

UNIVERSIDADE DO MINHO

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA  
INFORMÁTICA

COMPUTAÇÃO GRÁFICA

---

# Primitivas Gráficas

---

*Grupo:*

Etienne Costa A76089

Joana Cruz A76270

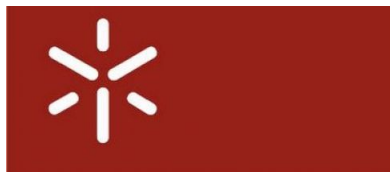
Rafael Alves A72629

Maurício Salgado A71407

*Docente:*

António Ramires

9 de Março de 2019



# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Gerador</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Plano</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Caixa</b>	<b>6</b>
4.1	Cálculo das faces XZ . . . . .	7
4.2	Cálculo das faces XY . . . . .	9
4.3	Cálculo das faces YZ . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Esfera</b>	<b>15</b>
<b>6</b>	<b>Cone</b>	<b>20</b>
<b>7</b>	<b>Motor</b>	<b>25</b>
<b>8</b>	<b>Extras</b>	<b>25</b>
<b>9</b>	<b>Conclusão</b>	<b>26</b>

# 1 Introdução

O relatório apresentado diz respeito à primeira fase do trabalho proposto no âmbito da unidade curricular de Computação Gráfica. O trabalho consiste no desenvolvimento de um gerador de vértices de algumas primitivas gráficas sendo estas um plano, uma caixa, uma esfera e um cone). Para além disto, também foi desenvolvida uma aplicação de leitura de ficheiros de configuração em XML(Engine) que servirá para desenhar os vértices anteriormente gerados. Para o desenvolvimento deste projeto foi necessário utilizar certos recursos como a linguagem C++ e o OpenGL.

## 2 Gerador

Esta aplicação tem como objetivo gerar todos os vértices necessários para a elaboração dos triângulos que constituem a figura pretendida e guardar num ficheiro. A função main do gerador vê qual a primitiva gráfica que se pretende gerar, como já referimos, pode ser um plano, uma caixa, uma esfera ou um cone. De seguida chama a função geradora correspondente, tendo em conta o número de argumentos pedidos, e escreve como resultado os vértices gerados.

Generator.exe <modelo> [parâmetros] <outputFile>
--

- **Plano** - apenas recebe um argumento, por ser pedido um plano quadrado e corresponde ao lado do plano.
- **Caixa** - recebe como argumentos o comprimento, a altura, a largura e o número de divisões. Caso não se pretenda dividir este último argumento tomará o valor 1.
- **Esfera** - recebe como argumentos o raio, o número de slices(divisões verticais) e o número de stacks(divisões horizontais).
- **Cone** - recebe os mesmos argumentos da esfera, incluindo a altura do cone.

### 3 Plano

É pretendido um plano  $XZ$  quadrado, centrado na origem e obtido com 2 triângulos. Para calcular os pontos que constituem o plano precisamos do tamanho que nos dará informação sobre a dimensão do plano no eixo dos  $xx$ , e dimensão do plano no eixo dos  $zz$ . O plano contém 4 pontos e sendo centrado na origem temos que efetuar os seguintes cálculos:

$$\begin{aligned}x &= tamanho/2 \\ y &= 0 \\ z &= tamanho/2\end{aligned}$$

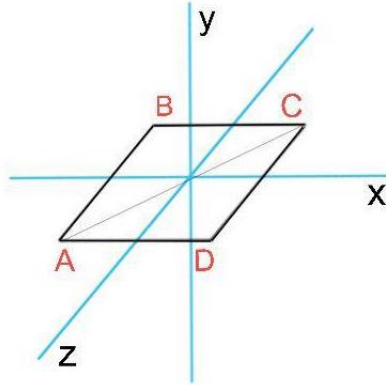


Figura 1: Figura ilustrativa de um plano XZ

Efetuando os cálculos, obtemos os seguintes pontos:

$$\begin{aligned}A &= (-x, y, z) \\ B &= (-x, y, -z) \\ C &= (x, y, -z) \\ D &= (x, y, z)\end{aligned}$$

