文章编号: 1000-4750(2012)05-0107-08

# 钢筋混凝土桥梁疲劳累积损伤失效过程 简化分析方法

朱劲松 1,2, 朱先存 1

(1. 天津大学建筑工程学院, 天津 300072; 2. 滨海土木工程结构与安全教育部重点实验室(天津大学), 天津 300072)

摘 要:为了有效预测疲劳损伤累积程度与桥梁剩余寿命,提出了钢筋混凝土桥梁结构在运营荷载下疲劳失效全过程数值模拟的简化方法。首先,根据混凝土及钢筋疲劳刚度退化、疲劳强度退化与疲劳残余变形演变规律,建立了混凝土及钢筋经历任意次数疲劳加载后的剩余强度包络线方程,基于混凝土单轴本构模型和钢筋理想弹塑性模型,建立了混凝土及钢筋疲劳本构模型;然后,在此基础上对文献提出的疲劳全过程分析法进行了改进,提出了疲劳损伤累积失效全过程数值分析法;最后,基于 ABAQUS 软件平台和该文方法,对某钢筋混凝土简支梁算例进行疲劳全过程数值分析。结果表明:利用该文方法得到的模拟值与试验值的相对误差处于合理范围之内,验证了该文方法的可靠性和实用性。

关键词:钢筋混凝土桥梁;包络线方程;疲劳本构模型;疲劳累积损伤;数值模拟

中图分类号: U448.34; U447 文献标志码: A

# STUDY ON SIMPLIFIED METHOD FOR THE ANALYSIS OF FATIGUE FAILURE PROCESS OF RC BRIDGES

ZHU Jin-song<sup>1,2</sup>, ZHU Xian-cun<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Key Laboratory of Coast Civil Structure Safety (Tianjin University), Ministry of Education, Tianjin 300072, China)

Abstract: In order to predict cumulative damage and residual life of highway bridges under fatigue loads, a simplified numerical simulation method for the deterioration process of in-service reinforced concrete (RC) bridges is proposed. Firstly, based on the rules of degradation of stiffness, strength and residual deformation of concrete and steel during fatigue loading, the envelope equation of the residual strength of concrete and steel in any cycle of a fatigue loading is established. Secondly, according to the uniaxial constitutive model of concrete and the ideal elastic-plastic model of reinforced rebar, fatigue constitutive model of concrete and reinforced rebar are built. At last, on this basis of the improved analytical method of the whole process of a fatigue loading, the numerical simulation method of the failure process of RC bridges under a fatigue load is proposed. A RC beam given as an instance is simulated by using this method and the finite element software of ABAQUS. The results show that the relative errors of both the simulation and experiment are controlled within the scope of engineering errors, which verifies the reliability and availability of the numerical analytical method.

**Key words:** RC bridges; envelope equation; fatigue constitutive model; fatigue cumulative damage; numerical simulation

收稿日期: 2010-07-27; 修改日期: 2010-10-31

基金项目: 国家自然科学基金项目(50708065, 51178305); 国家"863"计划项目(2007AA11Z133)

通讯作者:朱劲松(1975一),男,安徽池州人,副教授,博士,硕导,从事桥梁疲劳损伤分析、识别与评定研究(E-mail: jszhu@tju.edu.cn).

作者简介: 朱先存(1985-), 男, 山东枣庄人, 硕士生, 从事桥梁结构抗疲劳设计与分析研究(E-mail: zhuxiancun@126.com).

近年来,随着世界范围内既有桥梁在频繁超载、环境侵蚀等因素作用下因疲劳累积损伤导致失效坍塌的事故频发,公路桥梁疲劳失效问题越来越受到各国学者的关注。以往人们主要通过疲劳试验来研究钢筋混凝土结构的疲劳损伤失效问题,但由于疲劳试验费时费力、易受实验条件的限制等原因,开始有学者尝试采用数值方法来模拟这类结构复杂的疲劳损伤乃至失效的过程,如中心差值数值积分法<sup>[1]</sup>、直接路径积分法<sup>[2]</sup>等均被用于模拟混凝土结构在地震等低周循环荷载作用下的疲劳损伤行为。然而已有的方法还存在模拟理论复杂、无法有效模拟混凝土结构高周循环荷载作用下的损伤累积过程等问题,研究工作尚待深入。

本文在混凝土及钢筋疲劳刚度退化、疲劳强度 退化与疲劳残余变形演变规律基础上,通过建立混 凝土及钢筋经历任意次数疲劳加载后的剩余强度 包络线方程、混凝土及钢筋疲劳本构模型,提出改 进的疲劳损伤累积失效全过程数值分析法,以实现 对钢筋混凝土桥梁结构在高周疲劳荷载下的失效 过程模拟与寿命预测。

## 1 材料的疲劳本构模型

#### 1.1 混凝土疲劳本构模型

#### 1.1.1 疲劳刚度退化

混凝土弹性模量的退化是衡量混凝土刚度退化的重要指标,它与组成混凝土材料的特性、混凝土的配合比、疲劳荷载幅值及加载次数有关。王时越等<sup>[3]</sup>通过对 C15 混凝土静载及等幅循环荷载疲劳试验得出,混凝土刚度随疲劳加载次数的增加呈三阶段退化:第一阶段,混凝土弹性模量衰减较快,且不稳定,约占总疲劳寿命的 10%;第二阶段混凝土弹性模量稳定线性退化,约占总疲劳寿命占80%;第三阶段,弹性模量迅速减少,直至疲劳破坏,约占总疲劳寿命的 10%。当混凝土接近疲劳破坏,纯占总疲劳寿命的 10%。当混凝土接近疲劳破坏时,弹性模量与初始弹性模量比介于 0.474~0.757之间,Holmen<sup>[4]</sup>也通过试验提出了混凝土疲劳弹性模量按线性退化:

