

Лабораторная работа №9

Решение систем линейных уравнений методом итераций

Цель работы: изучить метод итераций для решения систем линейных уравнений и получить практические навыки его применения.

Задания к работе

1. Преобразовать систему линейных уравнений заданного варианта к виду, требуемому для метода итераций (получить матрицу **В** коэффициентов при неизвестных, для которой выполняется условие диагонального преобладания).

2. Вычислить нормы первую $\|B\|_1$ и бесконечную $\|B\|_\infty$ матрицы **В** и выбрать из них меньшую.

3. Вычислить количество шагов (итераций) метода, используя априорную оценку.

4. Выбрать начальное приближение метода итераций.

5. Методом итераций получить приближенное решение системы уравнений с заданной точностью $\varepsilon=0,1$.

6. Подсчитать число фактически выполненных итераций.

7. Сравнить количество итераций, полученных применением априорной и апостериорной оценок.

8. Вычислить вектор невязки для полученного приближенного решения.

9. Описать в модуле функцию, выполняющую решение заданной системы линейных уравнений с заданной точностью методом итераций за конечное число шагов.

* Дополнительное задание: Предусмотреть в программе возможность преобразования системы уравнений к требуемой форме.

Варианты заданий

Номер варианта	Система	Номер варианта	Система
№ 1	$\begin{cases} 3,2x_1 - 1,5x_2 + 3,8x_3 = 2,8 \\ 0,8x_1 + 1,3x_2 - 6,4x_3 = -6,5 \\ 2,4x_1 + 7,2x_2 - 1,2x_3 = 4,5 \end{cases}$	№ 2	$\begin{cases} 5,4x_1 - 2,4x_2 + 3,8x_3 = 5,5 \\ 2,5x_1 + 6,8x_2 - 1,1x_3 = 4,3 \\ 2,7x_1 - 0,6x_2 + 1,5x_3 = -3,5 \end{cases}$
№ 3	$\begin{cases} 2,4x_1 + 3,7x_2 - 8,3x_3 = 2,3 \\ 1,8x_1 + 4,3x_2 + 1,2x_3 = -1,2 \\ 3,4x_1 - 2,3x_2 + 5,2x_3 = 3,5 \end{cases}$	№ 4	$\begin{cases} 2,4x_1 + 2,5x_2 - 2,9x_3 = 4,5 \\ 0,8x_1 + 3,5x_2 - 1,4x_3 = 3,2 \\ 1,5x_1 - 2,3x_2 + 8,6x_3 = -5,5 \end{cases}$
№ 5	$\begin{cases} 0,9x_1 + 2,7x_2 - 3,8x_3 = 2,4 \\ 2,5x_1 + 5,8x_2 - 0,5x_3 = 3,5 \\ 4,5x_1 - 2,1x_2 + 3,2x_3 = -1,2 \end{cases}$	№ 6	$\begin{cases} 1,5x_1 + 2,3x_2 - 3,7x_3 = 4,5 \\ 2,8x_1 + 3,4x_2 + 5,8x_3 = -3,2 \\ 1,2x_1 + 7,3x_2 - 2,3x_3 = 5,6 \end{cases}$
№ 7	$\begin{cases} 6,3x_1 + 5,2x_2 - 0,6x_3 = 1,5 \\ 3,4x_1 - 2,3x_2 + 3,4x_3 = 2,7 \\ 0,8x_1 + 1,4x_2 + 3,5x_3 = -2,3 \end{cases}$	№ 8	$\begin{cases} 3,7x_1 - 2,3x_2 + 4,5x_3 = 2,4 \\ 2,5x_1 + 4,7x_2 - 7,8x_3 = 3,5 \\ 1,6x_1 + 5,3x_2 + 1,3x_3 = -2,4 \end{cases}$