Gerando o plano a partir do ponto A, e segundo o OpenGL, para a superfície do plano ficar visível utilizamos a regra da mão direita no sentido inverso aos ponteiros do relógio, obtemos que os vértices dos triângulos  $ACB$  e  $ADC$ , terão como coordenadas:

$$ACB \rightarrow (-x, y, z)(x, y, -z)(-x, y, -z)$$

$$ADC \rightarrow (-x, y, z)(x, y, z)(x, y, -z)$$

Exemplo: *plane 5*

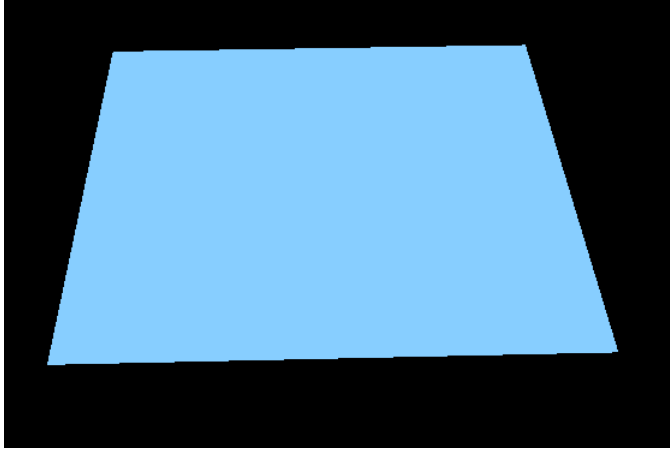


Figura 2: Exemplo de um plano

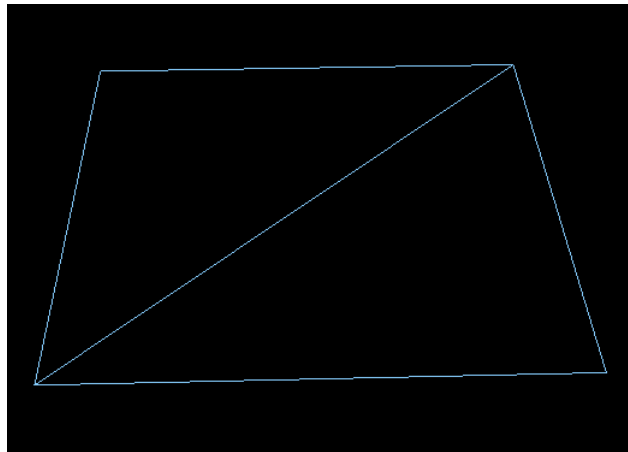


Figura 3: Exemplo de um plano com a representação dos triângulos

Caso fosse pedido qualquer plano  $XZ$  teríamos que receber dois parâmetros: as dimensões do plano no eixo do  $xx$  e no eixo  $zz$ .

## 4 Caixa

O cálculo dos pontos de uma caixa precisa dos seguintes parâmetros: *comprimento*(dimensão no eixo dos  $xx$ ), *altura*(dimensão no eixo dos  $yy$ ), *largura*(dimensão no eixo dos  $zz$ ) e o número de *divisões*. Uma caixa pode ou não conter divisões pelo que precisamos de guardar informação sobre o número de divisões, sendo estas calculadas pelas seguintes equações:

$$divX = \frac{dimX}{div}$$

$$divY = \frac{dimY}{div}$$

$$divZ = \frac{dimZ}{div}$$

E de modo a que a caixa fique centrada na origem precisamos das coordenadas  $x, y$ , e  $z$  do seu centro:

$$dimX = \frac{comprimento}{2}$$

$$dimY = \frac{altura}{2}$$

$$dimZ = \frac{largura}{2}$$

Necessitamos de calcular todos os vértices que constituem a caixa, que é constituída por 6 faces. Primeiramente, calculamos as faces XZ, de seguida as faces XY e por último as faces YZ. Todas estas fases seguem o mesmo processo: calcula-se os seis vértices pertencentes aos dois triângulos de uma divisão, usamos a regra da mão direita no sentido contrário aos ponteiros do relógio nas faces visíveis para nós, enquanto as faces opostas são calculadas no sentido dos ponteiros do relógio. O posicionamento inicial é sempre a origem e este processo é repetido quantas vezes o número de divisões.

