线性代数期中试卷

姓名________ 学号____________________专业__________ 考试时间__2013.11.16

一. 简答题(本题共4小题,每小题10分,共40分)

1.将矩阵 $\begin{pmatrix}1&2&3\\3&1&2\\2&1&3\end{pmatrix}$ 用行初等变换化为行简化梯形矩阵。

2. 设 A,B 分别为 $m\times n$ 和 $n\times m$ 矩阵，E_n 为 n 阶单位阵，若 $m>n$，判断矩阵 $\begin{pmatrix}A&O\\E&B\end{pmatrix}$ 是否可逆，并说明理由。

3. 设 $n\geq 2$，A 是 n 阶实方阵。如果 $AX=\theta$ 的基础解系为向量 $\alpha=(1,1,...,1)'$，求 $A^*X=\theta$ 的基础解系.

4. 设 $A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}$ 及 $\beta=(b_1,b_2,b_3)'\neq\theta$. 令 $B=\begin{pmatrix}A&\beta\\\beta'&0\end{pmatrix}$. 如果 $r(A)=r(B)$，试判断非齐次线性方程组 $AX=\beta$ 是否有解，并给出理由。

二.(20分) 计算下列行列式

(i) $D_n=\begin{vmatrix}n&n-1&n-2&\cdots&3&2&1\\-1&x&0&\cdots&0&0&0\\0&-1&x&\cdots&0&0&0\\&&\cdots\cdots\cdots&\cdots\cdots&&&\\0&0&0&\cdots&-1&x&0\\0&0&0&\cdots&0&-1&x\end{vmatrix}$ (ii) $D_n=\begin{vmatrix}x_1&a_1b_2&\cdots&a_1b_n\\a_2b_1&x_2&\cdots&a_2b_n\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\a_nb_1&a_nb_2&\cdots&x_n\end{vmatrix}$.

三.(10分) 求下列带参数的齐次线性方程组的基础解系

$$\begin{cases}2x_1+3x_2-x_3+7x_4&=&0,\\4x_1+3x_2+\lambda x_3+6x_4&=&0,\\x_1+x_2+2x_4&=&0.\end{cases}$$

四. (10分) 求一个非齐次线性方程组，使得其通解为

$$X=(1,-1,3)'+k_1(-1,3,2)'+k_2(2,1,1)',$$

其中 k_1,k_2 为任意常数。

五.(10分) 设有4个三维向量 $\alpha_1=(-2-3,-4)^T,\alpha_2=(4,6,8)^T,\beta_1=(2,4,4)^T,\beta_2=(7,4,15)^T$. 考虑以下两个向量集合

$S_1=\{\ v\in R^3\mid v=k_1\alpha_1+k_2\alpha_2,\ k_1,k_2\in R\ \}$ 和 $S_2=\{\ v\in R^3\mid v=l_1\beta_1+l_2\beta_2,\ l_1,l_2\in R\ \}$. 求向量集合 $S_1\cap S_2$.

六.(10分) 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&a&4\\0&2&0\\1&b&0\end{pmatrix}$ 可以对角化，求出a,b和与之相似的对角矩阵D及相似变换矩阵P.