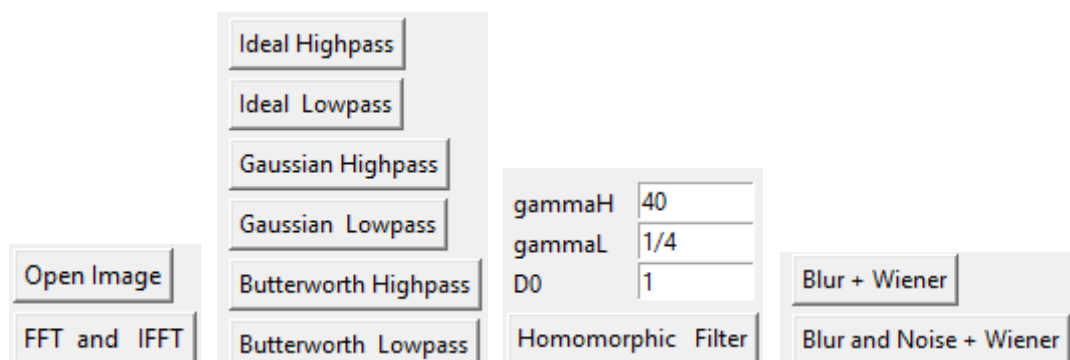
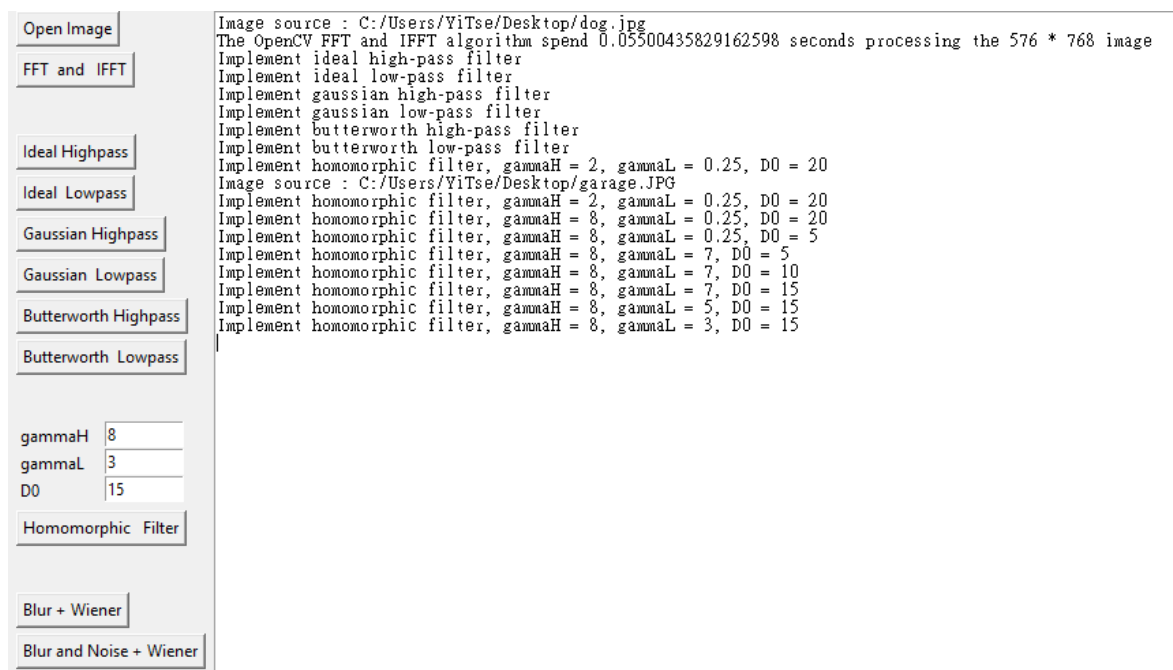


# Digital Image Processing HW04 Report

生機碩一 R09631007 吳乙澤

## 一、軟體簡介

本次作業以 python 配合 tkinter 寫成。一共有用到 os、opencv、time、random、numpy、tkinter、matplotlib、math 等多個函數庫。見下圖，軟體介面分兩部分，一是輸入區域，二是輸出區域。輸入區域有多個按鈕，需先按下 open image 並選擇圖片後，才能做後續濾波。按下濾波按鈕後，如 Ideal Highpass，程式會自動地另開視窗，並將圖片顯示在該視窗中。輸出區域則是介面右方的白色方框，在使用者按下按鈕後，會依按鈕性質，顯示相對應的提示訊息，如圖片路徑、使用者所做動作、homomorphic filter 的係數等。最後，請注意，在輸入 homomorphic filter 係數時，要以整數或分數的形式輸入，若以小數形式輸入會導致程式出錯。