$$E_N = (1 - 0.33N / N_f) E_0 \tag{1}$$

式中:  $E_N$ 为混凝土疲劳加载 N 次后剩余弹性模量;  $E_0$  为混凝土初始弹性模量。

# 1.1.2 疲劳强度退化及疲劳剩余强度包络线方程

1) 疲劳剩余强度。

疲劳剩余强度是指材料在一定次数疲劳荷载

作用后还能承受的最大应力,通常用与材料的极限强度比值表示。本文考虑混凝土疲劳剩余强度满足边界条件及在临近破坏时强度突然下降条件下的混凝土受压疲劳剩余强度,采用孟宪宏改进的疲劳剩余强度模型<sup>[5]</sup>:

 $\sigma_r(N) = \sigma_r(0) - [\sigma_r(0) - \sigma_{\text{max}}](N/N_f)^v$  (2) 式中:  $\sigma_r(N)$  为疲劳加载 N 次时的混凝土疲劳剩余强度;  $\sigma_{\text{max}}$  为疲劳荷载最大应力,可通过静载分析求得;  $N_f$  为疲劳寿命; v 为与疲劳应力水平有关的常数。

受拉疲劳剩余强度退化[7]:

$$f_{t,N_f} = f_t \gamma_t = f_t (a \lg N_f + b) \tag{3}$$

式中: $\gamma_t$ 为混凝土受拉剩余强度修正系数; $a \times b$ 为试验常数,由实验数据拟合得到 $a = -0.0913 \times b = 1^{[6]}$ 。

混凝土在等幅疲劳荷载作用下其劣化过程可看作混凝土疲劳剩余强度不断衰减的过程,当疲劳剩余强度衰减到等幅疲劳荷载上限所对应应力 $(\sigma_{max})$ 时即认为混凝土发生疲劳破坏,混凝土疲劳破坏准则为:

$$\sigma_r(N_f) \leq \sigma_{\text{max}}$$
 (4)

式中, $\sigma_r(N_f)$ 为混凝土疲劳破坏时的剩余强度。

#### 2) 疲劳剩余强度包络线方程。

混凝土疲劳剩余强度包络线是指经历任意次数疲劳加载后的剩余强度与疲劳加载次数之间的关系曲线。求解疲劳剩余强度包络线方程具体步骤如下:

- ① 由式(2)与式(4)求混凝土疲劳破坏时疲劳剩余强度。
- ② 确定包络线曲线形状。分析混凝土在疲劳荷载下的应力-应变滞回曲线(如图 1)可知:混凝土在拉、压疲劳荷载作用下疲劳破坏时的最大应变与单轴加载软化段最大应力所对应的应变相当<sup>[7]</sup>,可以近似用混凝土单轴应力-应变模型上的软化段曲线来表示混凝土疲劳破坏的剩余强度包络线(如图 2)。

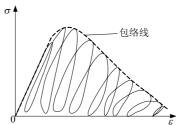


图 1 混凝土循环应力-应变曲线

Fig.1 The cycle stress-strain curve of concrete

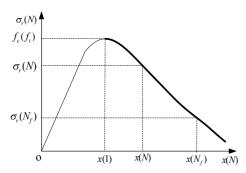


图 2 混凝土疲劳剩余强度包络线

Fig.2 The fatigue residual strength envelope of concrete

③ 求解包络线方程。参考单轴条件下的混凝 土本构模型<sup>[8]</sup>,并结合图 2 混凝土疲劳剩余强度包 络线,可得受压疲劳强度包络线方程为:

$$\frac{\sigma_{r,c}(N)}{f_c} = \frac{x(N)}{a_d[x(N) - x(1)]^2 + x(N)}, \quad x(N) \ge 1 \quad (5)$$

$$x(N_f) = \frac{2\alpha_d \sigma_{\text{max}} + f_c - \sigma_{\text{max}} \pm \sqrt{(f_c - \sigma_{\text{max}})^2 + 4\alpha_d \sigma_{\text{max}}(f_c - \sigma_{\text{max}})}}{2\alpha_d \sigma_{\text{max}}}$$
(8)

同理,由式(2)、式(7)可以求得混凝土受拉疲劳剩余强度时对应的 $x(N_f)$ 。

综上所述,可求得混凝土经历任意次数疲劳加 载后的剩余强度为:

$$\sigma_r(N) =$$

$$\begin{cases} f_c \\ \frac{\frac{N}{N_f} [x(N_f) - x(1)]}{\alpha_d \left( \frac{N}{N_f} [x(N_f) - x(1)] - 1 \right)^2 + \frac{N}{N_f} [x(N_f) - x(1)]}, \\ \\ \mathcal{E} E 疲劳 \\ f_t \\ \frac{\frac{N}{N_f} [x(N_f) - x(1)]}{\alpha_t \left( \frac{N}{N_f} [x(N_f) - x(1)] - 1 \right)^{1.7} + \frac{N}{N_f} [x(N_f) - x(1)]}, \\ \\ \mathcal{E} 拉疲劳 \end{cases}$$

#### 1.1.3 疲劳残余应变

试验研究表明<sup>[9]</sup>,混凝土疲劳残余应变随疲劳加载次数的增加呈三阶段变化,在混凝土整个疲劳过程中,随着疲劳荷载次数的增加,弹性模量不断退化,疲劳剩余强度的退化,疲劳残余应变增加。在不考虑应力比情况下的混凝土疲劳残余应变及总应变可分别表示如下<sup>[5]</sup>:

同理可求得受拉疲劳剩余强度包络线方程为:

$$\frac{\sigma_{r,t}(N)}{f_t} = \frac{x(N)}{a_t[x(N) - x(1)]^{1.7} + x(N)}, \quad x(N) \ge 1 \quad (6)$$

式中:  $\sigma_{r,c}(N)$ 、 $\sigma_{r,t}(N)$ 分别为混凝土任意次数疲劳加载后的疲劳破坏时的受压和受拉剩余强度;  $\alpha_d$ 、 $\alpha_t$ 为常数,可以参考规范<sup>[8]</sup>取值。

④ 定义相关变量。x(N) 为与疲劳加载次数 N 有关的函数:

$$x(N) = \begin{cases} 1, & N = 1\\ \frac{\lg N}{\lg N_f} [x(N_f) - 1] + 1, & 1 \le N \le N_f \end{cases}$$
 (7)

由 边 界 条 件 :  $x|_{N=1}=x(1)=1$  ,  $\sigma_{r,c}(1)=f_c$  ;  $x|_{N=N_f}=x(N_f)$  ,  $y=\sigma_{r,c}(N_f)=\sigma_{\max}$  , 可求得受压 时  $x(N_f)$  为 :

$$\Delta \varepsilon_r(N) = \Delta \varepsilon_r(1) + \frac{k_1 \varepsilon_{\max}^{k_2} (1 - \varepsilon_{\min} / \varepsilon_{\max})^{k_3}}{\varepsilon^{k_5}} N^{k_4} \quad (10)$$

$$(N) =$$

(9)

$$\begin{cases} \varepsilon_{\text{max}} + \frac{k_{6} \varepsilon_{\text{max}}^{k_{2}} \left(1 - \varepsilon_{\text{min}} / \varepsilon_{\text{max}}\right)^{k_{3}}}{\varepsilon_{k}^{k_{5}}} N^{k_{4}}, \\ 0 < N < 0.1 N_{f} \\ \varepsilon_{\text{max}} \left(0.1 N_{f}\right) + k_{7} \left[\varepsilon_{\text{unstab}} - \varepsilon_{\text{max}} \left(0.1 N_{f}\right)\right] \cdot \\ \left(\frac{N}{N_{f}} - 0.1\right), \\ 0.1 N_{f} < N \leqslant N_{f} \end{cases}$$

$$(11)$$

式中:  $\Delta \varepsilon_r(N)$ 、 $\varepsilon_{\max}(N)$ 为疲劳荷载作用 N 次后的疲劳残余应变及总应变;  $\varepsilon_{\max}$ 、 $\varepsilon_{\min}$ 为疲劳荷载上限及下限作用下的初始瞬时应变;  $\Delta \varepsilon_r(1)$ 为第一次应力循环所引起的残余变形  $\Delta \varepsilon_r(1)$ =  $0.25(\varepsilon_{\max}/\varepsilon_k)^2$ ;  $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$ 、 $k_4$ 、 $k_5$ 、 $k_6$ 、 $k_7$ 为材料常数,可以通过对试验数据回归分析得到;  $\varepsilon_k$  为混凝土残余应变发展第三个阶段开始时混凝土的纵向总应变,与疲劳寿命的长短无关,主要取决于混凝土本身材料的性质,其值与一次加载破坏时的峰值应力相对应的应变 $\varepsilon_{\text{unstab}}$ 很接近 $^{[10-11]}$ ,因此可以用 $\varepsilon_{\text{unstab}}$ 代替 $\varepsilon_k$ 。

#### 1.1.4 任意疲劳加载次数后混凝土疲劳本构模型

以混凝土单轴条件下本构模型为基础,综合考 虑混凝土疲劳刚度退化、疲劳强度退化、疲劳残余 应变及混凝土疲劳总应变演化规律的基础上,通过 试验回归法可得在任意疲劳加载次数后的混凝土

疲劳本构模型。

受压疲劳本构模型:

$$\frac{\sigma(N)}{f_{c}} = \begin{cases}
\frac{E_{0}\left(1 - 0.33 \frac{N}{N_{f}}\right) \varepsilon(N)}{f_{c}}, & \Delta \varepsilon_{r}(N - 1) < \varepsilon(N) < \varepsilon_{e}(N) \\
\alpha_{c}(N) \left(\frac{\varepsilon(N)}{\varepsilon_{c,\max}(N)}\right) + \left[3 - 2\alpha_{c}(N)\right] \left(\frac{\varepsilon(N)}{\varepsilon_{c,\max}(N)}\right)^{2} + (\alpha_{c}(N) - 2) \left(\frac{\varepsilon(N)}{\varepsilon_{c,\max}(N)}\right)^{3}, \\
\varepsilon_{e}(N) \leqslant \varepsilon_{c,\max}(N) \\
\frac{\left[\varepsilon - \Delta \varepsilon_{r}(N - 1)\right]}{\varepsilon_{c,\max}(N)}, & \varepsilon(N) \geqslant \varepsilon_{c,\max}(N)
\end{cases}$$

$$\frac{a_{d}\left(\frac{\left[\varepsilon(N) - \Delta \varepsilon_{r}(N - 1)\right]}{\varepsilon_{c,\max}(N)} - 1\right)^{2} + \frac{\left[\varepsilon(N) - \Delta \varepsilon_{r}(N - 1)\right]}{\varepsilon_{c,\max}(N)}, & \varepsilon(N) \geqslant \varepsilon_{c,\max}(N)
\end{cases}$$