## 4.1 Cálculo das faces XZ

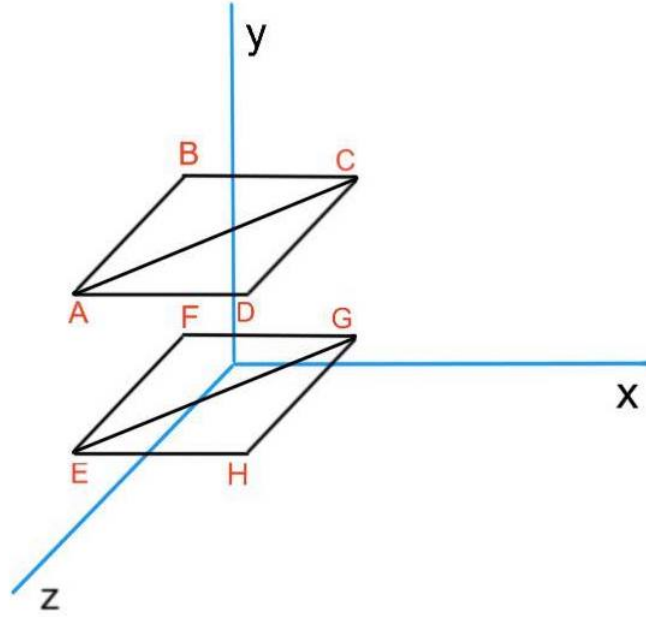


Figura 4: Faces XZ de uma caixa sem divisões

**Para  $i = 0$  até  $\text{div}$  fazer  $i++\{$**

$$x = i \times \text{div}X$$

**Para  $j = 0$  até  $\text{div}$  fazer  $j++\{$**

$$z = j \times \text{div}Z$$

***Cálculo da face de cima - Triângulos ACB e ADC***

$$xa = x - \text{dim}X$$

$$ya = \text{dim}Y$$

$$za = z - \text{dim}Z + \text{div}Z$$

$$xb = x - \text{dim}X$$

$$yb = \text{dim}Y$$



$$zb = z - \dim Z$$

$$xc = x - \dim X + \dim X$$

$$yc = \dim Y$$

$$zc = z - \dim Z$$

$$xd = x - \dim X + \dim X$$

$$yd = \dim Y$$

$$zd = z - \dim Z + \dim Z$$

***Cálculo da face de baixo - Triângulos  $EFG$  e  $EGH$***

$$xe = x - \dim X$$

$$ye = -\dim Y$$

$$ze = z - \dim Z + \dim Z$$

$$xf = x - \dim X$$

$$yf = -\dim Y$$

$$zf = z - \dim Z$$

$$xf = x - \dim X + \dim X$$

$$yg = -\dim Y$$

$$zg = z - \dim Z$$

$$xh = x - \dim X + \dim X$$

$$\left. \begin{aligned} y h &= -\dim Y \\ z h &= z - \dim Z + \dim Z \end{aligned} \right\}$$

