

### **Работа 1.1.1**

Определение систематических и случайных погрешностей при измерении удельного сопротивления нихромовой проволоки

**Тимонин Андрей**

**Б01-208**

Содержание	
1) Аннотация .....	3
2) Теоретические сведения .....	3
3) Методика измерений .....	3
4) Используемое оборудование .....	5
5) Результаты измерений и обработка данных.....	9
6) Обсуждение результатов.....	16
7) Заключение .....	17

### 1) Аннотация

**Цель:** измерить удельное сопротивление проволоки и вычислить систематические и случайные погрешности при использовании таких измерительных приборов, как линейка, штангенциркуль, микрометр, амперметр, вольтметр и мост постоянного тока.

**Приборы:** линейка, штангенциркуль, микрометр, отрезок проволоки из нихрома, амперметр, вольтметр, источник ЭДС, мост постоянного тока Р4833, реостат, ключ.

**Ожидаемые результаты:** полученное в ходе эксперимента значение сопротивления проволоки будет примерно равно измеренному сопротивлению с помощью моста Р4833

### 2) Теоретические сведения

Удельное сопротивление материала проволоки круглого сечения, изготовленной из однородного материала и имеющей всюду одинаковую толщину, может быть определено по формуле

$$\rho = \frac{R_{\text{пр}}}{l} \frac{\pi d^2}{4},$$

*Формула 1*

где  $R_{\text{пр}}$  - сопротивление измеряемого отрезка проволоки,  $l$  - его длина,  $d$  - диаметр проволоки. Таким образом, для определения удельного сопротивления материала проволоки следует измерить длину, диаметр и величину электрического сопротивления проволоки.

### 3) Методика измерений

В данной работе величину сопротивления  $R_{\text{пр}}$  предлагается измерить с помощью одной из схем, представленных на рис. 1. Здесь  $R$  - переменное сопротивление (реостат),  $R_A$  - сопротивление амперметра,  $R_V$  - сопротивление вольтметра,  $R_{\text{пр}}$  - сопротивление исследуемой проволоки.

Пусть  $V$  и  $I$  - показания вольтметра и амперметра. Рассчитанные по этим показаниям величины сопротивления проволоки  $R_{\text{пр}1} = V/I_a$  для схемы (а) и  $R_{\text{пр}2} = V/I_b$  для схемы (б) будут отличаться друг от друга и от искомого  $R_{\text{пр}}$  из-за влияния внутренних сопротивлений приборов. Однако с помощью рис. 1 нетрудно найти связь между сопротивлением проволоки  $R_{\text{пр}}$  и полученными значениями  $R_{\text{пр}1}$  и  $R_{\text{пр}2}$ .

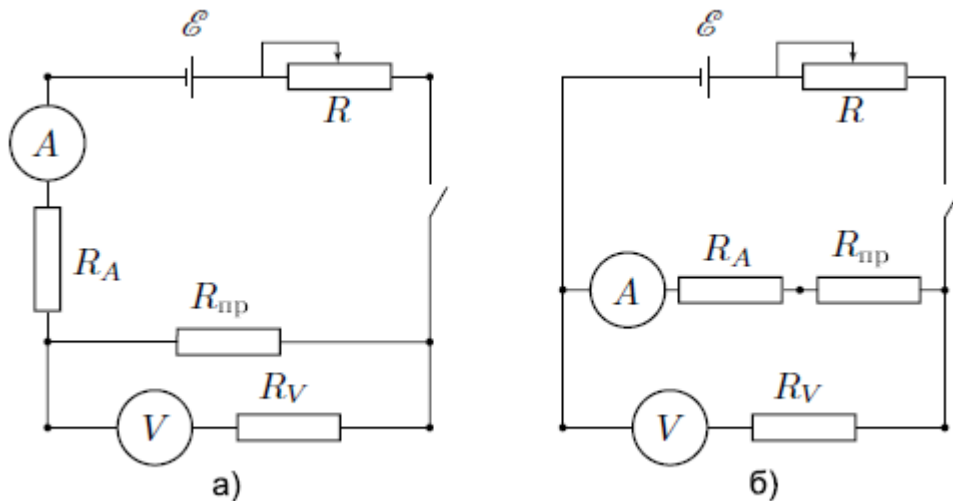


Рисунок - 1. Схемы для измерения сопротивления при помощи амперметра и вольтметра

