Лабораторная работа 1.2.3

Определение моментов инерции твердых тел

с помощью трифилярного подвеса

Тимонин Андрей

Б01-208

Содержание

[1) Аннотация 2](#_Toc121400600)

[2) Теоретические сведения 3](#_Toc121400601)

[3) Используемое оборудование 6](#_Toc121400602)

[4) Результаты измерений и обработка данных 8](#_Toc121400603)

[5) Заключение 13](#_Toc121400604)

# 1) Аннотация

Цель работы: измерение момента инерции ряда тел и сравнение результатов с расчетами по теоретическим формулам; проверка аддитивности моментов инерции и справедливости формулы Гюйгенса-Штейнера.

В работе используются: трифилярный подвес, секундомер, счетчик числа колебаний, набор тел, момент инерции которых надлежит измерить (диск, стержень, полый цилиндр и другие).

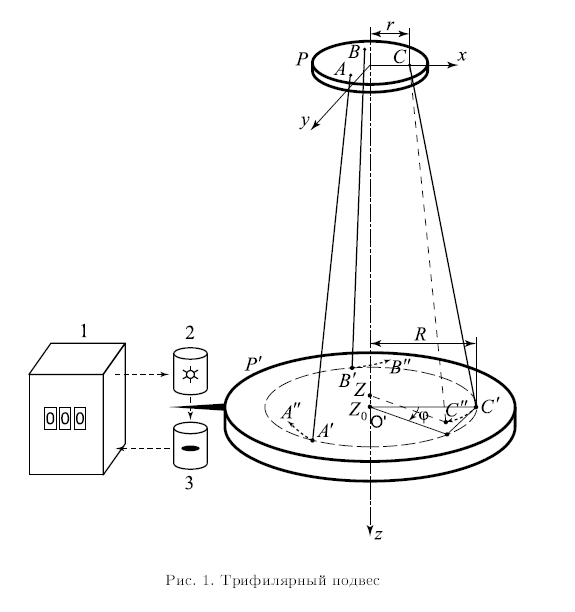
# 2) Теоретические сведения

Инерционность при вращении тела относительно оси определяется моментом инерции тела относительно этой оси (см. введение к данному разделу). Момент инерции твердого тела относительно неподвижной оси вращения вычисляется по формуле

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Здесь r - расстояние элемента массы тела dm от оси вращения. Интегрирование проводится по всей массе тела m.



Для однородных тел известной плотности при заданных размерах и достаточно простой форме момент инерции можно вычислить. Для неоднородных тел и тел сложной формы момент инерции можно определить экспериментально. Удобно использовать устройство, показанное на рис. 1 и называемое трифилярным подвесом. Оно состоит из

укрепленной на некоторой высоте неподвижной плат формы P и подвешенной к ней на трех симметрично расположенных нитях AA′, BB′ и CC′ вращающейся плат формы P′.

Плат форма P укреплена на кронштейне и снабжена рычагом (на рисунке не показан), при помощи которого в системе можно создать крутильные колебания путем небольшого поворота верхней плат формы. Лучше поворачивать верхнюю платформу, укрепленную на неподвижной оси, чем подвешенную на нитях нижнюю, так как нижнюю платформу трудно закрутить не вызвав ее раскачиваний, подобных движению маятника, учет которых сильно усложнил бы расчеты. После поворота, вызывающего крутильные колебания, верхняя платформа остается неподвижной в течение всего процесса колебаний. После того, как нижняя платформа P′ оказывается повернутой на угол ϕ относительно верхней платформы P, возникает момент сил, стремящийся вернуть нижнюю платформу в положение равновесия, при котором относительный поворот платформ отсутствует. Но в положении равновесия платформа не останавливается, так как имеет угловую скорость(кинетическую энергию вращения). В результате платформа совершает крутильные колебания.

Если пренебречь потерями энергии на трение (о воздух и в креплениях нитей), то уравнение сохранения энергии при колебаниях можно записать следующим образом:

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Здесь I - момент инерции платформы вместе с исследуемым телом, m - масса платформы с телом, ϕ - угол поворота платформы от положения равновесия системы, точкой обозначена производная по времени (угловая скорость), z0 - координата по вертикали центра нижней платформы O′ при равновесии (ϕ = 0), z - координата той же точки при некотором угле поворота ϕ. Первый член в левой части уравнения - кинетическая энергия вращения, второй член – потенциальная энергия в поле тяжести, E - полная энергия системы (платформы с телом).