## 二、演算法說明與結果討論

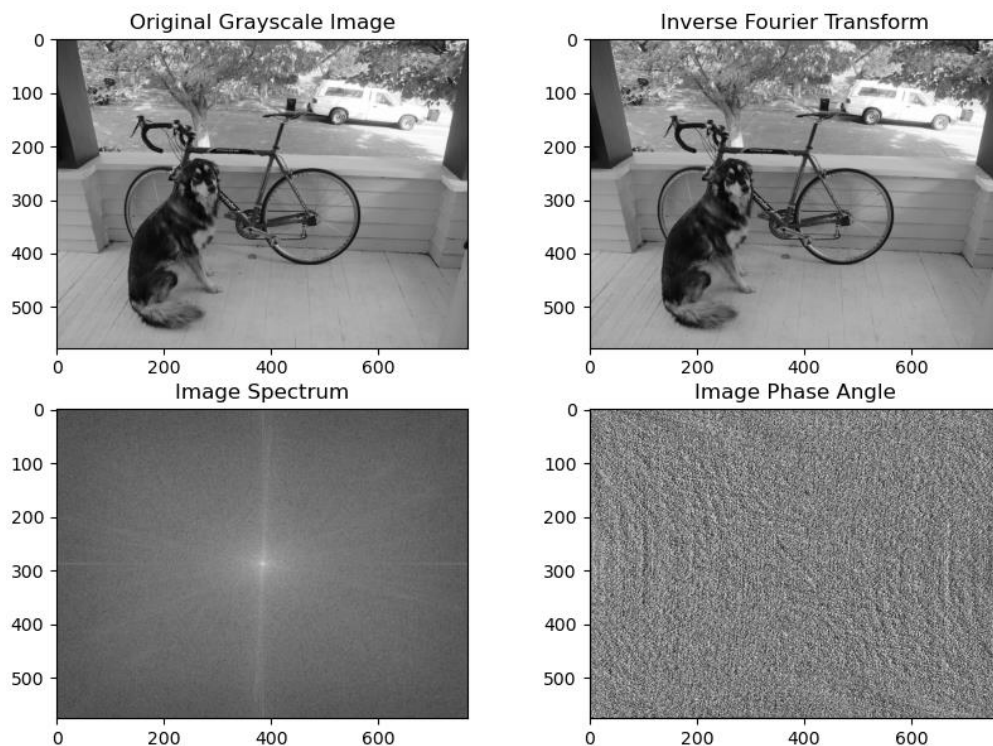
本作業有四個功能需完成。以下依序說明這些功能的演算法並討論結果。

### 2-1 Fourier Transform

見下方的 FFT 程式碼。我利用 `cv2.dft` 做傅立葉轉換，之後以 `np.fft.fftshift` 做平移，讓低頻訊號移至中心。再以 `cv2.magnitude`，對實部與虛部做平方後相加，並利用 `log` 調整對比，就能得到頻譜圖。相位部分，用 `np.angle` 便能得到。逆傅立葉轉換也是類似步驟。在此不加贅述。

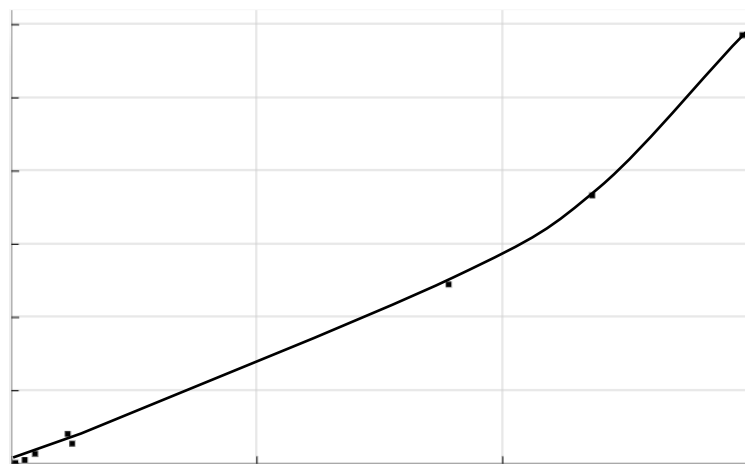
```
# FFT
imgGray = cv2.imread(path, cv2.IMREAD_GRAYSCALE)
fft = cv2.dft(np.float32(imgGray), flags=cv2.DFT_COMPLEX_OUTPUT)
fftShift = np.fft.fftshift(fft)
Spectrum = np.log(cv2.magnitude(fftShift[:, :, 0], fftShift[:, :, 1]))
Phase = np.angle(np.fft.fft2(imgGray))
```