В первом случае вольтметр правильно измеряет падение напряжения на концах проволоки, а амперметр измеряет не величину прошедшего через проволоку тока, а сумму токов, проходящих через проволоку и через вольтметр. Поэтому

$$R_{\text{пр}1} = \frac{V_a}{I_a} = R_{\text{пр}} \frac{R_V}{R_{\text{пр}} + R_V}.$$

Формула 2

Во втором случае амперметр измеряет силу тока, проходящего через проволоку, но вольтметр измеряет суммарное падение напряжения на проволоке и на амперметре. В этом случае

$$R_{\text{пр}2} = \frac{V_6}{I_6} = R_{\text{пр}} + R_A.$$

Формула 3

Формулы (2) и (3) удобно несколько преобразовать. Для схемы (а):

$$R_{\text{пр}} = R_{\text{пр}1} \frac{R_V}{R_V - R_{\text{пр}1}} = \frac{R_{\text{пр}1}}{1 - (R_{\text{пр}1}/R_V)} \approx R_{\text{пр}1} \left( 1 + \frac{R_{\text{пр}1}}{R_V} \right).$$

Формула 4

Для схемы (б):

$$R_{\text{пр}} = R_{\text{пр}2} \left( 1 - \frac{R_A}{R_{\text{пр}2}} \right).$$

Формула 5

Члены, стоящие в скобках в формулах (4) и (5), определяют поправки, которые следует внести в измерения. Хотя поправки на сопротивление приборов в принципе всегда могут быть рассчитаны, этого, как правило, не делают. расчет поправок, который в нашем случае оказался несложным, при измерениях в разветвленных цепях становится очень трудоемким и при каждом переключении прибора должен производиться заново, что практически невозможно. Таким образом, получаем типичный пример систематической ошибки, возникающей из-за упрощения расчетной формулы. Для схемы (а) сопротивление  $R_{пр}$  оказывается заниженным, а для схемы (б) - завышенным относительно рассчитанного.

Более точным методом измерения сопротивлений является классический метод моста постоянного тока (мост Уитстона). Для контрольного измерения сопротивления проволоки используется стандартный мост 4833.

В нашей установке в качестве сопротивления используется нихромовая проволока, натянутая между двумя неподвижными плоскими прижимными контактами. Вдоль проволоки может перемещаться подвижный контакт, с помощью которого устанавливается длина измеряемого участка.

#### 4) Используемое оборудование

Прибор	Цена деления	Погрешность
Линейка	1 мм	0.5 мм
Штангенциркуль	0.1 мм	0.05 мм
Микрометр	0.01 мм	0.005 мм
Вольтметр	1.5 мВ	0.75 мВ
Амперметр	0.01 мА	0.01 мА



