\varepsilon}=\frac{3}{2}kT$$

N 个分子总平动动能为

$$N\bar{\varepsilon}=N\cdot\frac{3}{2}kT=10^{-8}\,\mathrm{J}$$

B-3

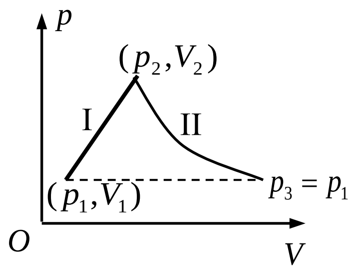
表示在温度为T的平衡状态下，速率在v附近单位速率区间的分子数占总分子数数的百分比；
表示速率$v\to v+dv$区间的分子数占总分子数的百分比；
表示速率在$v\to v+dv$内的分子数；
表示速率位于$v_1\to v_2$区间的分子数；
表示速率位于$v_1\to v_2$区间的分子数占总分子数的百分比

热力学习题：

B-1. 1 mol 刚性双原子分子的理想气体，开始时处于 $p_1=1.01\times10^5\ \mathrm{Pa}$、$V_1=10^{-3}\ \mathrm{m}^3$ 的状态，然后经图示的直线过程 I 变到 $p_2=4.04\times10^5\ \mathrm{Pa}$、$V_2=2\times10^{-3}\ \mathrm{m}^3$ 的状态．后又经过方程为 $pV^{\frac{1}{2}}=C$（常量)的过程 II 变到压强 $p_3=p_1=1.01\times10^5\ \mathrm{Pa}$ 的状态．求：

(1) 在过程 I 中气体吸的热量;

(2) 整个过程气体吸的热量．



解：(1) 在过程I中气体对外做功为

$$A_1=\frac{1}{2}(p_1+p_2)(V_2-V_1)$$

内能增量为

$$\Delta E_1=\frac{m}{M}C_V\Delta T=\frac{5}{2}R(T_2-T_1)=\frac{5}{2}(p_2V_2-p_1V_1)$$

由热力学第一定律，此过程气体吸收的热量为

$$Q_1=A_1+\Delta E_1=\frac{1}{2}(p_1+p_2)(V_2-V_1)+\frac{5}{2}(p_2V_2-p_1V_1)$$

$$=\frac{1}{2}\left(1.01\times10^5+4.04\times10^5\right)\times\left(2\times10^{-3}-10^{-3}\right)\mathrm{J}+\frac{5}{2}\left(4.04\times2\times10^2-1.01\times10^2\right)\mathrm{J}$$

$$=2.02\times10^3\ \mathrm{J}$$

(2) 在过程 II 中气体对外做功为

$$A_2=\int_{V_2}^{V_3}p\,\mathrm{d}V=p_2\sqrt{V_2}\int_{V_2}^{V_3}\frac{\mathrm{d}V}{\sqrt{V}}=2\left(p_3V_3-p_2V_2\right)$$

又据 $pV^{\frac{1}{2}} = C$ 可得

$$V_3 = V_2\left(\frac{p_2}{p_3}\right)^2 = 2\times10^{-3}\times\left(\frac{4.04}{1.01}\right)^2 \text{ m}^3 = 32\times10^{-3}\text{ m}^3$$

所以

$$A_2 = 2\times\left(1.01\times32\times10^2 - 4.04\times2\times10^2\right)\text{J} = 4.85\times10^3\text{ J}$$

过程 II 气体内能增量为 $\Delta E_2 = \frac{5}{2}R\left(T_3 - T_2\right) = \frac{5}{2}\left(p_3V_3 - p_2V_2\right)$

$$= \frac{5}{2}\times\left(1.01\times32\times10^2 - 4.04\times2\times10^2\right)\text{J} = 6.06\times10^3\text{ J}$$

过程 II 气体吸热 $Q_2 = A_2 + \Delta E_2 = 4.85\times10^3\text{ J} + 6.06\times10^3\text{ J} = 1.09\times10^4\text{ J}$

整个过程气体吸收热量 $Q = Q_1 + Q_2$

$$= 2.02\times10^3\text{ J} + 1.09\times10^4\text{ J} = 1.29\times10^4\text{ J}$$

B-2. 一卡诺热机(可逆的)，当高温热源的温度为127°C、低温热源温度为27°C时，其每次循环对外做净功 8000 J．今维持低温热源的温度不变，提高高温热源的温度，使其每次循环对外做净功 10000 J．若两个卡诺循环都工作在相同的两条绝热线之间，试求：

(1) 第二个循环热机的效率；

(2) 第二个循环的高温热源的温度．

解：(1) $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{A_{净}}{Q_1} \to Q_1 = \frac{A_{净}}{\eta} = \frac{8000}{1-\frac{300}{400}}\text{ J} = 32000\text{J}$，$Q_1 = Q_2 + A_{净}$

$$Q_2 = Q_1 - A_{净} = 32000\text{J} - 8000\text{J} = 24000\text{J}$$

第二个热机 Q_2 不变，则 $Q_1' = Q_2 + A_{净}' = 24000\text{J} + 10000\text{J} = 34000\text{J}$

$$\eta' = \frac{A_{净}'}{Q_1'} = \frac{10000}{34000} = 29.4\%$$

(2) 由 $\eta' = 1 - \frac{T_2}{T_1'}$ 得 $T_1' = \frac{T_2}{1-\eta'} = \frac{300}{1-29.4\%}\text{ K} = 425\text{K}$

B-3. 解 (1) A→B 过程: $A_1 = \frac{1}{2}(p_B + p_A)(V_B - V_A) = 200J$

$$\Delta E_1 = \frac{M}{\mu}\frac{i}{2}R(T_B - T_A) = \frac{i}{2}(P_BV_B - P_AV_A) = 750J$$

$$Q_1 = A_1 + \Delta E_1 = 950J$$

B→C 过程: $A_2 = 0$

$$\Delta E_2 = \frac{M}{\mu}\frac{i}{2}R(T_C - T_B) = \frac{3}{2}(p_C V_C - p_B V_B) = -600J$$

$$Q_2 = A_2 + \Delta E_2 = -600J$$

C→A 过程: $A_3 = P_A(V_A - V_C) = -100J$

$$\Delta E_3 = \frac{M}{\mu}\frac{i}{2}R(T_A - T_C) = \frac{3}{2}(p_A V_A - p_C V_C) = -150J$$

$$Q_2 = A_3 + \Delta E_3 - 250J$$

(2) 总功 $A = A_1 + A_2 + A_3 = 100J$

总热量 $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 100J$