受拉疲劳本构模型:

$$\frac{\sigma(N)}{f_{t}} = \begin{cases}
\frac{E_{0}\left(1 - 0.33 \frac{N}{N_{f}}\right) \left[\varepsilon(N) - \Delta\varepsilon_{r}(N-1)\right]}{f_{t}}, & \Delta\varepsilon_{r}(N-1) < \varepsilon(N) < \varepsilon_{t,\max}(N) \\
\frac{\left[\varepsilon(N) - \Delta\varepsilon_{r}(N-1)\right]}{\varepsilon_{t,\max}(N)}, & \varepsilon(N) \ge \varepsilon_{t,\max}(N)
\end{cases}$$

$$\frac{a_{t}\left(\frac{\varepsilon(N) - \Delta\varepsilon_{r}(N-1)}{\varepsilon_{t,\max}(N)} - 1\right)^{1.7} + \frac{\left[\varepsilon(N) - \Delta\varepsilon_{r}(N-1)\right]}{\varepsilon_{t,\max}(N)}, & \varepsilon(N) \ge \varepsilon_{t,\max}(N)
\end{cases}$$
(13)

式中:  $\varepsilon_r(N-1)$  表示疲劳加载到 N-1 次时的混凝土残余应变,按式(10)计算;  $\varepsilon_e(N)$  为第 N 次疲劳加载时,混凝土受压弹性应变,可根据混凝土单轴受压 应 力 - 应 变 关 系 求 得 , 一 般  $\varepsilon_e(N)$  =  $(0.3 \sim 0.4)\varepsilon_{c,\max}(N)$ ;  $\alpha_t$  、  $\alpha_d$  为混凝土在疲劳加载 N 次应力-应变曲线下降段的参数值,可由初始边界条件( $x|_{N=1}=x(1)=1$ , $\sigma_{r,c}(1)=f_c$ ;  $x|_{N=N_f}=x(N_f)$ ,  $y=\sigma_{r,c}(N_f)=\sigma_{\max}$  )求得;  $\alpha_c$  为常数,可由边界条件( $\varepsilon=\varepsilon_e(N)$  ,  $\sigma=\sigma_e(N)=E_N\varepsilon_e(N)$  )求 得;  $\varepsilon_{k,\max}(N)$  为混凝土在疲劳加载 N 次,应力-应变曲线中的峰值应变,按下式求解:

$$\varepsilon_{k,\text{max}}(N) = \frac{\sigma_r(N)}{E_N} + \Delta \varepsilon_r(N-1), \quad k = t, c \quad (14)$$

式中,t和c分别表示受拉和受压。

#### 1.2 钢筋的疲劳本构模型

#### 1.2.1 钢筋疲劳剩余强度包络线方程

通过钢筋疲劳试验发现,钢筋在遭受疲劳荷载过程,疲劳变形大部分处于弹性阶段,因此可假定钢筋弹性模量在整个疲劳加载过程中不发生退化 $^{[12]}$ 。由钢筋的 S-N 曲线可求得钢筋在  $N_{\ell}$  时疲劳

破坏允许应力幅  $\Delta \sigma$ ,假定在等幅疲劳荷载下限值恒定,则所对应  $\sigma_{\min}$  也恒定,从而确定钢筋疲劳破坏时最大应力  $\sigma_{\max}(N_f) = \sigma_{\min} + \Delta \sigma$ 。当钢筋疲劳剩余强度降低到疲劳荷载上限应力时则发生疲劳破坏,即当钢筋疲劳剩余强度达到钢筋有效应力时钢筋发生疲劳断裂;其破坏准则如下:

$$\mathscr{O}(N) \leqslant \sigma_{\max}(N_f) \tag{15}$$

钢筋疲劳剩余强度包络线是指钢筋在经历任 意给定次数疲劳加载后剩余强度与疲劳加载次数 的关系曲线。其求解具体步骤如下:

- 1) 根据 S-N 求钢筋的疲劳寿命  $N_f$ 。
- 2) 计算钢筋经历任意次数疲劳荷载循环后的有效截面积。在 1)和钢筋疲劳破坏准则的基础上,假定钢筋的屈服强度为  $f_y$ ,钢筋的初始截面积为  $A_s$ ,钢筋疲劳断裂时的有效面积为  $A_s^f(N_f)$ ,按照应变等效原则可求得钢筋疲劳断裂时的有效截面积  $A_s^f(N_f)$ 为:

$$A_s^f(N_f) = \sigma_{\max}(N_f) \cdot A_s / f_y \tag{16}$$

经过 $N_f$ 次等幅疲劳应力作用后钢筋面积损伤

为  $A_s(1-\sigma_{\max}(N_f)/f_y)$ 。根据钢筋疲劳破坏原理,假定钢筋经历任意次数疲劳加载后的有效截面积按 Miner 线性损伤准则减小,则在等幅疲劳加载 N次后钢筋的有效截面积损伤可表示为  $A_s \cdot (N/N_f) \cdot (1-\sigma_{\max}(N_f)/f_y)$ ,则钢筋在疲劳加载 N 次后的有效截面积为:

$$A_s^f(N) = A_s \cdot \left[ 1 - \frac{N}{N_f} \cdot \left( 1 - \frac{\sigma_{\text{max}}(N_f)}{f_v} \right) \right]$$
 (17)

3) 计算钢筋经历任意次数疲劳荷载循环后的 剩余强度。

钢筋在 N 次疲劳加载后损伤为:

$$D(N) = 1 - \frac{A_s^f(N)}{A_s} = \frac{N}{N_f} \left( 1 - \frac{\sigma_{\text{max}}(N_f)}{f_y} \right)$$
 (18)