## 4.2 Cálculo das faces XY

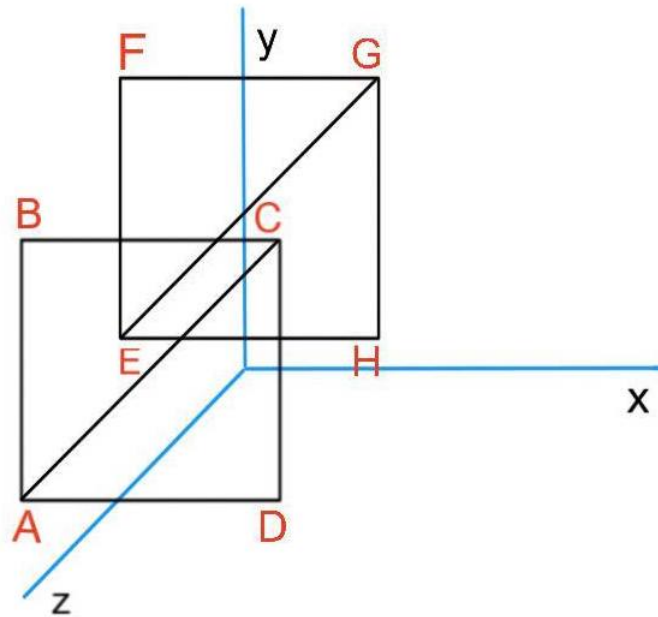


Figura 5: Faces XY de uma caixa sem divisões

**Para  $i = 0$  até  $\text{div}$  fazer  $i++\{$**

$$x = i \times \text{div} X$$

**Para  $j = 0$  até  $\text{div}$  fazer  $j++\{$**

$$y = j \times \text{div} Y$$

***Cálculo da face da frente - Triângulos ACB e ADC***

$$xa = x - \dim X$$

$$ya = y - \dim Y$$

$$za = \dim Z$$

$$xb = x - \dim X$$

$$yb = y - \dim Y + \operatorname{div} Y$$

$$zb = \dim Z$$

$$xc = x - \dim X + \operatorname{div} X$$

$$yc = y - \dim Y + \operatorname{div} Y$$

$$zc = \dim Z$$

$$xd = x - \dim X + \operatorname{div} X$$

$$yd = y - \dim Y$$

$$zd = \dim Z$$

***Cálculo da face de trás - Triângulos  $EFG$  e  $EGH$***

$$xe = x - \dim X$$

$$ye = y - \dim Y$$

$$ze = -\dim Z$$

$$xf = x - \dim X$$

$$yf = y - \dim Y + \operatorname{div} Y$$

$$zf = -\dim Z$$

$$xg = x - \dim X + \dim Y$$

$$yg = y - \dim Y + \dim Z$$

$$zg = -\dim Z$$

$$xh = x - \dim X + \dim Y$$

$$yh = y - \dim Y$$

$$zh = -\dim Z$$

}  
}

### 4.3 Cálculo das faces YZ

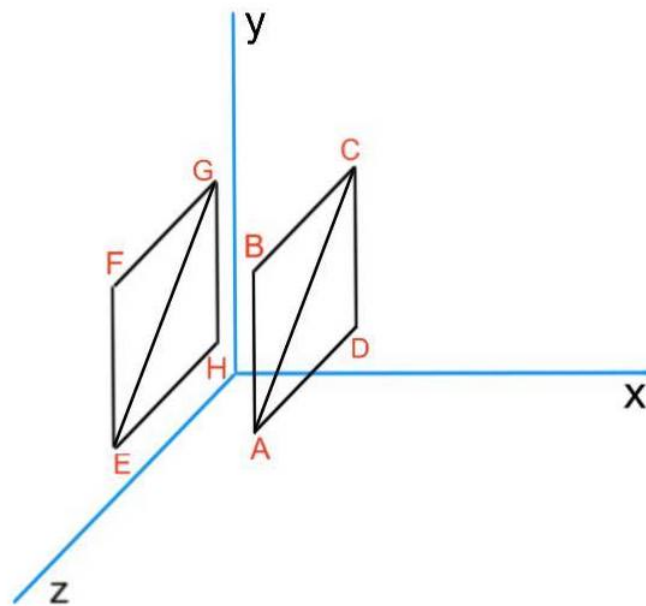


Figura 6: Faces YZ de uma caixa sem divisões

**Para  $i = 0$  até div fazer  $i++\{$**

$$y = i \times \text{div}Y$$

**Para  $j = 0$  até div fazer  $j++\{$**

$$z = j \times \text{div}Z$$

***Cálculo da face lateral direita - Triângulos ACB e ADC***

$$xa = \text{dim}X$$

$$ya = y - \text{dim}Y$$

$$za = z - \text{dim}Z + \text{div}Z$$

$$xb = \text{dim}X$$

$$yb = y - \text{dim}Y + \text{div}Y$$

$$zb = z - \text{dim}Z + \text{div}Z$$

$$xc = \text{dim}X$$

$$yc = y - \text{dim}Y + \text{div}Y$$

$$zc = z - \text{dim}Z$$

$$xd = \text{dim}X$$

$$yd = y - \text{dim}Y$$

$$zd = z - \text{dim}Z$$

***Cálculo da face lateral esquerda - Triângulos EFG e EGH***

$$xe = -\text{dim}X$$

$$ye = y - \dim Y$$

$$ze = z - \dim Z + \operatorname{div} Z$$

$$xf = -\dim X$$

$$yf = y - \dim Y + \operatorname{div} Y$$