Рисунок 1. Микрометр и штангенциркуль

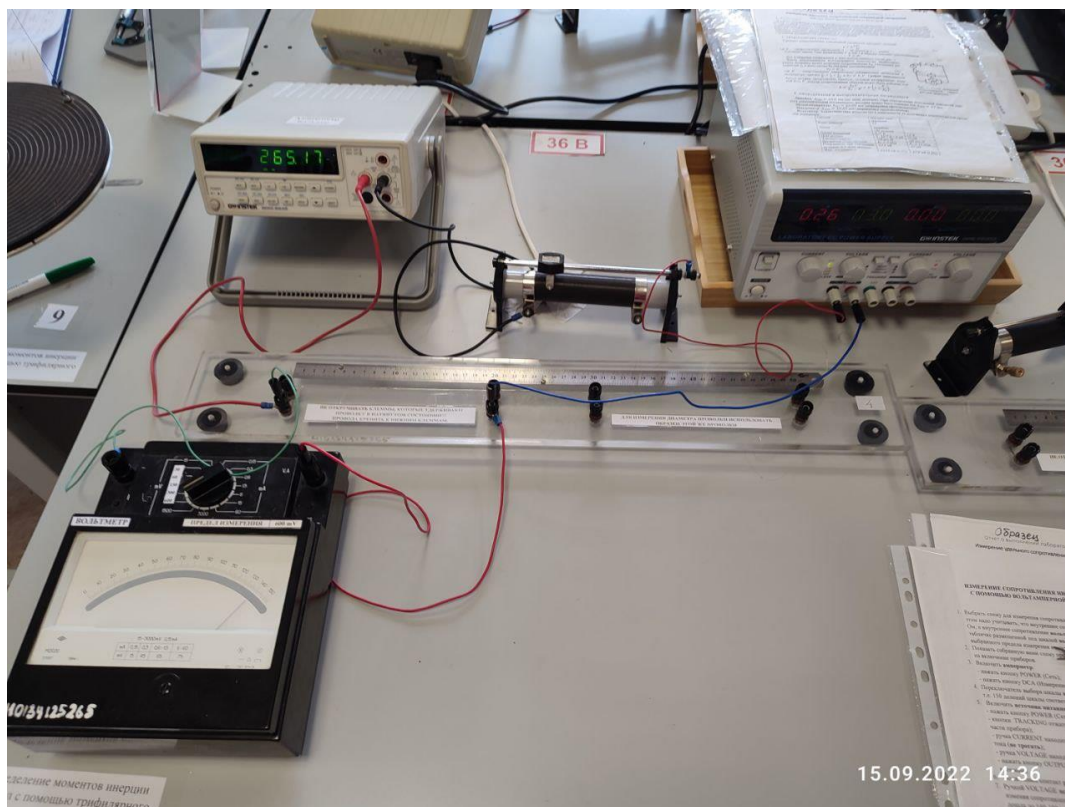


Рисунок 2. Цепь а)