N次疲劳加载损伤后的有效应力%为:

$$\mathcal{N}(N) = \frac{\sigma(N)}{1 - D(N)} = \frac{\sigma(N)}{1 - \frac{N}{N_f} \left( 1 - \frac{\sigma_{\text{max}}(N_f)}{f_v} \right)}$$
(19)

式中, $\mathcal{N}(N)$ 、 $\sigma(N)$ 分别为钢筋在疲劳加载 N 次后的剩余强度和应力。

4) 建立钢筋疲劳剩余强度包络线方程。由式(15)、式(19)得:

$$f_{y}(N) = \sigma_{\text{max}}(N_{f}) \left[ 1 - \frac{N}{N_{f}} \left( 1 - \frac{\sigma_{\text{max}}(N_{f})}{f_{y}} \right) \right]$$
(20)

钢筋在疲劳加载 N 次时,钢筋疲劳断裂的最小应力  $\sigma_{\min}^{f}(N)$  为钢筋在疲劳加载 N 次后的疲劳剩余强度  $f_{\nu}(N)$ :

$$f_{y}(N) = \sigma_{\text{max}}(N_{f}) \left[ 1 - \frac{N}{N_{f}} \left( 1 - \frac{\sigma_{\text{max}}(N_{f})}{f_{y}} \right) \right]$$
(21)

将式 $\sigma_{\max}(N_f) = \sigma_{\min} + \Delta \sigma$ 代入式(21)可得钢筋经历任意疲劳加载后的剩余强度包络线方程为:

$$f_{y}(N) = (\sigma_{\min} + \Delta\sigma) \left[ 1 - \frac{N}{N_{f}} \left( 1 - \frac{\Delta\sigma + \sigma_{\min}}{f_{y}} \right) \right] (22)$$

结合钢筋 S-N 双对数曲线的形式,对钢筋疲劳 剩余强度包络线方程(式(22))进行改进,有:

$$f_{y}(N) = (\sigma_{\min} + \Delta \sigma) \left[ 1 - \frac{\lg N}{\lg N_{f}} \left( 1 - \frac{\Delta \sigma + \sigma_{\min}}{f_{y}} \right) \right] (23)$$

1.2.2 经历任意次数疲劳加载后钢筋疲劳本构模型 基于钢筋理想弹塑性模型,并假定钢筋的疲劳 刚度不发生退化,结合式(23)可求得钢筋经历任意 次数疲劳加载后的钢筋疲劳本构模型为:

$$\sigma(N) = \begin{cases} E_s \varepsilon(N), & \Delta \varepsilon_r(N-1) < \varepsilon(N) \le \varepsilon_y(N) \\ f_y(N), & \varepsilon(N) > \varepsilon_y(N) \end{cases}$$
(24)

式中:  $E_s$  为钢筋的初始弹性模量;  $f_y$  为钢筋的初始屈服强度;  $\varepsilon_y(N)$ 、 $\Delta\varepsilon_r(N)$  分别为疲劳加载 N 次时的钢筋屈服应变和残余应变,可按下述公式求得:

$$\varepsilon_{y}(N) = \Delta \varepsilon_{r}(N-1) + \frac{f_{y}}{E_{s}}$$
 (25)

$$\Delta \varepsilon_r(N-1) = \frac{[f_y(N) - f_y(N-1)]}{E_s}$$
 (26)

# 2 改进的疲劳损伤失效全过程分析法

#### 2.1 混凝土及钢筋疲劳失效依据

#### 2.1.1 混凝土疲劳失效准则

在疲劳荷载作用下,混凝土内部的原始缺陷不断扩展,即使没有达到最终破坏的极限状态,其材料性能也已退化很严重,不能再继续使用。铁道部科学研究院混凝土疲劳专题组<sup>[13]</sup>和大连理工大学疲劳课题组<sup>[9]</sup>指出:混凝土在等幅重复荷载作用下,疲劳残余应变 $(\Delta\varepsilon_r)$ 达到 0.4 倍极限应变 $(0.4\varepsilon_0)$ 时,混凝土已有很严重的损伤,不能再有效地使用,就认为混凝土发生疲劳破坏。因此混凝土在疲劳荷载下疲劳失效准则:

$$\Delta \varepsilon_r \geqslant 0.4 \varepsilon_0 = 0.4 f_c / E_0 \tag{27}$$

#### 2.1.2 钢筋疲劳失效准则

钢筋是以脆性断裂为疲劳破坏的标志,一般是以钢筋应力幅是否超过疲劳破坏的允许应力幅作为钢筋疲劳破坏依据,钢筋允许的疲劳破坏应力幅可参考规范的 S-N 曲线确定。

#### 2.2 疲劳加载次数的简化

疲劳加载次数通常是上百万次,若逐步计算, 工作量巨大。另一方面学者比较关心结构疲劳破坏的关键点,如开始疲劳损伤、疲劳损伤稳定发展、 疲劳破坏等关键加载次数,因此数值模拟时可根据 疲劳损伤线性发展的不同阶段,采用不同的循环跳 跃步长,将连续的疲劳损伤过程简化为离散的损伤 过程,以达到不影响计算精度的前提下大幅降低计 算工作量的目的。

依据图 3 混凝土疲劳变形三阶段简化图中各个阶段的特点,制定相应的简化法则,确定不同的循环跳跃步长。在疲劳变形第一阶段,根据疲劳变形特点,选择步长要尽量小,且相邻几次模拟计算的