$$zf = z - \dim Z + \operatorname{div} Z$$

$$xg = -\dim X$$

$$yg = y - \dim Y + \operatorname{div} Y$$

$$zg = z - \dim Z$$

$$xh = -\dim X$$

$$yh = -\dim Y$$

$$zh = z - \dim Z$$

}  
}

Exemplo: *box 4 4 4 2*

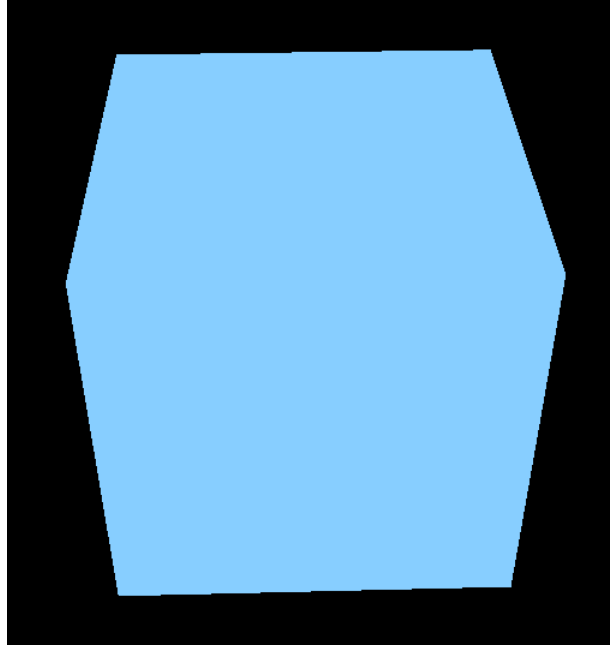


Figura 7: Exemplo de uma caixa com divisões

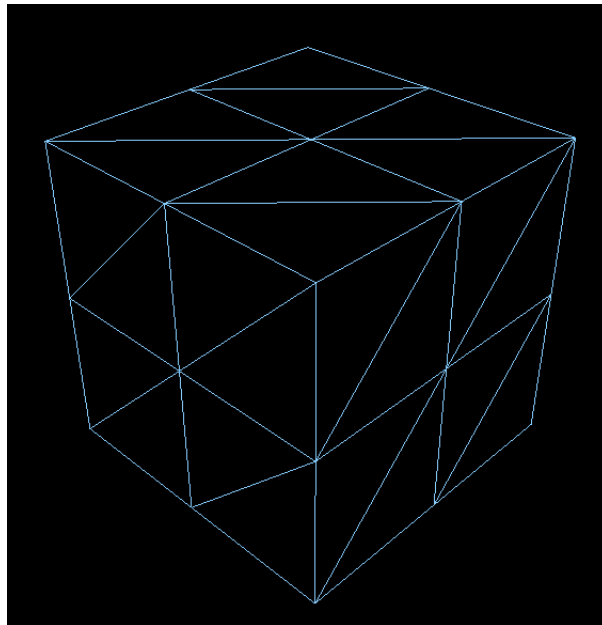


Figura 8: Exemplo de uma caixa com divisões com a representação dos triângulos

## 5 Esfera

O cálculo dos pontos de uma esfera necessita de 3 parâmetros: raio, slices que correspondem às divisões na vertical ao longo da esfera e stacks que correspondem às divisões na horizontal ao longo da esfera. Quanto maior o número de slices e stacks, maior será o número de pontos a determinar, ou seja, melhor será a precisão da esfera. Sabemos que:

- A intersecção entre uma slice e uma stack origina 4 pontos
- A distância entre cada um destes pontos ao centro é o raio
- Podemos ter um vetor para cada ponto, e esse vetor tem dois ângulos, um relativo ao eixo dos  $yy(\beta)$  e outro relativo ao eixo dos  $zz(\alpha)$ . Em vez de termos relativo ao eixo dos  $zz$ , poderíamos ter relativo ao eixo dos  $xx$
- O ângulo  $\alpha \in [0; 2\pi]$  e depende do número de slices
- O ângulo  $\beta \in [0; \pi]$ , e depende do número de stacks
- Temos um  $\Delta\alpha$  que será calculado através  $\frac{2 \times \pi}{slices}$
- Temos um  $\Delta\beta$  que será calculado através  $\frac{\pi}{stacks}$



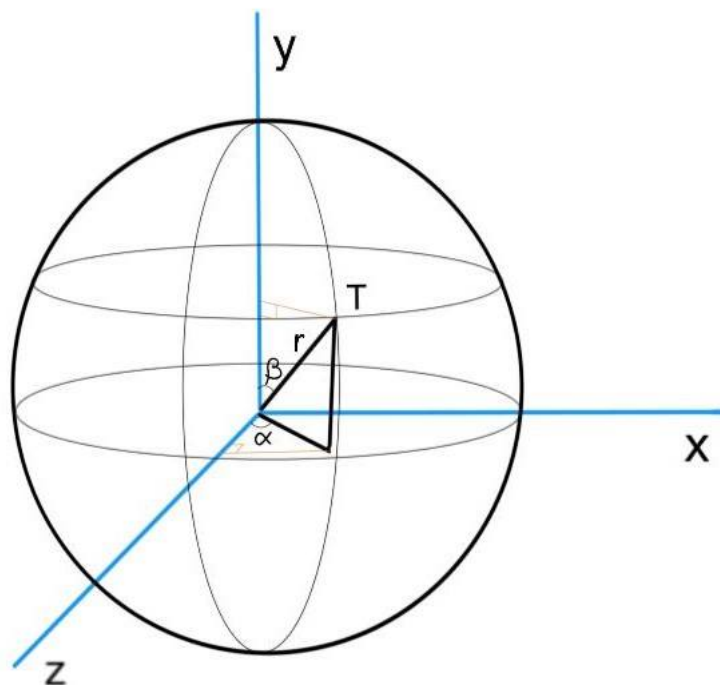


Figura 9: Representação de um ponto T na superfície de uma esfera e os respectivos ângulos

Após a nossa representação da esfera, facilmente conseguimos retirar as equações para transformar as coordenadas polares em cartesianas do ponto T:

$$\begin{aligned}x &= r \times \sin(\beta) \times \sin(\alpha) \\y &= r \times \cos(\beta) \\z &= r \times \sin(\beta) \times \cos(\alpha)\end{aligned}$$