Отметим, что, как показывает соотношение (2), возвращающая сила возникает благодаря силе тяжести. Воспользуемся системой координат x, y, z, связанной с верхней

платформой, как показано на рис. 1. Координаты верхнего конца одной из нитей подвеса точки C в этой системе - (r, 0, 0 ). Нижний конец данной нити C′, находящийся на нижней платформе, при равновесии имеет координаты (R, 0, z0), а при повороте платформы на угол ϕ эта точка переходит в C′′ с координатами (Rcosϕ, Rsin ϕ, z). Расстояние между точками C и C′′ равно длине нити L. Поэтому



Учитывая, что при малых углах поворота cosϕ ≈ 1 − ϕ2/2, получаем



Извлекая из (4) квадратный корень и учитывая малость угла ϕ, имеем

Изображение выглядит как текст, часы

Автоматически созданное описание

Подставляя это значение z в уравнение (2), получаем

Изображение выглядит как текст

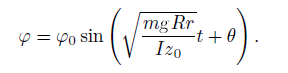
Автоматически созданное описание

Дифференцируя по времени и сокращая на ϕ˙ , находим уравнение крутильных колебаний системы:

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Производная по времени от E равна нулю, так как потерями энергии на трение, как уже было сказано выше, пренебрегаем. Решение этого уравнения, как нетрудно убедиться простой подстановкой, имеет вид



Здесь амплитуда ϕ0 и фаза θ колебаний определяются начальными условиями. Период крутильных колебаний нашей системы равен

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Обратим внимание на то, что из этой формулы при r = R и I = mR2 (тонкое кольцо) получаем формулу для математического маятника. Из (9) находим формулу для определения момента инерции:

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Учитывая, что параметры установки R, r и z0 при проведении опытов не меняются, удобно переписать последнее уравнение следующим образом:





Таким образом, полученные формулы позволяют определить момент инерции платформы с телом и отдельно платформы по соответствующим периодам крутильных колебаний. Затем вычисляем момент

инерции тела, пользуясь аддитивностью, в справедливости которой

можно убедиться, проведя измерения сначала для каждого из двух

тел отдельно, а затем для обоих тел вместе.

При выводе формул предполагалось, что малы необратимые потери энергии, связанные с трением, то есть мало затухание колебаний. О затухании колебаний можно судить, сравнивая время τ уменьшения амплитуды колебаний в 2-3 раза с периодом колебаний T. Необратимыми потерями энергии можно пренебречь, если выполняется условие



В данной работе рекомендуется период колебаний определять с относительной погрешностью 0,5%. Число колебаний, по которым надо вычислять период, определяется этой погрешностью и погрешностью измерения времени.

Для счета числа колебаний используется счетчик, состоящий из осветителя (2), фотоэлемента (3) и пересчетного устройства (1) (см. рис. 1). Легкий лепесток, укрепленный на платформе, при колебаниях пересекает световой луч дважды за период. Соответствующие сигналы от фотоэлемента поступают на пересчетное устройство.

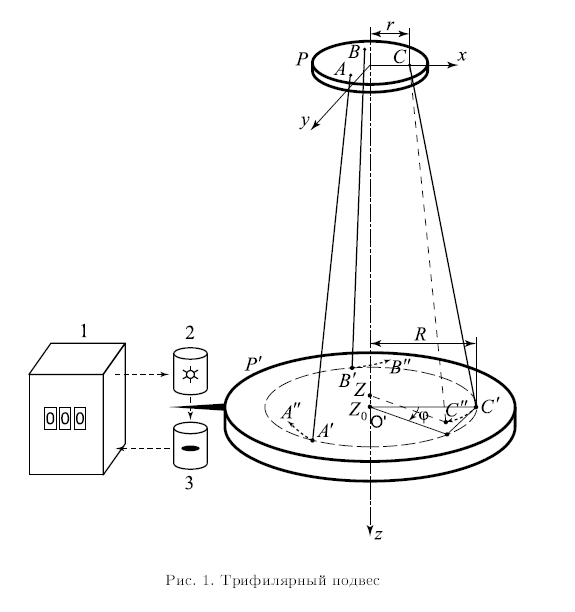
# 3) Используемое оборудование

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Лаб. данные - 1. Параметры установки (4 установка)

L – 2.16 м – длина нитей



Для однородных тел известной плотности при заданных размерах и достаточно простой форме момент инерции можно вычислить. Для неоднородных тел и тел сложной формы момент инерции можно определить экспериментально. Удобно использовать устройство, показанное на рис. 1 и называемое трифилярным подвесом. Оно состоит из

укрепленной на некоторой высоте неподвижной плат формы P и подвешенной к ней на трех симметрично расположенных нитях AA′, BB′ и CC′ вращающейся плат формы P′.