跳跃步长可以不同;疲劳变形第二阶段呈线性增长的特点,在选择步长时,以相对较大等步长进行循环跳跃。根据数学中相关插值函数,将相邻两次数值模拟之间的任意疲劳加载次数下的疲劳性能联系起来,从而使混凝土材料整个疲劳损伤累积全过程连续,进而得到了混凝土在整个等幅疲劳荷载作用下的疲劳性能。同理,根据钢筋疲劳变形演变的三阶段规律,可对钢筋疲劳损伤加载过程进行简化。将钢筋与混凝土疲劳加载简化过程进行综合,可大幅度减小计算工作量,简化疲劳数值仿真全过程。

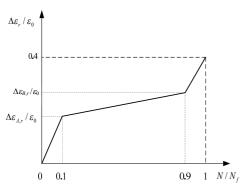


图 3 混凝土疲劳变形三阶段过程简化图

Fig.3 The simplified chart of three-stage of fatigue strain in concrete and steel

### 2.3 改进的疲劳损伤累积失效全过程分析法

本文在文献[3]提出的疲劳全过程分析法的基础上,提出了改进的疲劳损伤累积失效全过程分析方法,将整个疲劳过程简化为两个阶段:① 静载分析,以确定构件的极限承载力;② 等幅疲劳加载的阶段。分析流程为(如图 4):

- 1) 静载分析,以确定结构的极限承载力。
- 2) 等幅疲劳加载:按照疲劳加载次数的简化原则对其疲劳加载次数进行跳跃,当循环跳跃模拟疲劳加载次数第 N 次时,必须考虑混凝土、钢筋等材料在前 N 次疲劳加载中的疲劳刚度的退化,疲劳剩余强度的退化及疲劳残余应变增长,模拟计算第 N 次等幅疲劳加载作用下结构响应;在任意循环跳跃疲劳加载模拟计算分析后,分别根据混凝土及钢筋疲劳失效准则,判断结构是否疲劳破坏,若结构疲劳破坏,则循环跳跃及数值模拟计算结束。
- 3) 如果结构完好,根据疲劳加载次数简化原则,计算下一循环跳跃步长后的疲劳加载次数下的混凝土疲劳本构模型及钢筋疲劳本构模型,更新混凝土疲劳损伤有关参数及钢筋的疲劳剩余强度,返回 2)中继续模拟计算,直到结构疲劳破坏为止。

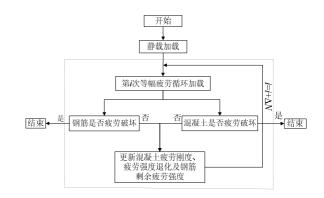


图 4 疲劳损伤累积失效全过程分析法流程图 Fig.4 The flow chart of numerical simulation on the fatigue failure process of RC structures

## 3 算例验证

本文基于通用有限元软件 ABAQUS 对一钢筋 混凝土简支梁算例进行分析计算,分析过程中,采 用混凝土在任意加载次数下的疲劳本构模型计算 混凝土经历任意次数疲劳加载后的各疲劳损伤参 数,采用理想弹塑性模型模拟疲劳退化后的钢筋, 假定钢筋屈服强度为钢筋疲劳剩余强度。

#### 3.1 算例描述

算例为一钢筋混凝土简支试验梁<sup>[14]</sup>,具体尺寸、配筋情况如图 5 所示。混凝土强度等级为 C40,弹性模量为 3.82×10<sup>4</sup>MPa,纵向受力钢筋采用 HRB400,配筋率为 1.11%。混凝土与钢筋分别采用 C3D8R 单元和 T3D2 单元模拟,建立分离式有限元模型。为了避免支座和加载处因应力集中导致局部破坏,分别在支座和加载点设置刚性垫板,进行弹性过渡。具体疲劳加载参数见表 1。

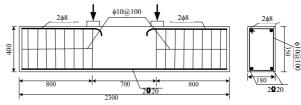


图 5 梁配筋和加载图 /mm Fig.5 Details of RC beam and loading

表1 疲劳加载参数

Table 1 Details of fatigue loading

编号	试验类型	最大荷载水平	最小荷载水平
B40-0	静力试验		
B40-1	疲劳试验	0.6	0.4
B40-2	疲劳试验	0.6	0.3

#### 3.2 结果分析

#### 3.2.1 静力计算结果分析

算例静载分析结果见表 2。由表 2 可见, 屈服

荷载和极限荷载的模拟值比规范理论计算值与试验值均低,这主要因为模型中忽略了钢筋的硬化特性引起的。静载作用下,荷载与跨中挠度曲线如图 6 所示。由图 6 可见,在纵筋屈服前,荷载-跨中挠度曲线试验值与模拟值基本一致,因此本文对疲劳加载前的静载阶段的模拟方法是可行的。

表 2 开裂荷载、屈服荷载、极限荷载比较 Table 2 Comparison of cracking load, yield load and ultimate load

	理论值/	试验值/	本文	本文模拟相对误差/(%)	
	$kN^{[14]}$	kN <sup>[14]</sup>	模拟值/kN	与理论值	与试验值
开裂荷载	43.3	63.5	48	10.9	-24.4
屈服荷载	211.5	232.7	206.5	-2.4	-11.3
极限荷载	238.2	257.8	212.3	-10.9	-17.6