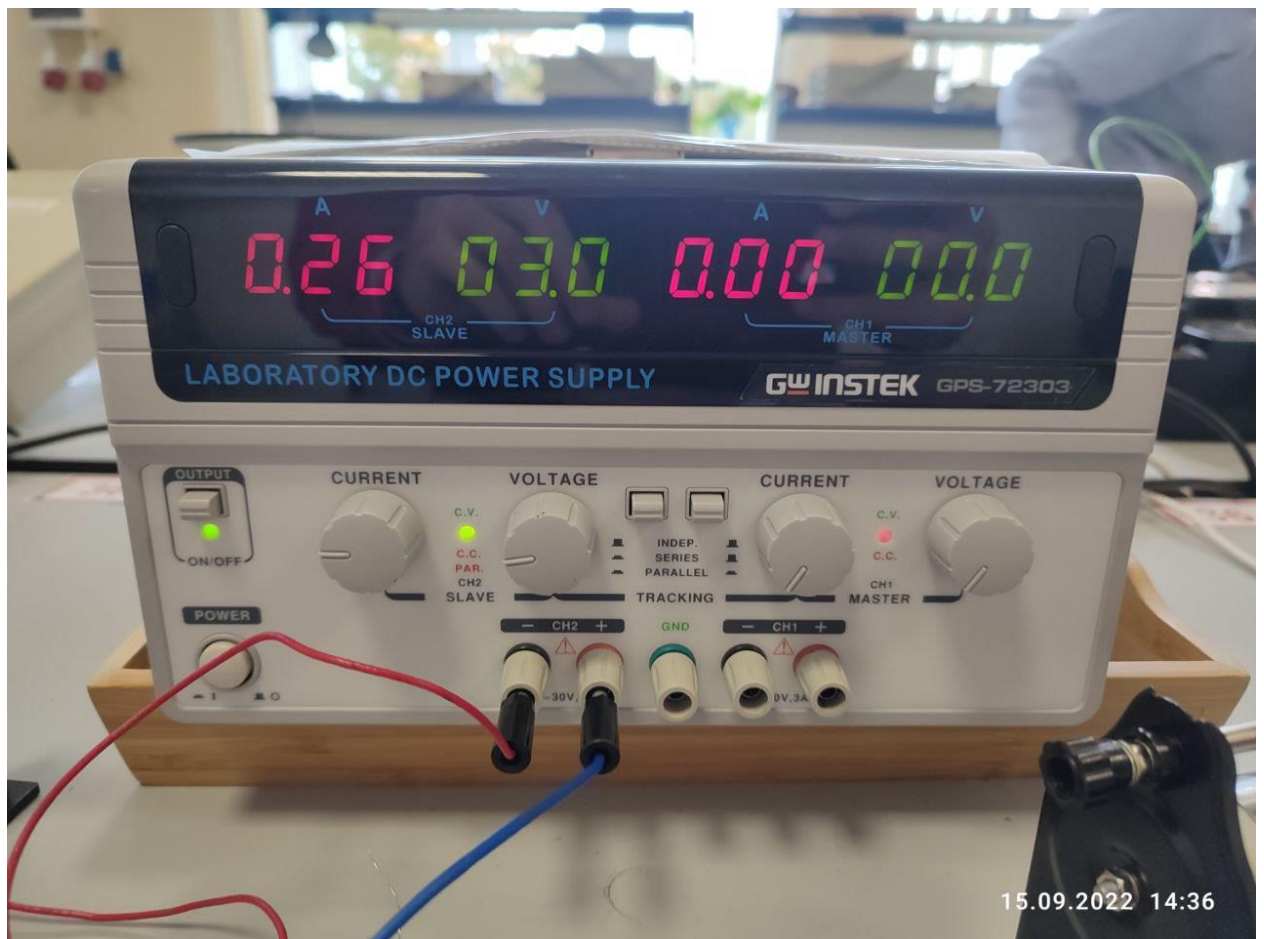


Рисунок 3. Источник ЭДС

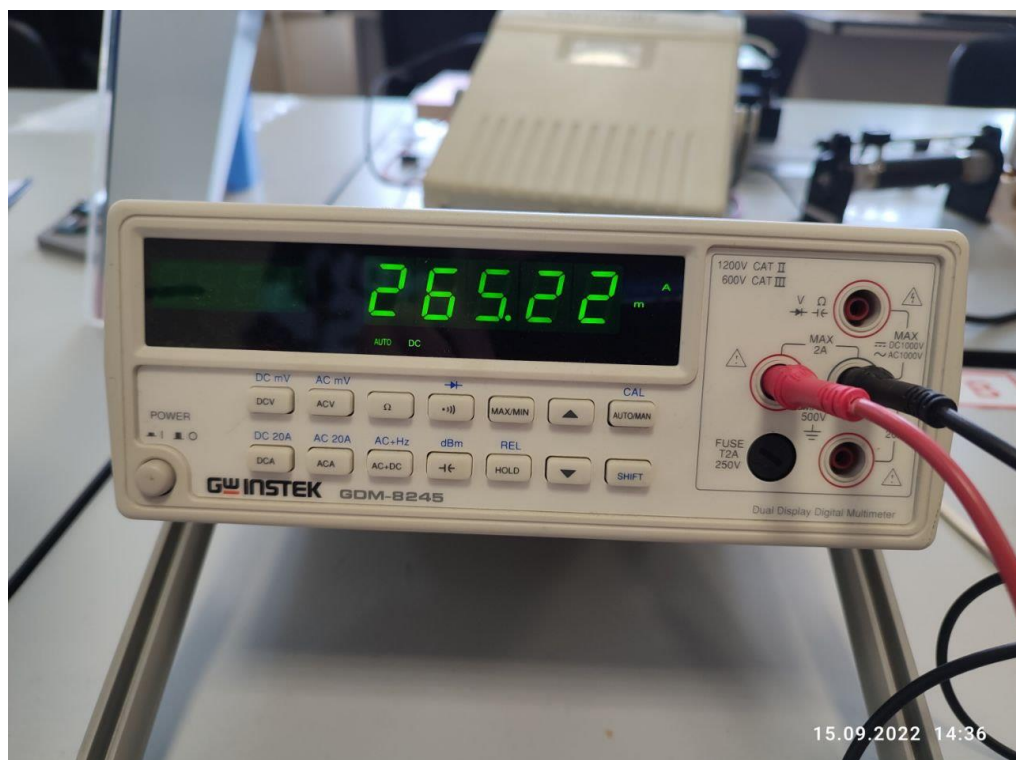


Рисунок 4. Амперметр



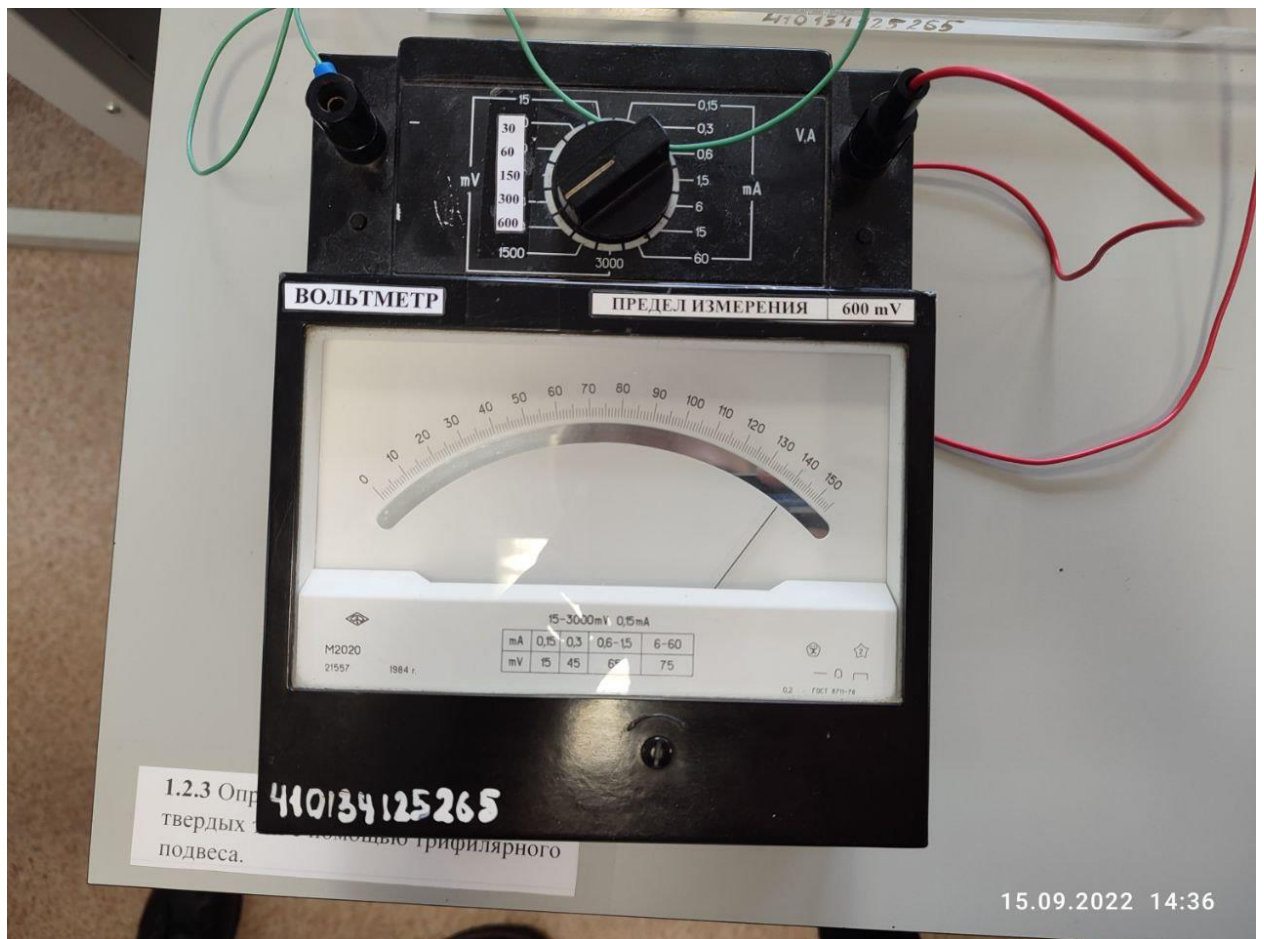


Рисунок 5. Вольтметр





Рисунок 6. Мост P4833

### 5) Результаты измерений и обработка данных

При измерении диаметра проволоки штангенциркулем случайная погрешность измерения отсутствует. Следовательно, точность результата определяется только точностью штангенциркуля (систематической погрешностью)

Измерения с помощью микрометра содержат как систематическую, так и случайную погрешности:

$$\sigma_{\text{сист}} = 0,01 \text{ мм}, \quad \sigma_{\text{сл}} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^n (d - \bar{d})^2}$$

Формула 6.

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{сист}}^2 + \sigma_{\text{сл}}^2}$$

Формула 7.

Поскольку  $\sigma_{\text{сл}}^2 \ll \sigma_{\text{сист}}^2$ , то можно считать проволоку однородной по диаметру, а погрешность диаметра  $\sigma_d$  определяется  $\sigma_{\text{сист}}$  только микрометра:

$$d_2 = \bar{d}_2 \pm \sigma_d$$

Формула 8.

Определим площадь поперечного сечения проволоки по формуле:

$$S = \frac{\pi d_2^2}{4}$$

Формула 9.

