

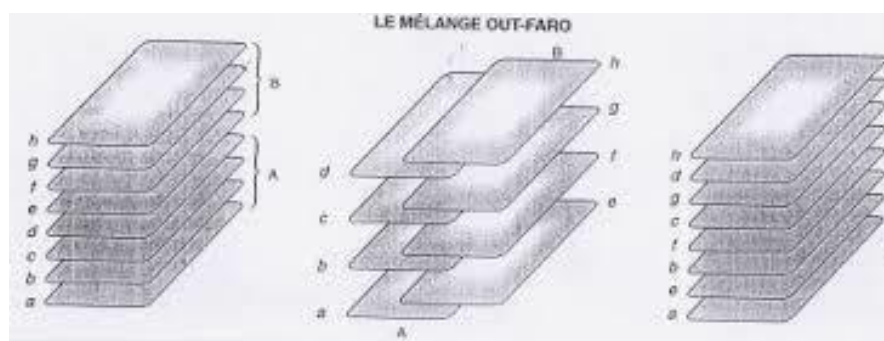
## Club Math en Jeans UTT 2021-2022

### Sujet N°1 : L'invasion des uns

On note  $I(n)$ , un nombre composé de  $n$  fois le chiffre 1. Par exemple  $I(3) = 111$ . On se propose d'étudier  $D(I(n))$ , l'ensemble des diviseurs de  $I(n)$ . Pour  $I(3)$ ,  $D(I(3)) = \{1 ; 3 ; 37 ; 111\}$ . Certains  $I(n)$  sont-ils des nombres premiers ? Y-a-t-il une formule qui lie le nombre  $n$  au nombre de diviseurs ?

### Sujet N°2 : Les faux mélanges

On dispose d'un paquet avec un **nombre de cartes pair**. On effectue alors plusieurs mélanges « out faro » : On coupe le tas de cartes en deux parties égales. En premier, on pose la dernière carte du second tas, puis la carte de dernière carte du premier tas. On continue ensuite, de manière identique, en alternant les cartes du premier et du second tas. Après avoir réitéré ce mélange sur plusieurs paquets, possédant chacun un nombre de cartes différentes, on retombe sur la disposition initiale des cartes. Quel que soit le nombre pair de cartes, retombe-t-on à chaque fois sur la disposition initiale des cartes ? Si oui, en combien de mélanges ?



### Sujet N°3 : Pariez mais je gagne !

On prend un jeu avec des cartes possédant des numéros de 1 à  $n$  et deux faces : blanche ou noire. Au début du jeu, on dispose les cartes à l'horizontale dans un ordre aléatoire, et le but est de les remettre dans l'ordre croissant et toutes sur la face blanche en le moins de tour possible. À chaque tour, on a deux choix : retourner une carte, ou en échanger deux adjacentes. Peut-on trouver un algorithme de résolution ? Peut-on déterminer le nombre minimal de permutations nécessaires à sa résolution ?

### Sujet N°4 : Le jeu de Ping

Le jeu de Ping est une sorte de damier, rectangulaire ou carré, de taille variable, où dans chaque case se trouve un pion bicolore (une face verte, l'autre rouge). Le but du jeu est de réussir à retourner tous les pions sur leur face rouge, mais avec une règle : quand on clique sur un des pions du damier, il n'est pas retourné. Seuls ses huit voisins le sont, les directs et ceux en diagonale. Peut-on trouver un algorithme de résolution ? Peut-on déterminer le nombre minimal de coups nécessaires pour gagner ?

### Sujet N°5 : Les Pokémons

Un groupe d'élèves participe à un jeu. Quand celui-ci commence, chacun est envoyé seul dans une pièce dans laquelle se trouve un écran. Chaque joueur va jouer à son tour et doit tenter de deviner le Pokémon qui lui a été assigné. Pour faire son choix, chaque joueur dispose d'informations : quels

Pokémons sont assignés aux joueurs qui n'ont pas encore joué et les réponses des joueurs qui ont déjà joué.

Avant le démarrage du jeu, les joueurs connaissent : les règles du jeu, le nombre de joueurs et la liste de Pokémons utilisés.

Pendant la préparation, les joueurs ne connaissent pas : l'ordre dans lequel ils vont jouer et la répartition des Pokémons assignés (certains peuvent apparaître plus que d'autres, voire pas du tout) Les joueurs ne savent si les réponses sont bonnes ou mauvaises que lorsque tout le monde a joué. Étant donné un nombre de joueurs et une liste de Pokémons, comment faire le moins d'erreurs possible ?

#### **Sujet N°6 : Le jeu du serpent**

Ce jeu se joue à deux joueurs. Chacun leur tour, les joueurs construisent un bout de serpent dans un quadrillage de taille fini. Le premier joueur de la partie fait commencer le serpent dans la case qu'il choisit dans un quadrillage. Ensuite, il faut tracer un segment pour construire le serpent en se déplaçant horizontalement ou verticalement (pas en diagonale) sans sortir du quadrillage. Le gagnant est celui qui retouche le serpent. Existe-t-il des méthodes pour que le premier/deuxième joueur gagne ? Les méthodes varient-elles selon la taille du quadrillage ?

#### **Sujet N°7 : Roméo et Juliette**

Roméo veut offrir un collier à Juliette. Il possède trois perles blanches identiques et quatre perles noires identiques. Combien peut-il faire de modèles de colliers différents ? Si Roméo avait  $b$  perles blanches et  $n$  perles noires, combien pourrait-il faire de modèles de colliers différents ?

#### **Sujet N°8 : Les crêpes**

Soit un tas de  $n$  crêpes numérotées de 1 à  $n$ , de tailles différentes. On veut savoir comment les ordonner de façon à avoir la plus grande en bas et la plus petite en haut. Pour cela on s'oblige à utiliser un seul type de transformation et un seul outil. On coupe le tas à l'endroit choisi, la partie qui se trouve au-dessus sera retournée, c'est à dire mise en sens inverse.

#### **Sujet N°9 : Des escargots sur une boîte à chaussure**

Des astronautes escargots sont sur une boîte à chaussures, perdus en plein milieu de l'espace. Ils se rejettent la responsabilité de l'erreur qui les a mis dans une telle situation. Depuis, ils se font la tête au point de chercher à se placer sur cette boîte de manière à être le plus loin possible les uns des autres. Où peuvent-ils se mettre, selon la forme de la boîte ?

#### **Sujet N°10 : Communiquer dans une grille**

Les personnes d'un réseau sont disposées dans un quadrillage à taille variable. Les règles de transmission du réseau sont au nombre de trois :

- règle A : Transmettre à la personne située 3 pas à l'est et 2 pas au nord
- règle B : Transmettre à la personne située 3 pas à l'ouest et 1 pas au nord
- règle C : Transmettre à la personne située 1 pas à l'est et 2 pas au sud

Une nouvelle, connue d'une personne particulière peut-elle être transmise à tout le monde en suivant les règles du réseau ? Sinon, quelles sont les personnes qui peuvent être informées ?