見下圖，以肉眼比較轉換前後的圖片，分不出有何區別。不過，若將兩圖片相減，則會發現他們是不一致的。想來這是因為演算法的問題，而不是理論出錯。因為在數學上，傅立葉正轉換與傅立葉逆轉換，是相互對應的關係。



我以 python 函數庫的函數 time，計算傅立葉正轉換與傅立葉逆轉換的運算時間。得到時間後，一律以四捨五入法取至小數點後三位。158\*183 的圖片花了 0.006 秒，512\*512 的圖片花了 0.031 秒，688\*688 的圖片花了 0.073 秒。我一共測試了八張不同大小的圖片，並將運算時間、圖片像素總數、每個像素所花時間共三個參數，放在一個表格中做對照。如下所示，越大張的圖片，運算時間有越長的趨勢。並且，將表格中的像素數作為 X 軸，運算時間作為 Y 軸作圖。可以發現，到一定大小後，運算時間突然陡峭上升。代表該演算法的時間複雜度為非線性，推測快速傅立葉轉換的時間複雜度為  $n \cdot \log(n)$  或  $n^2$ 。

No.	1	2	3	4	5	6	7	8
Time (s)	0.006	0.031	0.073	0.208	0.142	1.23	1.838	2.933
Image Pixel	28914	262144	473344	1137416	1228800	8888320	11808768	14865228
Time / Pixel	2.08E-07	1.18E-07	1.54E-07	1.83E-07	1.16E-07	1.38E-07	1.56E-07	1.97E-07