Величину погрешности  $\sigma_S$  найдем по формуле:

$$\sigma_S = 2 \frac{\sigma_d}{d} S :$$

Формула 10.

Сопротивление находим как:

$$\dot{R}_{\text{ср}} = \frac{\langle V I \rangle}{\langle I^2 \rangle}$$

Формула 11.

Среднеквадратичная случайная ошибка:

$$\frac{1}{\sqrt{n}} * \sqrt{\frac{\langle V^2 \rangle}{\langle I^2 \rangle} - (R_{\text{ср}})^2}$$

Формула 12.

Возможную систематическую погрешность  $R_{\text{ср}}$  оцениваем по формуле:

$$\frac{\sigma_{R_{\text{ср}}}^{\text{сист}}}{R_{\text{ср}}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2},$$

Формула 13.

Суммарная погрешность:

$$\sqrt{(\sigma_R^{\text{случ}})^2 + (\sigma_R^{\text{сист}})^2}$$

Формула 14.

$$R_{\text{пр}} = R_{\text{ср}} + \frac{R_{\text{ср}}^2}{R_V}.$$

Формула 15.

Определяем удельное сопротивление проволоки по формуле (1) и погрешность  $\sigma_{\rho}$  по формуле:

$$\frac{\sigma_{\rho}}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2}$$

Формула 16.

V, mV	I, mA	Ri	Ri-Rcp	L,m		
580.6	284.37	2.041706228	0.017342347	0.2		
518.7	256.93	2.018837816	-0.005526065	0.2		
460.6	232.75	1.978947368	-0.097641291	0.2	3.870967742	
402.6	197.6	2.037449393	0.013085512	0.2		
352.3	171.98	2.048494011	0.02413013	0.2		
294.2	144.42	2.037113973	0.012750092	0.2		
236.1	115.74	2.039917055	0.015553174	0.2		
178.1	89.88	1.98153093	-0.042832951	0.2		
120	58.96	2.035278155	0.010914274	0.2		
	<b>Rcp</b>	<b>2.024363881</b>	<b>Оценка</b>	<b>0.120826183</b>	<b>Случ Rcp</b>	<b>0.004392166</b>
V, mV	I, mA	Ri	Ri-Rcp	L,m		
449	216.22	2.07658866	0.032892127	0.2		
371.6	181.82	2.043779562	8.30292E-05	0.2		
313.5	153.12	2.047413793	0.00371726	0.2		
251.6	121.72	2.067039106	0.023342573	0.2		
197.4	95.61	2.06463759	0.020941057	0.2		
131.6	64.4	2.043478261	-0.000218272	0.2		
116.1	59.04	1.966463415	-0.077233118	0.2		
580.6	283.39	2.048766717	0.005070184	0.2		
530.3	259.72	2.041814262	-0.001882272	0.2		
480	237.72	2.019182231	-0.024514302	0.2		
410.3	199.03	2.061498267	0.017801734	0.2		
	<b>Rcp</b>	<b>2.043696533</b>	<b>Оценка</b>	<b>0.099450227</b>	<b>Случ Rcp</b>	<b>0.039</b>

Лаб. данные - 1. Данные для 20 см

V, mV	I, mA	Ri	Ri-Rcp	L,m		
545.8	172.16	3.170306691	0.018488336	0.3		
480	152.33	3.151053634	-0.000764721	0.3		
429.7	136.71	3.143149733	-0.008668622	0.3		
363.9	114.43	3.180110111	0.028291756	0.3		
309.7	98.23	3.152804642	0.000986287	0.3		
259.4	82.55	3.142337977	-0.009480378	0.3		
197.4	62.52	3.157389635	0.00557128	0.3		
174.2	55.88	3.117394417	-0.034423938	0.3		
	<b>Rcp</b>	<b>3.151818355</b>	<b>оценка</b>	<b>0.047002769</b>	<b>случ Rcp</b>	<b>0.066239702</b>
V, mV	I, mA	Ri	Ri-Rcp	L,m		
584.5	183.97	3.177148448	0.010125749	0.3		
526.5	166.79	3.156664069	-0.01035863	0.3		
456.8	144.04	3.171341294	0.004318595	0.3		
383.2	120.86	3.170610624	0.003587925	0.3		
329	104.2	3.157389635	-0.009633064	0.3		
278.7	88.4	3.152714932	-0.014307767	0.3		
212.9	67.08	3.173822302	0.006799603	0.3		
189.7	59.72	3.176490288	0.009467589	0.3		
	<b>Rcp</b>	<b>3.167022699</b>	<b>оценка</b>	<b>0.024297978</b>	<b>случ Rcp</b>	<b>0.017176431</b>