Номер варианта	Система	Номер варианта	Система
№ 9	$\begin{cases} 2,7x_1 + 3,3x_2 + 1,3x_3 = 2,1 \\ 3,5x_1 - 1,7x_2 + 2,8x_3 = 1,7 \\ 4,1x_1 + 5,8x_2 - 1,7x_3 = 0,8 \end{cases}$	№ 10	$\begin{cases} 4,1x_1 + 5,2x_2 - 5,8x_3 = 7,0 \\ 3,8x_1 - 3,1x_2 + 4,0x_3 = 5,3 \\ 7,8x_1 + 5,3x_2 - 6,3x_3 = 5,8 \end{cases}$
№ 11	$\begin{cases} 3,7x_1 + 3,1x_2 + 4,0x_3 = 5,0 \\ 4,1x_1 + 4,5x_2 - 4,8x_3 = 4,9 \\ -2,1x_1 - 3,7x_2 + 1,8x_3 = 2,7 \end{cases}$	№ 12	$\begin{cases} 7,1x_1 + 6,8x_2 + 6,1x_3 = 7,0 \\ 5,0x_1 + 4,8x_2 + 5,3x_3 = 6,1 \\ 8,2x_1 + 7,8x_2 + 7,1x_3 = 5,8 \end{cases}$
№ 13	$\begin{cases} 3,3x_1 + 3,7x_2 + 4,2x_3 = 5,8 \\ 2,7x_1 + 2,3x_2 - 2,9x_3 = 6,1 \\ 4,1x_1 + 4,8x_2 - 5,0x_3 = 7,0 \end{cases}$	№ 14	$\begin{cases} 2,8x_1 + 3,8x_2 - 3,2x_3 = 4,5 \\ 2,5x_1 - 2,8x_2 + 3,3x_3 = 7,1 \\ 6,5x_1 - 7,1x_2 + 4,8x_3 = 6,3 \end{cases}$
№ 15	$\begin{cases} 1,7x_1 - 2,2x_2 + 3,0x_3 = 1,8 \\ 2,1x_1 + 1,9x_2 - 2,3x_3 = 2,8 \\ 4,2x_1 + 3,9x_2 - 3,1x_3 = 5,1 \end{cases}$	№ 16	$\begin{cases} 3,8x_1 + 4,1x_2 - 2,3x_3 = 4,8 \\ -2,1x_1 + 3,9x_2 - 5,8x_3 = 3,3 \\ 1,8x_1 + 1,1x_2 - 2,1x_3 = 5,8 \end{cases}$
№ 17	$\begin{cases} 7,8x_1 + 5,3x_2 + 4,8x_3 = 1,8 \\ 3,3x_1 + 1,1x_2 + 1,8x_3 = 2,3 \\ 4,5x_1 + 3,3x_2 + 2,8x_3 = 3,4 \end{cases}$	№ 18	$\begin{cases} 5,4x_1 - 6,2x_2 - 0,5x_3 = 0,52 \\ 3,4x_1 + 2,3x_2 + 0,8x_3 = -0,8 \\ 2,4x_1 - 1,1x_2 + 3,8x_3 = 1,8 \end{cases}$
№ 19	$\begin{cases} 3,8x_1 + 6,7x_2 - 1,2x_3 = 5,2 \\ 6,4x_1 + 1,3x_2 - 2,7x_3 = 3,8 \\ 2,4x_1 - 4,5x_2 + 3,5x_3 = -0,6 \end{cases}$	№ 20	$\begin{cases} 4,5x_1 - 3,5x_2 + 7,4x_3 = 2,5 \\ 3,1x_1 - 0,6x_2 - 2,3x_3 = -1,5 \\ 0,8x_1 + 7,4x_2 - 0,5x_3 = 6,4 \end{cases}$
№ 21	$\begin{cases} 2,7x_1 + 0,9x_2 - 1,5x_3 = 3,5 \\ 4,5x_1 - 2,8x_2 + 6,7x_3 = 2,6 \\ 5,1x_1 + 3,7x_2 - 1,4x_3 = -0,14 \end{cases}$	№ 22	$\begin{cases} 5,6x_1 - 2,7x_2 + 1,7x_3 = 1,9 \\ 3,4x_1 - 3,6x_2 - 6,7x_3 = -2,4 \\ 0,8x_1 + 7,4x_2 - 0,5x_3 = 6,4 \end{cases}$
№ 23	$\begin{cases} 3,6x_1 + 1,8x_2 - 4,7x_3 = 3,8 \\ 2,7x_1 - 3,6x_2 + 1,9x_3 = 0,4 \\ 1,5x_1 + 4,5x_2 + 3,3x_3 = -1,6 \end{cases}$	№ 24	$\begin{cases} 5,4x_1 - 2,3x_2 + 3,4x_3 = -3,5 \\ 4,2x_1 + 1,7x_2 - 2,3x_3 = 2,7 \\ 3,4x_1 + 2,4x_2 + 7,4x_3 = 1,9 \end{cases}$
№ 25	$\begin{cases} 3,2x_1 - 2,5x_2 + 3,7x_3 = 6,5 \\ 0,5x_1 + 0,34x_2 + 1,7x_3 = -0,24 \\ 1,6x_1 + 2,3x_2 - 1,5x_3 = 4,3 \end{cases}$		

Контрольные вопросы

1. Матрица и вектор: понятие, основные действия.
2. Решение системы уравнений: точное и приближенное.
3. Понятие нормы вектора и нормы матрицы.
4. Вычисление первой и бесконечной нормы вектора и нормы матрицы.
5. Понятие диагонального преобладания.
6. Метод итераций: понятие, алгоритм метода.
7. Оценка предполагаемого числа итераций.