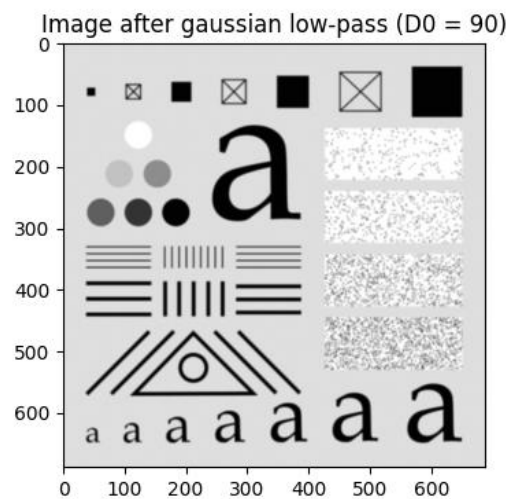
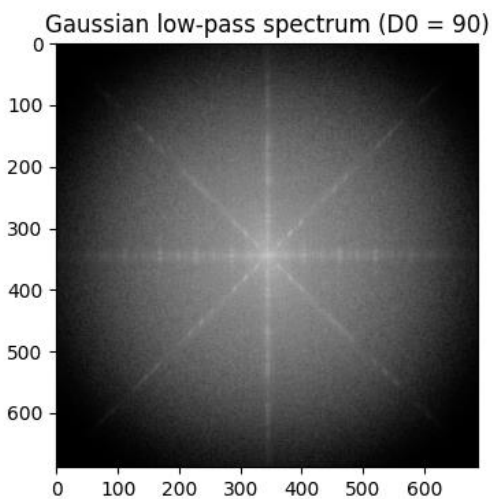
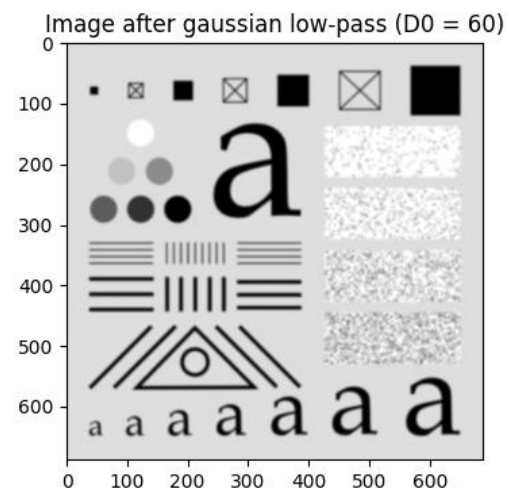
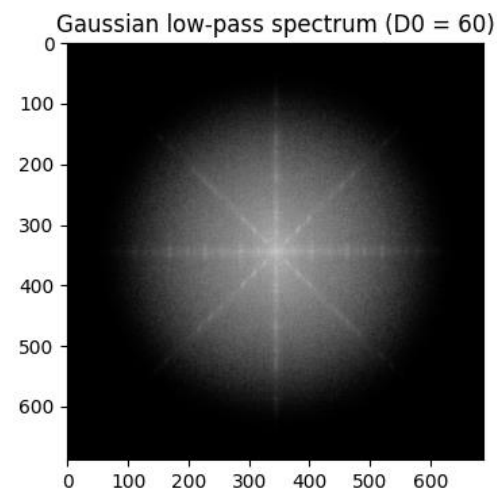
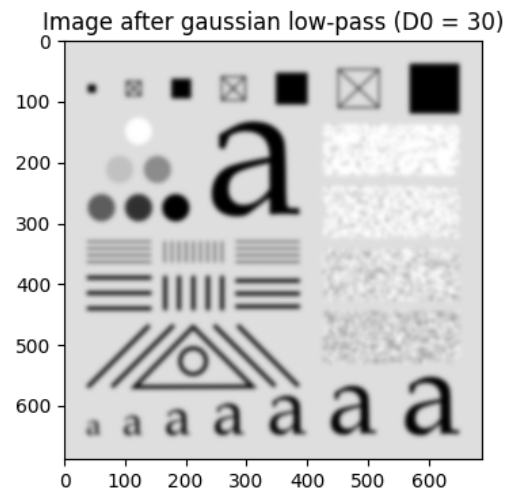
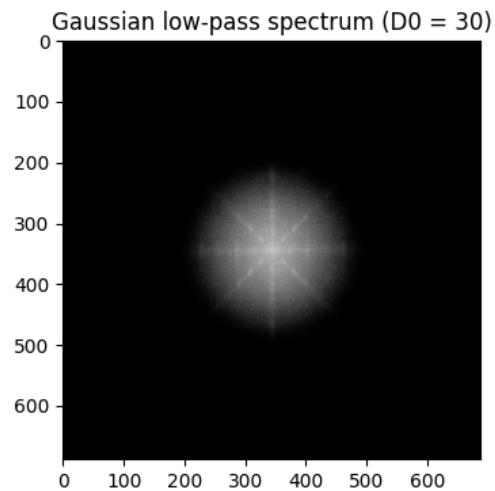


## 2-2 Highpass and Lowpass Filtering of Images

該題皆是對已平移的頻譜做濾波處理後，再平移回去後做逆傅立葉轉換，到空間域顯示出來。見下方程式碼，這裡只列出理想濾波器的部分，其他濾波器類似該操作，故不重複解釋。不同的濾波器，只是 for loop 內部的處理不一樣而已。可參照課本的公式進行處理即可。另外，R 便是 cut-off frequency，更改 R 便能改變濾波結果。

```
# Do ideal highpass
R = 60
for i in range(imgGray.shape[1]):
    for j in range(imgGray.shape[0]):
        if (i-centerX)*(i-centerX)+(j-centerY)*(j-centerY) <= R*R:
            fftShift_IdealHighPass[j,i] = 0
```

結果圖的部分，由於圖形眾多，這裡只列出不同 cut-off frequency 對高斯低通濾波器的不同影響。見下圖，D0 是高斯濾波的 cut-off frequency。觀察頻譜圖，中央是低頻訊號，周圍是高頻訊號。D0 越小，截掉的高頻較多，模糊的效果越顯著；D0 越大，截掉的高頻較少，模糊的效果越不顯著。