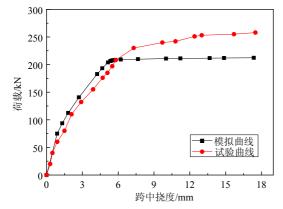


图 6 静载分析荷载-跨中挠度曲线

Fig.6 Load-deflection curves of static analysis

#### 3.2.2 疲劳模拟结果分析

B40-0 与 30 万次疲劳加载后 B40-2 的静态荷载-挠度关系曲线如图 7 所示。由图 7 可知,在荷载达到开裂荷载之前,挠度与荷载几乎成线性增长,混凝土开裂后,变化速率减缓,这是因为混凝土开裂后发生应力重分布,混凝土退出工作,原来混凝土承受的拉应力传递给钢筋,钢筋的屈服应力比混凝土抗拉强度大很多,减缓了混凝土挠度的增加,且混凝土开裂裂缝等原因也进一步减缓挠度增加速率,但模拟值与试验曲线吻合较好,最大相差小于 10%;试验 B40-1 在 30 万次与 100 万次荷载-挠度模拟结果与试验结果之间差值更小,最大相差不超过 5%,如图 8 所示。

受压区混凝土最大应变、最小应变及应变幅均随疲劳加载次数增加而增大,这个规律与已有文献试验结果相吻合,如图9所示。纵向受拉钢筋应变的变化规律如图10所示。由图9和图10可知,混凝土及钢筋的疲劳应变幅模拟结果与试验结果相

差很小,钢筋疲劳应变幅的模拟值与试验值相差最 大不超过 8%。

B40-1 跨中压区混凝土及拉区钢筋应力-应变 关系随疲劳加载发生的演化过程如图 11 及图 12 所 示。随着疲劳加载次数的增加,混凝土疲劳剩余强 度降低、疲劳刚度降低、混凝土的最小应变逐渐增 大,混凝土残余应变逐渐增大(虚线与应变轴的交 点)。钢筋的弹性模量几乎不发生退化(各延长线几

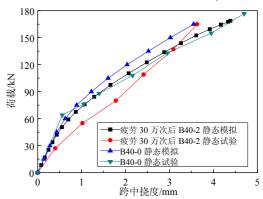


图 7 B40-0 静载及 B40-2 疲劳加载阶段荷载-挠度曲线

Fig.7 Load-deflection curves of fatigue analysis for both

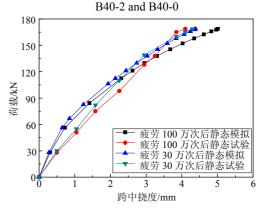


图 8 B40-1 疲劳加载阶段荷载-挠度曲线

Fig.8 Load-deflection curves of fatigue analysis for B40-1

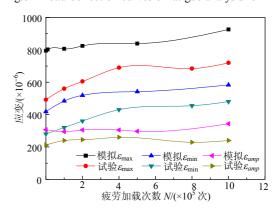


图 9 B40-1 疲劳加载阶段受压区混凝土应变

Fig.9 Compression concrete strain in fatigue analysis of the specimen B40-1

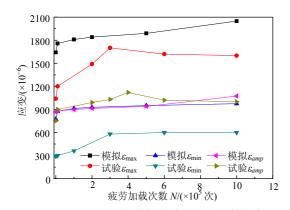


图 10 B40-1 疲劳加载阶段拉区钢筋应变

Fig. 10 Tension steel strain in fatigue analysis of the specimen B40-1

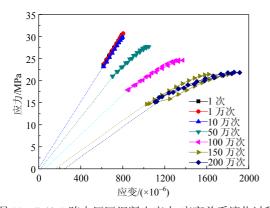


图 11 B40-1 跨中压区混凝土应力-应变关系演化过程 Fig.11 The evolvement of stress-strain curves of compression concrete in the specimen B40-1

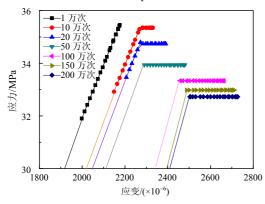


图 12 B40-1 受拉钢筋疲劳应力-应变关系演化过程 Fig.12 The evolvement of stress-strain curves of tension steel in the specimen B40-1

乎平行),疲劳剩余强度(最大应力)随疲劳加载次数增加而降低,钢筋疲劳残余应变(延长线与应变轴交点)增加。图 11 及图 12 的结果进一步验证了本文推导的钢筋与混凝土疲劳本构模型的可靠性和实用性。

# 4 结论

通过本文的研究,得到主要结论如下:

- (1) 本文从材料疲劳刚度退化、疲劳强度退化和疲劳残余变形的基础上,推导了混凝土及钢筋疲劳剩余强度包络线方程,建立了混凝土及钢筋疲劳本构模型,通过算例验证该材料本构模型的可靠性。
- (2) 通过对疲劳加载次数的简化和材料本构模型的推导,改进了疲劳失效全过程数值分析法,提出了钢筋混凝土桥梁结构疲劳损伤失效分析的简化方法。
- (3) 算例模拟结果与文献试验结果之间的误差 控制在工程误差范围内,验证了本文方法的正确性 和可靠性。

#### 参考文献:

- [1] Zhang Rong, Shi Zhifei. Numerical simulation of rabar/concrete interface debonding of FRP strengthened RC beams under fatigue load [J]. Materials and Structures, 2008, 41(10): 1613—1621.
- [2] Maekawa, Koich Toongoenthong. Directpath-integral scheme for fatigue simulation of reinforced concrete in shear [J]. Journal of Advanced Concrete Technology, 2006, 4(1): 159–177.
- [3] 王时越, 张立翔, 徐人平, 等. 混凝土疲劳刚度衰减规律试验研究[J]. 力学与实践, 2003, 25(5): 55-57. Wang Shiyue, Zhang Lixiang, Xu Renping, et al. Deterioration laws of concrete elastic modulus under fatigue loading [J]. Mechanics in Engineering, 2003, 25(5): 55-57. (in Chinese)
- [4] Holmam J O. Fatigue of concrete by constant and variable amplitude loading [J]. ACI Special Publication, Fatigue of Concrete Structures, 1982, 75(4): 71–110.
- [5] 孟宪宏. 混凝土疲劳剩余强度试验及理论研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2006.