Лаб. данные - 2. Данные для 30 см

V, mV	I, mA	Ri	Ri-Rcp	L,m		
530.3	103.14	5.141555168	-0.058215408	0.5		
518.7	98.56	5.262784091	0.063013515	0.5		
483.9	93.08	5.19875376	-0.001016816	0.5		
452.9	86.48	5.237049029	0.037278453	0.5		
394.8	75.8	5.208443272	0.008672696	0.5		
371.6	72.08	5.155382908	-0.044387668	0.5		
336.8	64.78	5.199135536	-0.00063504	0.5		
290.3	55.88	5.195060845	-0.004709731	0.5		
	<b>Rcp</b>	<b>5.199770576</b>	<b>оценка</b>	<b>0.111193624</b>	<b>случ Rcp</b>	<b>0.041877592</b>
V, mV	I, mA	Ri	Ri-Rcp	L,m		
584.5	105	5.566666667	0.342771228	0.5		
538.1	104.75	5.13699284	-0.086902599	0.5		
511	98.88	5.167880259	-0.05601518	0.5		
468.4	90.22	5.191753491	-0.032141948	0.5		
429.7	81.64	5.263351298	0.039455859	0.5		
391	75.6	5.171957672	-0.051937767	0.5		
352.3	68.1	5.173274596	-0.050620843	0.5		
305.8	59.04	5.179539295	-0.044356144	0.5		
290.3	56.22	5.163642832	-0.060252607	0.5		
	<b>Rcp</b>	<b>5.223895439</b>	<b>оценка</b>	<b>0.399165743</b>	<b>случ Rcp</b>	<b>0.167878228</b>

Лаб. данные - 3. Данные для 50 см

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d1, mm	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
d2, mm	0.36	0.37	0.36	0.36	0.36	0.35	0.36	0.36	0.35	0.36

