

Лабораторная работа №2

Задание №1. [46.] Нарисовать гипоциклоиду, отобразив на графике большую (внешнюю) окружность, несколько малых (внутренних) окружностей, центры и радиусы малых окружностей. Уравнение гипоциклоиды имеет вид:

$$\begin{aligned}x(t) &= (R - r) \cos t + r \cos \left(\frac{R - r}{r} t \right), \\y(t) &= (R - r) \sin t - r \sin \left(\frac{R - r}{r} t \right).\end{aligned}$$

Изменяйте параметр $k = \frac{R}{r}$, последовательно присваивая ему целые, дробно-

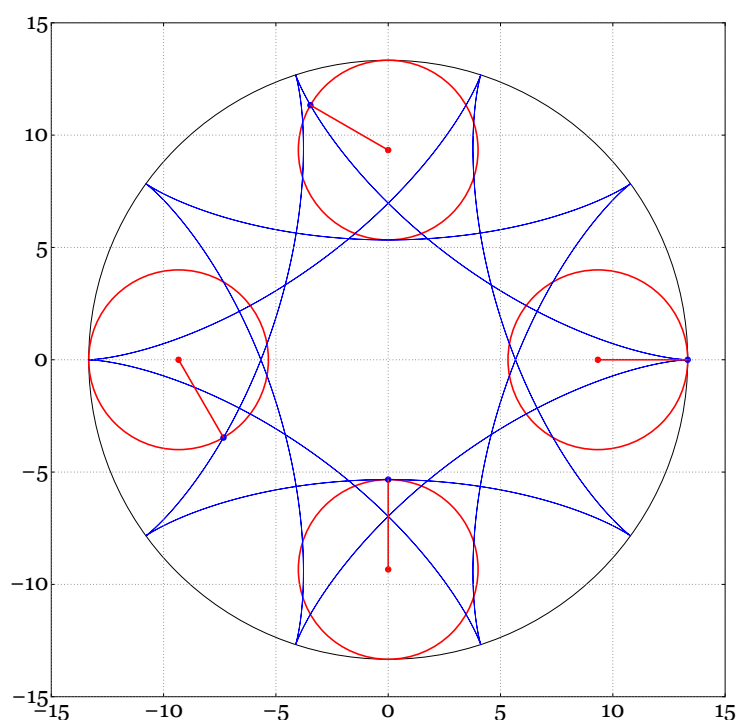


Рис. 1: Иллюстрация к заданию №1

рациональные и иррациональные значения. Как меняется поведение кривой для этих трех случаев?

Задание №2. [46.] Визуализировать некоторую кривую и изобразить репер Френе в произвольной точке этой кривой. Изменяя ползунком параметр, перемещать репер вдоль кривой. Масштаб осей должен быть одинаковым, иначе векторы репера не будут ортогональны.

Задание №3. [76.] Найти эволюту следующих трех кривых: окружности, астроида и циклоиды. Изобразить каждую кривую и ее эволюту, предполагая, что первая и вторая производные радиус-вектора вычислены аналитически и программе их вычислять не придется. Усовершенствуйте программу добавив автоматическое нахождение первой и второй производных для заданной кривой. Уравнения астроида и циклоиды соответственно:

$$\mathbf{r}(t) = \begin{bmatrix} R \cos^3 t \\ R \sin^3 t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} R(t - \sin t) \\ R(1 - \cos t) \end{bmatrix}.$$

Задание №4 [56.] Задайте параметрически некоторую плоскую кривую на выбор, например:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t \\ \sin t + \sin t^2 + \cos 3t \end{bmatrix}.$$