  Meng Xianhong. Experimental and theoretical research on residual strength of concrete under fatigue loading [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2006. (in Chinese)
- [6] Balaguru P N, Shah S P. A method of predicting crack widths and deflections for fatigue loading [J]. ACI Special Publication, 1982, 75(5): 153-175.
- [7] 朱劲松, 肖汝诚, 宋玉普. 混凝土疲劳特性与疲劳损伤后的等效单轴本构关系[J]. 建筑材料学报, 2005, 8(5): 484—489.

  Zhu Jinsong, Xiao Rucheng, Song Yupu. Fatigue behavior and post-damaged equivalent constitutive law of plain concrete [J]. Journal of Building Materials, 2005,
- 8(5): 484—489. (in Chinese)
  中华人民共和国国家标准. GB 50010-2002 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
  National Standard of the People's Republic of China. GB 50010-2002 Code for design of concrete structures [S]. Beijing: China Building Industry Press, 2002. (in Chinese)

(参考文献[9]-[14]转第 121 页)

(in Chinese)

- Kelly J M. Earthquake resistant design with rubber [M]. 2nd ed. London: Springer Verlag London Limited, 1997.
- 李中锡, 周锡元. 规则型隔震房屋的自振特性和地震 反应分析方法[J]. 地震工程与工程震动, 2002, 22(2): 33 - 41.
  - Li Zhongxi, Zhou Xiyuan. Vibration property and earthquake response analysis method for regular isolated building [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2002, 22(2): 33-41. (in Chinese)
- 刘文光, 杨巧荣, 周福霖. 大高宽比隔震结构地震反 应的实用分析方法[J]. 地震工程与工程振动, 2004, 24(4): 115-121.
  - Liu Wenguang, Yang Qiaorong, Zhou Fulin. Simplified method of earthquake response analysis for slender isolated structure [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2004, 24(4): 115 - 121. (in Chinese)
- 付伟庆, 刘文光, 王建, 王焕定. 高层隔震结构的等效 简化模型研究[J]. 地震工程与工程振动, 2005, 25(6): 141 - 145.
  - Fu Weiqing, Liu Wenguang, Wang Jian, Wang Huanding. Research on practical design method of regular high-rising isolated structure [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2005, 25(6): 141-145. (in Chinese)
- 王焕定, 付伟庆, 刘文光, 于德湖, 程树良. 规则隔震

结构等效简化模型的研究[J]. 工程力学, 2006, 23(8): 138 - 143.

- Wang Huanding, Fu Weiqing, Liu Wenguang, Yu Dehu, Cheng Shuliang. Research on equivalent simplified model of regular shock-insulation building Engineering Mechanics, 2006, 23(8): 138 – 143. (in Chinese)
- [10] Ariga T, Kanno Y, Takewaki I. Resonant behaviour of base-isolated high-rise buildings under long-period ground motions [J]. Structural Design of Tall and Special Buildings, 2006, 15: 325-338.
- [11] Li Q S, Cao H, Li G. Analysis of free vibrations of tall buildings [J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1994, 120(9): 1861-1876.
- [12] Li Q S, Fang J Q, Jeary A P. Free vibration analysis of cantilevered tall structures under various axial loads [J]. Journal of Engineering Structures, ASCE, 2000, 22(5): 525 - 534.
- [13] Takewaki I. Robustness of base-isolated high-rise buildings under code-specified ground motions [J]. Structural Design of Tall and Special Buildings, 2008, 17(2): 257-271.
- [14] Craig R R Jr. 结构动力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 1996.
  - Craig R R Jr. Structural dynamics [M]. Beijing: China Communications Press, 1996. (in Chinese)

(上接第 114 页)

- 李朝阳, 宋玉普, 赵国藩. 混凝土疲劳残余应变性能 研究[J]. 大连理工大学学报, 2001, 41(3): 355-358. Li Chaoyang, Song Yupu, Zhao Guofan. Study of residual strain of concrete under fatigue loading [J]. Journal of Dalian University of Technology, 2001, 41(3): 355-358. (in Chinese)
- [10] Kim Jin-Keu, Kim Yun-Yong. Experimental study for the fatigue of high strength concrete [J]. Cement and Concrete Research, 1996, 26(10): 1513-1523.
- [11] Gyll Tofi K. Fracture mechanics models for fatigue in concrete structures [D]. Lulea, Sverige: Division of Structural Engineering, University of Technology, 1983.
- [12] 钱卫, 祁德庆, 薛伟辰. 预应力 CFRP 筋混凝土梁疲劳 全过程分析[J]. 振动与冲击, 2008, 27(5): 125-129. Qian Wei, Qi Deqing, Xue Weichen. Full-range analysis on behaviors of concrete beams prestressed with cfrp

- tendons under fatigue load cycles [J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(5): 125 - 129. (in Chinese)
- [13] 混凝土疲劳专题组. 混凝土受弯构件疲劳可靠性验算 方法的研究[R]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1994. Special Group on Concrete Fatigue. Study on fatigue reliability checking method of concrete beams [R]. Beijing: China Building Industry Press, 1994. (in Chinese)
- [14] 肖建庄, 陈德银, 查全璠. 高性能混凝土简支梁的正 截面抗弯疲劳试验[J]. 结构工程师, 2006, 22(4): 72-
  - Xiao Jianzhuang, Chen Deyin, Zha Quanfan. Test on bend fatigue behavior of HPC simply-supported beams [J]. Structural Engineers, 2006, 22(4): 72 - 76. (in Chinese)