Лаб. данные - 4. Измерение диаметра проволоки



15.09.2022 16:14

Рисунок 7. Измерение сопротивления для 10 см





Рисунок 8. Измерение сопротивления для 20 см

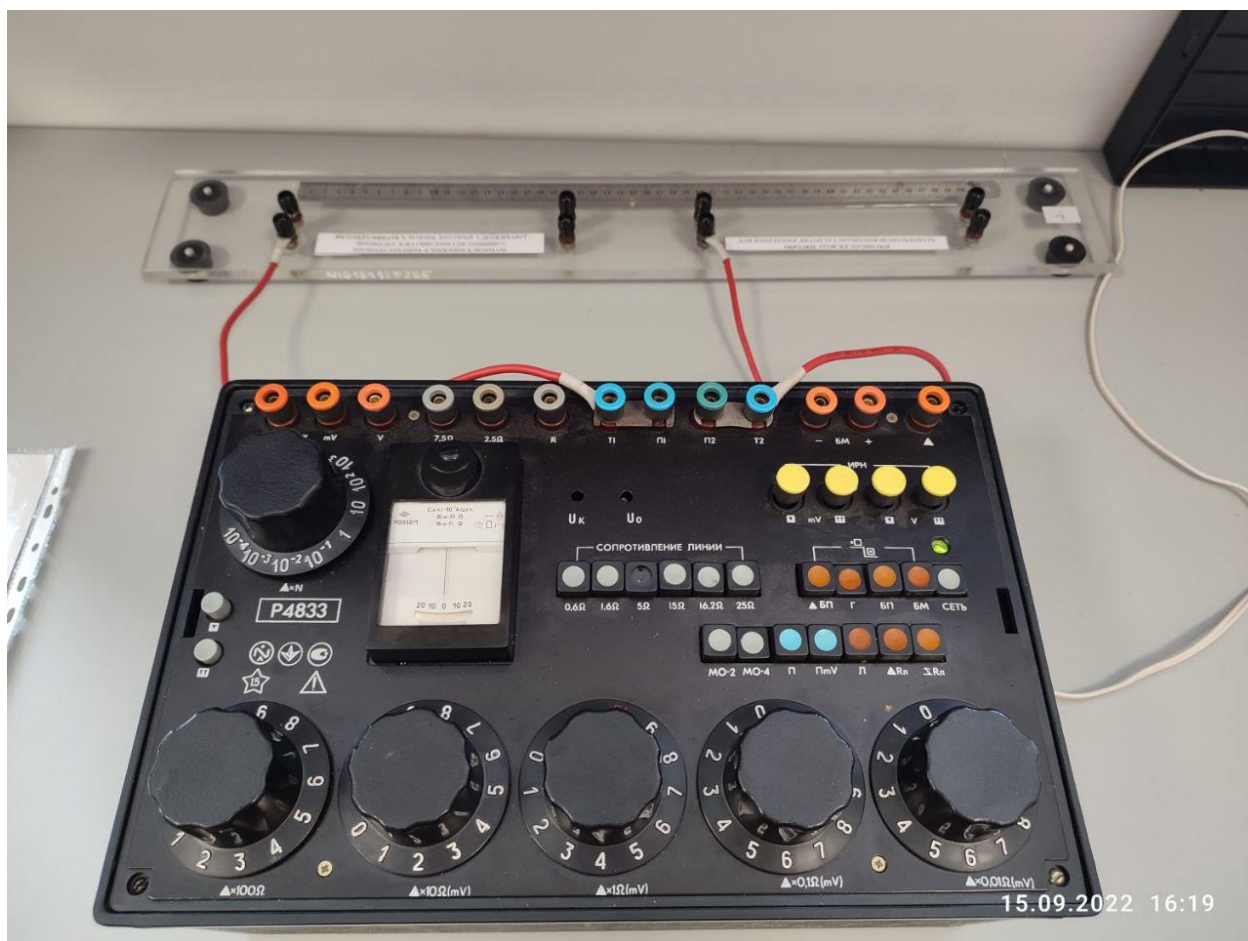


Рисунок 9. Измерение сопротивления для 30 см





Рисунок 10. Измерение сопротивления для 50 см

## 6) Обсуждение результатов

$d_{1\text{сред}}$	0.3
$d_{2\text{сред}}$	0.359

Таблица - 1. Средние диаметры проволоки

$\sigma_{\text{случ}}$	0.001702939
$\sigma_{\text{сист}}$	0.01

Таблица - 2. Погрешности при измерении диаметра проволоки

$d_2$	$(0.359 \pm 0.010) \text{ мм}^2$	$(3.59 \pm 0.10) \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$
$S_{\text{проволоки}}$	0.001012229	
$\sigma_s$	5.63916E-05	$5.63 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2$
Точность $S_{\text{проволоки}}$ (%)	5.571030641	

Таблица - 3. Площадь поперечного сечения проволок и погрешность измерения поперечного сечения

Результаты измерения сопротивления проволоки		
L=20 см	L=30 см	L=50 см
$R_o = 2.1224$ (по P4833)	$R_o = 3.2466$ (по P4833)	$R_o = 5.3620$ (по P4833)
$R_{cp} = 2.0337$	$R_{cp} = 3.1595$	$R_{cp} = 5.2215$
$R_{пр} = 2.0420$	$R_{пр} = 3.1678$	$R_{пр} = 5.2760$
$\sigma_{случ R} = 0.004$	$\sigma_{случ R} = 0.066$	$\sigma_{случ R} = 0.042$
$\sigma_{сист R} = 0.003$	$\sigma_{сист R} = 0.004$	$\sigma_{сист R} = 0.007$
$\sigma_R = 0.008$	$\sigma_R = 0.066$	$\sigma_R = 0.043$

Таблица - 4. Результаты измерения сопротивления проволоки

L, см	$\rho, 10^{-4} \text{ Ом*см}$	$\sigma, 10^{-6} \text{ Ом*см}$
20 см	1.03	0.48
30 см	1,07	0.32
40 см	1.07	0.19
$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$
0.000103349	0.000106885	0.00010681
$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$
0.0000004803	0.0000003234	0.0000001940

Таблица - 5. Удельное сопротивления проволоки

## 7) Заключение

Окончательно  $\rho = (1.0556 \pm 0.0033) \cdot 10^{-4}$ .

Значения сопротивлений проволоки приблизительно равны сопротивлениям проволоки, которые были получены с помощью моста P4388.