Плат форма P укреплена на кронштейне и снабжена рычагом (на рисунке не показан), при помощи которого в системе можно создать крутильные колебания путем небольшого поворота верхней плат формы. Лучше поворачивать верхнюю платформу, укрепленную на неподвижной оси, чем подвешенную на нитях нижнюю, так как нижнюю платформу трудно закрутить не вызвав ее раскачиваний, подобных движению маятника, учет которых сильно усложнил бы расчеты. После поворота, вызывающего крутильные колебания, верхняя платформа остается неподвижной в течение всего процесса колебаний. После того, как нижняя платформа P′ оказывается повернутой на угол ϕ относительно верхней платформы P, возникает момент сил, стремящийся вернуть нижнюю платформу в положение равновесия, при котором относительный поворот платформ отсутствует. Но в положении равновесия платформа не останавливается, так как имеет угловую скорость(кинетическую энергию вращения). В результате платформа совершает крутильные колебания.

**Таблица погрешностей измерительных приборов**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Название прибора** | **Цена деления** | **Погрешность** |
| Линейка | 0,5 мм | 0,25 мм |
| Штангенциркуль | 0,1 мм | 0,05 мм |
| Таймер | 0,01 с | 0,01 с |

# 4) Результаты измерений и обработка данных

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Расчет - 1. Момент инерции установки с Брусом

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Расчет - 2. Момент инерции установки с Полым цилиндром

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Расчет - 3. Момент инерции установки с Двумя половинками

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Расчет - 4. Момент инерции установки с Крышкой

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Расчет - 5. Момент инерции установки с Крышкой + полый цилиндр

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Расчет - 6. Момент инерции установки с Двумя половинками + полый цилиндр

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Расчет - 7. Момент инерции установки с Двумя половинками + крышка

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Расчет - 8. Момент инерции установки со всеми телами

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Лаб. данные - 2. Моменты инерции при смещении двух тел

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Лаб. данные - 3. Моменты инерций при смещении одной половинки

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Расчет - 9. Константа для данной установки

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Расчет - 10. Погрешность расчета расстояния между дисками

Изображение выглядит как стол

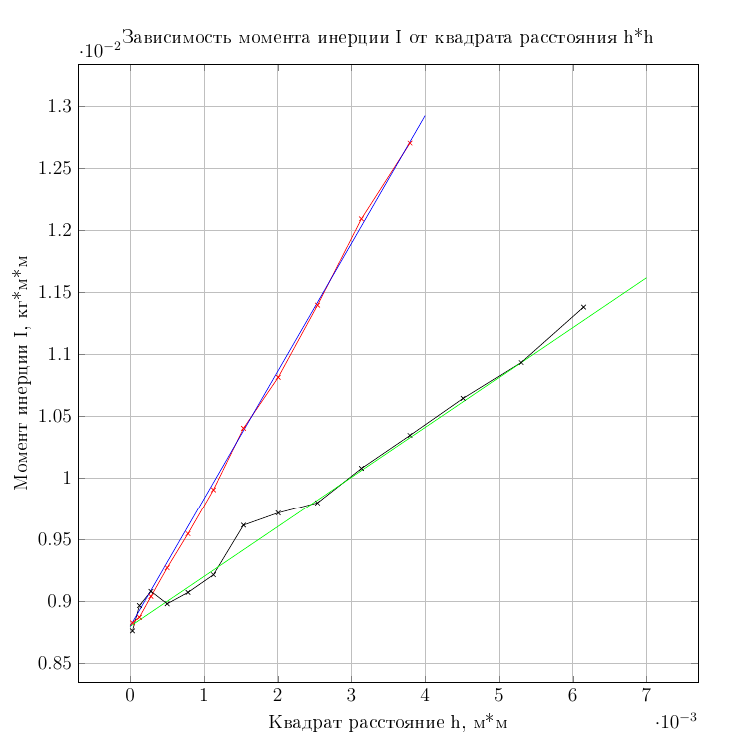
Автоматически созданное описание

Расчет - 11. Проверка аддитивности

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Расчет - 12. Момент инерции пустой установки



# 5) Заключение

Аддитивность момента инерции тел выполняется с точностью до погрешностей измеренных величин.