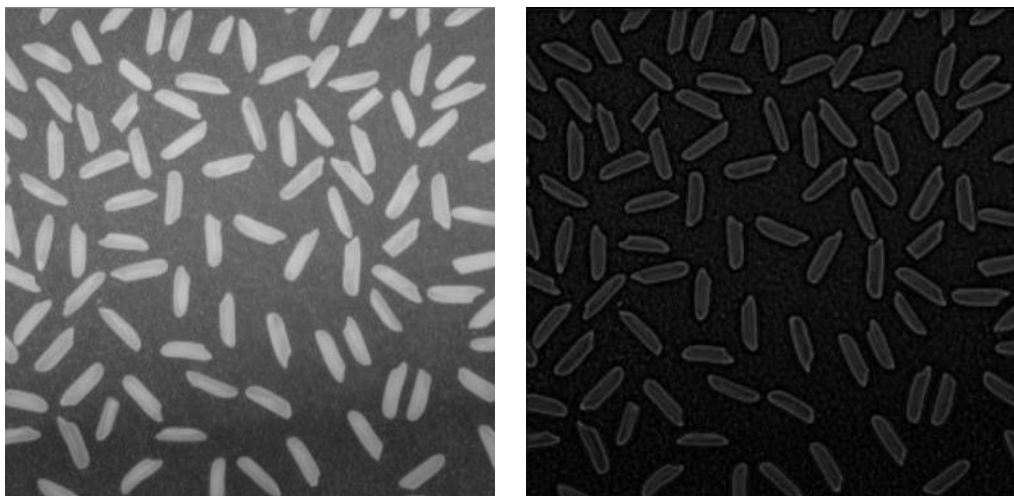
## 2-3 Homomorphic Filtering

該部分利用 tkinter 的 frame 和 entry 功能，實現對使用者友好的介面，可讓使用者自訂 Homomorphic filter 的三個參數， $r_H$ 、 $r_L$ 、 $D_0$ 。濾波的公式，則參照課本的公式，對平移後的頻譜相乘即可。

```
# User Input : GammaH of Homomorphic Filtering
gammaH_frame = tk.Frame(window)
gammaH_frame.place(x = 10, y = 310)
gammaH_label = tk.Label(gammaH_frame, text = 'gammaH  ')
gammaH_label.pack(side = tk.LEFT)
gammaH_ = tk.Entry(gammaH_frame, width = 9)
gammaH_.pack()

# Do gaussian highpass
for i in range(imgGray.shape[1]):
    for j in range(imgGray.shape[0]):
        fftShift_homomorphic[j,i] = fftShift_homomorphic[j,i] * ((gammaH -
gammaL)*(1 - exp(-c*((i-centerX)*(i-centerX)+(j-centerY)*(j-centerY))/
D0/D0)) + gammaL)
```

另外，查過課本和網路，若是調整  $r_L < 1$ ， $r_H \geq 1$ ，則該濾波器能強化對比、動態範圍壓縮。進而達到銳化邊緣，將不均勻光平均化的效果。見下圖，經過 Homomorphic filter 之後，背景的颜色變得單一，因此做後續的二值化會簡單許多。



$r_H = 2, r_L = 0.2, D_0 = 60 (C = 2)$



$$rH = 2, rL = 0.2, D0 = 1 (C = 1)$$

## 2-4 The restoration of Motion Blurred and Noise Image

該題的 motion blur、inverse filter、wiener filter 皆是照課本公式作之。不過不知為何，motion blur 出來的結果和課本上的有所出入。或許是我對公式理解錯誤，或是實作時寫錯程式吧。見下方程式碼，我照課本(5-77)式，利用euler's formula 對 exponential 拆解後，只留下實數項，也就是cos項與剩餘公式相乘。另外，為防止公式除到零，在 i 和 j 等於零時，使 fftShift\_blur 保持原樣。

```
# Do Motion Blur
a = 0.1
b = 0.1
T = 1
for i in range(0, imgGray.shape[0]):
    for j in range(0, imgGray.shape[1]):
        if i == 0 and j == 0 :
            fftShift_blur[i,j] = fftShift_blur[i,j]
        else :
            motionBlur = sin(pi*(i*a + j*b))*T/(pi*(i*a + j*b))*cos(-pi*
            (i*a + j*b))
            fftShift_blur[i,j] = fftShift_blur[i,j] * motionBlur
```

見下方結果圖，motion blur 的結果和課本上的有所出入，但也有殘影及部分模糊的效果。對於只有加入 motion blur 干擾的圖片，inverse filter 去 motion blur 的效果比 wiener 好。將經過濾波後的圖片相減，可以發現兩圖有所差異。差異主



要呈現在模糊的效果上。另一方面，觀察有加入高斯噪點的圖片，wiener filter 的還原效果比 inverse filter 好上許多。inverse filter 的還原效果基本上是一團亂。將還原後的效果相減，可以得知兩圖主要差在斜線。猜測該斜線代表高斯噪點的訊息。查過網路和課本，wiener filter 比 inverse filter 適合重建有噪點的圖片。