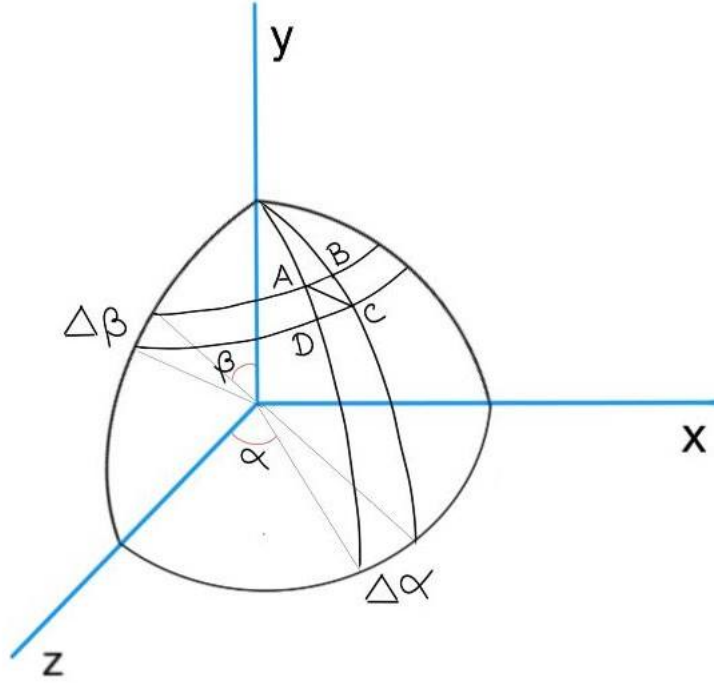


Figura 10: Representação dos 4 pontos de uma interseção

Na figura acima apresentada demonstramos um exemplo de uma interseção entre slices e stacks em que geramos os pontos  $A, B, C$  e  $D$ . Estes pontos servirão para calcular os vértices correspondentes aos triângulos  $ABC$  e  $ACD$ . Por último falta-nos determinar, os ângulos correspondentes aos pontos  $B, C$  e  $D$ .

Ponto	$\alpha$	$\beta$
B	$\alpha + \Delta\alpha$	$\beta$
C	$\alpha + \Delta\alpha$	$\beta + \Delta\beta$
D	$\alpha$	$\beta + \Delta\beta$