1

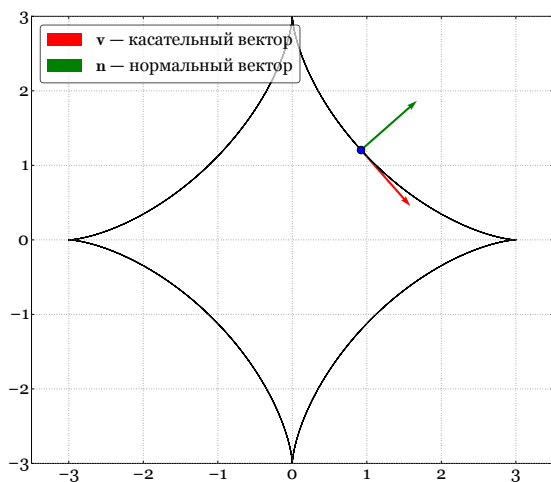


Рис. 2: Иллюстрация к заданию №2

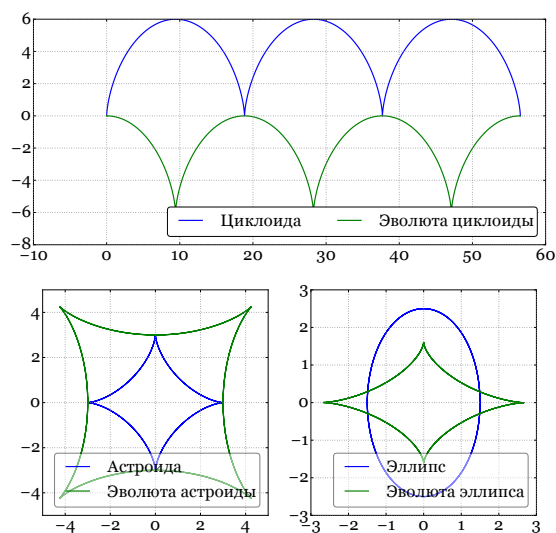


Рис. 3: Иллюстрация к заданию №3

Интерполируйте ее полиномами, взяв от 3-х до N точек этой кривой. Визуализировать результаты, задавая ползунком число точек кривой. Выявляется ли феномен Рунге для вашего случая? На рисунке 4 можно видеть проявление феномена Рунге для функции

$$y(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

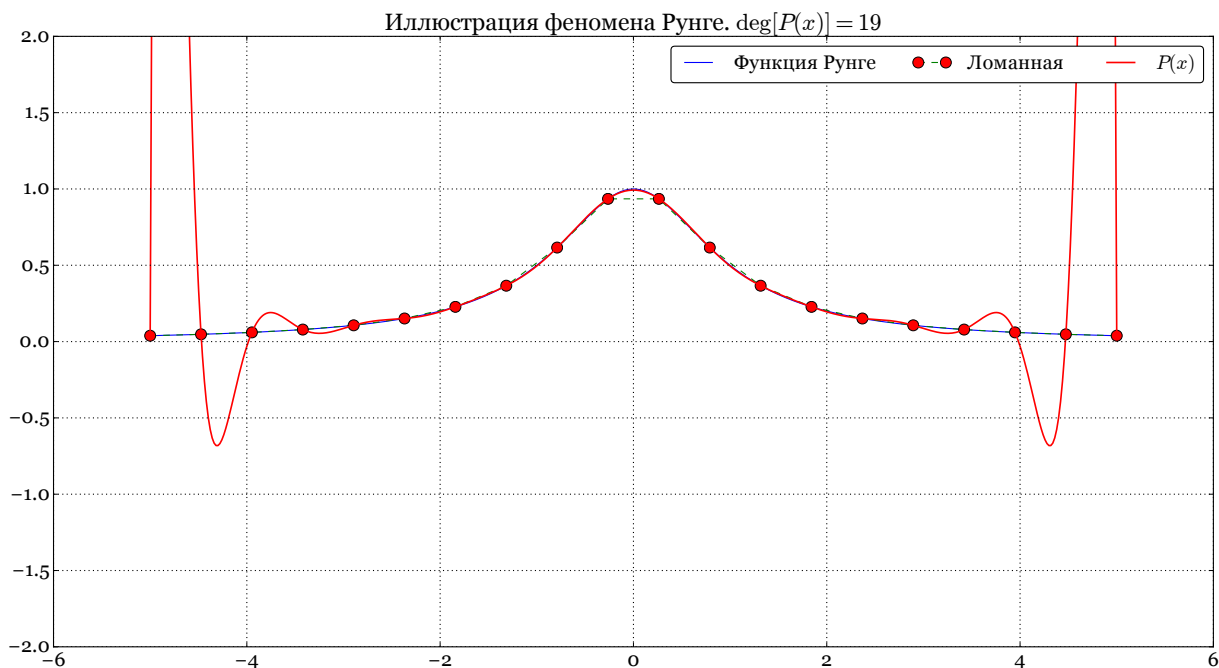


Рис. 4: Иллюстрация феномена Рунге к заданию №4

Для всех построенных графиков необходимо задать поясняющие подписи к осям координат, заголовок картинки, легенду для всех кривых. При выполнении работы используйте любые библиотеки языка python.