Para cada stack  $i$  {

$$\beta = i \times \Delta\beta$$

Para cada slice  $j$  {

$$\alpha = j \times \Delta\alpha$$

***Ponto A***

$$x = r \times \sin(\beta) \times \sin(\alpha)$$

$$y = r \times \cos(\beta)$$

$$z = r \times \sin(\beta) \times \cos(\alpha)$$

***Ponto B***

$$x = r \times \sin(\beta) \times \sin(\alpha + \Delta\alpha)$$

$$y = r \times \cos(\beta)$$

$$z = r \times \sin(\beta) \times \cos(\alpha + \Delta\alpha)$$

***Ponto C***

$$x = r \times \sin(\beta + \Delta\beta) \times \sin(\alpha + \Delta\alpha)$$

$$y = r \times \cos(\beta + \Delta\beta)$$

$$z = r \times \sin(\beta + \Delta\beta) \times \cos(\alpha + \Delta\alpha)$$

***Ponto D***

$$x = r \times \sin(\beta + \Delta\beta) \times \sin(\alpha)$$

$$y = r \times \cos(\beta + \Delta\beta)$$

$$z = r \times \sin(\beta + \Delta\beta) \times \cos(\alpha)$$

}  
}

Exemplo: *sphere 4 100 100*

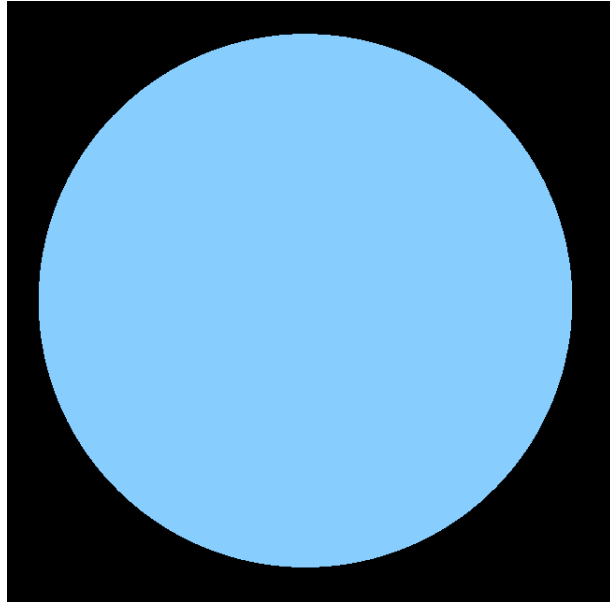


Figura 11: Exemplo de uma esfera

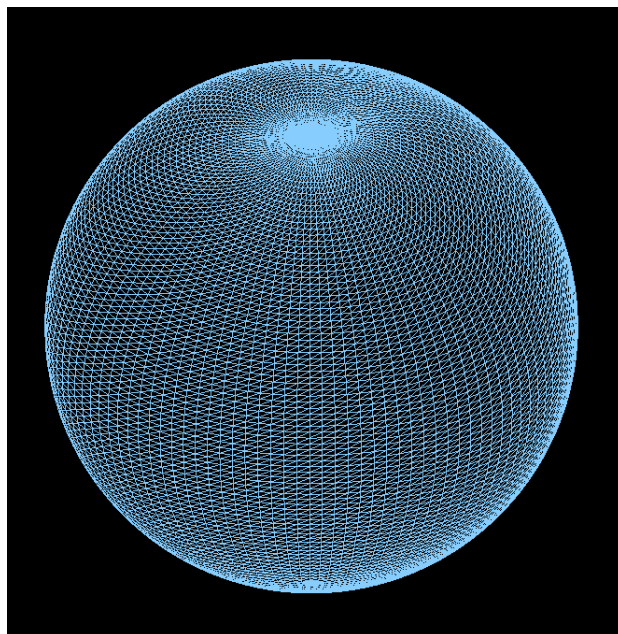


Figura 12: Exemplo de uma esfera com a representação dos triângulos

## 6 Cone

Para calcular os pontos que constituem um cone é necessário os seguintes parâmetros: raio, altura, slices e stacks. Dado não se tratar de uma primitiva regular, foi preciso optar por uma prática recorrente Divide and Conquer, resolvendo inicialmente a base do nosso cone, e só após isso a superfície lateral. Sabemos que a base vai ser constituída por vários triângulos unidos ao centro, cada um com o seu ângulo  $\alpha$  respetivo. Para a geração dos pontos que irão representar a base do cone, foi necessário recorrer ao sistema de coordenadas polares, para transformar em coordenadas cartesianas. Apresentamos então as fórmulas para o cálculo da base:

$$x = r \times \sin(\alpha)$$

$$z = r \times \cos(\alpha)$$

$$\Delta\alpha = \frac{2 \times \pi}{slices}$$

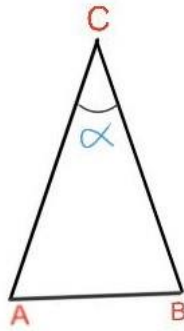


Figura 13: Imagem ilustrativa de um triângulo da base do cone

**Para cada slice  $i$  {**

$$\alpha = i \times \Delta\alpha$$

**Ponto A**

$$x = r \times \sin(\alpha)$$

$$y = 0$$

$$z = r \times \cos(\alpha)$$

***Ponto B***

$$x = r \times \sin(\alpha + \Delta\alpha)$$

$$y = 0$$

$$z = r \times \cos(\alpha + \Delta\alpha)$$

***Ponto C***

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$z = 0$$

}

Os ciclos que foram implementados posteriormente para a geração dos vértices da superfície lateral, seguem a mesma lógica da esfera, a intersecção entre uma slice e uma stack resulta em quatro pontos. Porém existe a necessidade de definir um novo raio e aumentar a respectiva altura do modelo a cada camada ao longo da iteração. Além das fórmulas já declaradas acima que também iremos precisar para a superfície, temos mais esta equação:

$$\Delta y = \frac{altura}{stacks}$$

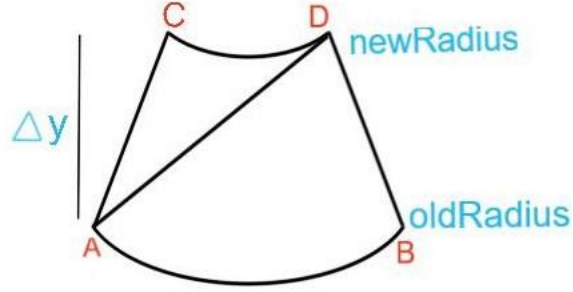


Figura 14: Imagem ilustrativa de uma intersecção na superfície lateral do cone

**Para cada stack  $i$  {**

$$y = i \times \Delta y$$

$$newR = \frac{r}{altura} \times (altura - ((i + 1) \times \Delta y))$$

**Para cada slice  $j$  {**

$$\alpha = j \times \Delta \alpha$$

**Ponto  $A$**

$$x = oldR \times \sin(\alpha)$$

$$y = y$$

$$z = oldR \times \cos(\alpha)$$

**Ponto  $B$**

$$x = oldR \times \sin(\alpha + \Delta \alpha)$$

$$y = y$$

$$z = oldR \times \cos(\alpha + \Delta \alpha)$$

***Ponto C***

$$x = newR \times \sin(\alpha)$$

$$y = y + \Delta y$$

$$z = newR \times \cos(\alpha)$$

***Ponto D***

$$x = newR \times \sin(\alpha + \Delta\alpha)$$

$$y = y + \Delta y$$

$$z = newR \times \cos(\alpha + \Delta\alpha)$$

}

$$oldR = newR;$$

}



Exemplo: *cone 1 2 50 50*

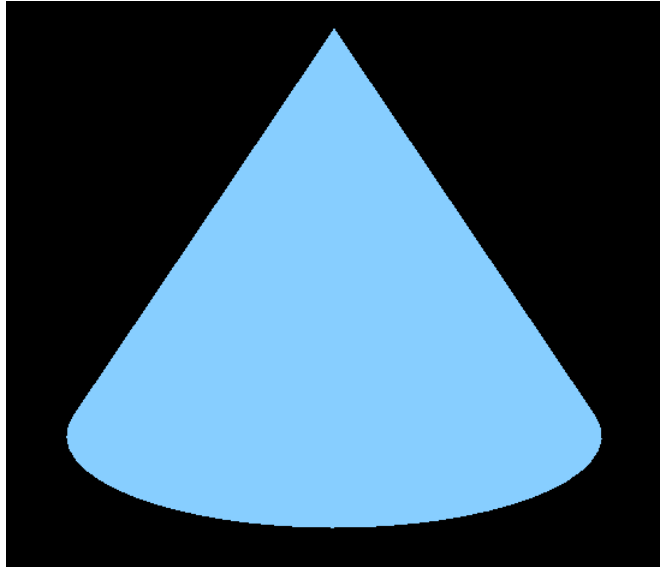


Figura 15: Exemplo de um cone

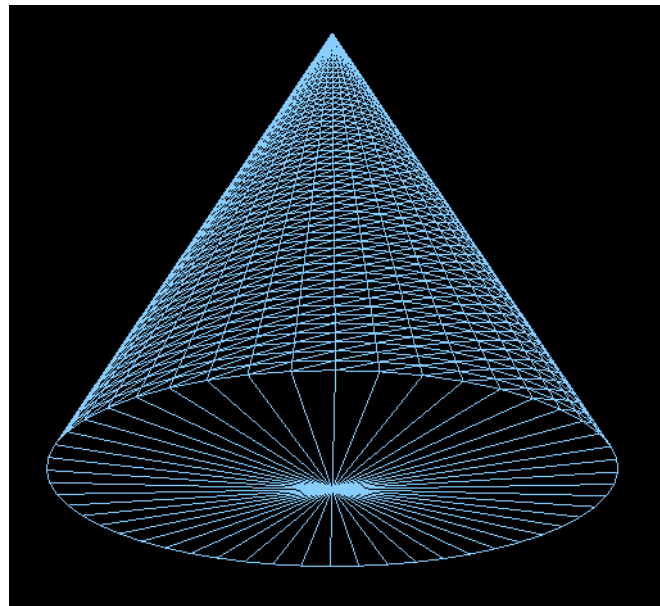


Figura 16: Exemplo de um cone com a representação dos triângulos

## 7 Motor

A aplicação Engine tem como objetivo ler e interpretar um ficheiro de configuração XML, com recurso à biblioteca tinyXML2, que contém uma lista com os ficheiros anteriormente criados pelo Gerador, e desenhar em OpenGL as figuras contidas nesse ficheiro.

Engine.exe <xmlFile>

## 8 Extras

Durante a realização do trabalho decidimos implementar algumas funcionalidades que por sua vez facilitaram a verificação dos resultados obtidos e permitiram uma melhor interação com os modelos produzidos pelo generator.

- PolygonMode : Polígonos podem ser desenhados de forma preenchida, apenas com as linhas e contorno ou somente os vértices. Um polígono tem dois lados (front e back), que podem ser renderizados diferentemente dependendo do lado que observador estiver a observar. Para tal utilizamos os seguintes comandos:  $P$ ,  $L$  e  $F$ .
- Zoom: Optou-se por implementar o zoom de modo a ser possível fazer aproximações da câmara sobre os diferentes modelos , para tal efeito utilizamos as seguintes teclas:  
*Zoom in : X*  
*Zoom out : Z*
- Rotações e Translações : Durante a resolução dos problemas propostos, sentimos a necessidade de interagir com os modelos através de rotações e translações de forma a podermos concluir com toda a certeza que todas as faces/triângulos do modelo eram desenhadas. Para tal efeito utilizamos as seguintes teclas:  
*Rotações : Q, E e as setas*  
*Translações: W, S, A e D*
- ChangeModel: Para uma troca entre os diferentes modelos optou-se por realizar a função changeModel, para efectuar as mudanças utilizamos as seguintes teclas:  $N$  e  $M$ .

## 9 Conclusão

Com a elaboração desta fase do projeto aprofundamos os nossos conhecimentos em relação à ferramenta usada OpenGL, assim como exploramos a linguagem C++. Todos os requisitos propostos nesta fase foram cumpridos, estando todos funcionais, e ainda foram implementados algumas funcionalidades extra no motor para verificar a correta construção das primitivas.