

# Gestion de Portefeuille

## TP-3: Modèle de Treynor Black

Patrick Hénaff

Février-Mars 2020

```
library(xts)
library(hornpa)
library(lubridate)
library(xtable)
library(quantmod)
library(PerformanceAnalytics)
library(TTR)
library(lubridate)
library(roll)
library(Hmisc)
library(nFactors)
library(kableExtra)
library(broom)
```

## Données

Séries de rendement quotidien pour 11 valeurs:

```
monthly.ret.file <- "./monthly.ret.rda"
load(monthly.ret.file)
```

Pour l'indice de marché, on utilise VT, un ETF "World Market":

```
VT.series.file <- "./ret.VT.rda"

if(!file.exists(VT.series.file)) {

  sym <- "VT"
  world.index <- Ad(getSymbols(sym, auto.assign=FALSE))
  world.index.ret <- monthlyReturn(world.index)
  colnames(world.index.ret) <- "Market"
  save(world.index.ret, file=VT.series.file)
} else {
  load(VT.series.file)
}
```

## Rendement moyen:

```
monthly.ret <- merge.xts(monthly.ret, world.index.ret, join="inner")
kable(colMeans(monthly.ret), "latex", escape=FALSE, col.names=c("$r$"), caption="Average monthly return")
```

Table 1: Average monthly return

	$r$
AAPL	0.0220532
AMZN	0.0271364
MSFT	0.0169185
F	0.0139604
SPY	0.0086184
QQQ	0.0126927
XOM	0.0012265
MMM	0.0090297
HD	0.0191698
PG	0.0080793
KO	0.0096675
Market	0.0063881

## Matrice de covariance des rendements:

```
kable(cov(monthly.ret), "latex", booktabs=T) %>%
kable_styling(latex_options="scale_down")
```

	AAPL	AMZN	MSFT	F	SPY	QQQ	XOM	MMM	HD	PG	KO	Market
AAPL	0.0067861	0.0029132	0.0023909	0.0034726	0.0020525	0.0030696	0.0008125	0.0019703	0.0017385	0.0007716	0.0007773	0.0019879
AMZN	0.0029132	0.0081477	0.0025052	0.0026818	0.0019708	0.0029000	0.0008198	0.0013520	0.0018658	0.0001333	0.0011566	0.0020887
MSFT	0.0023909	0.0025052	0.0041486	0.0034082	0.0018237	0.0022291	0.0010236	0.0014625	0.0016284	0.0007682	0.0010500	0.0019091
F	0.0034726	0.0026818	0.0034082	0.0228940	0.0033899	0.0035843	0.0013655	0.0039663	0.0034734	0.0018252	0.0017233	0.0037993
SPY	0.0020525	0.0019708	0.0018237	0.0033899	0.0018541	0.0019954	0.0012216	0.0018248	0.0017008	0.0008786	0.0009489	0.0019549
QQQ	0.0030696	0.0029000	0.0022291	0.0035843	0.0019954	0.0025283	0.0009971	0.0018315	0.0018600	0.0007702	0.0008702	0.0020805
XOM	0.0008125	0.0008198	0.0010236	0.0013655	0.0012216	0.0009971	0.0024359	0.0015475	0.0011221	0.0006220	0.0007314	0.0012568
MMM	0.0019703	0.0013520	0.0014625	0.0039663	0.0018248	0.0018315	0.0015475	0.0033789	0.0018843	0.0010283	0.0008990	0.0018143
HD	0.0017385	0.0018658	0.0016284	0.0034734	0.0017008	0.0018600	0.0011221	0.0018843	0.0034615	0.0008112	0.0007124	0.0015536
PG	0.0007716	0.0001333	0.0007682	0.0018252	0.0008786	0.0007702	0.0006220	0.0010283	0.0008112	0.0018438	0.0008778	0.0008302
KO	0.0007773	0.0011566	0.0010500	0.0017233	0.0009489	0.0008702	0.0007314	0.0008990	0.0007124	0.0008778	0.0020062	0.0010466
Market	0.0019879	0.0020887	0.0019091	0.0037993	0.0019549	0.0020805	0.0012568	0.0018143	0.0015536	0.0008302	0.0010466	0.0023080

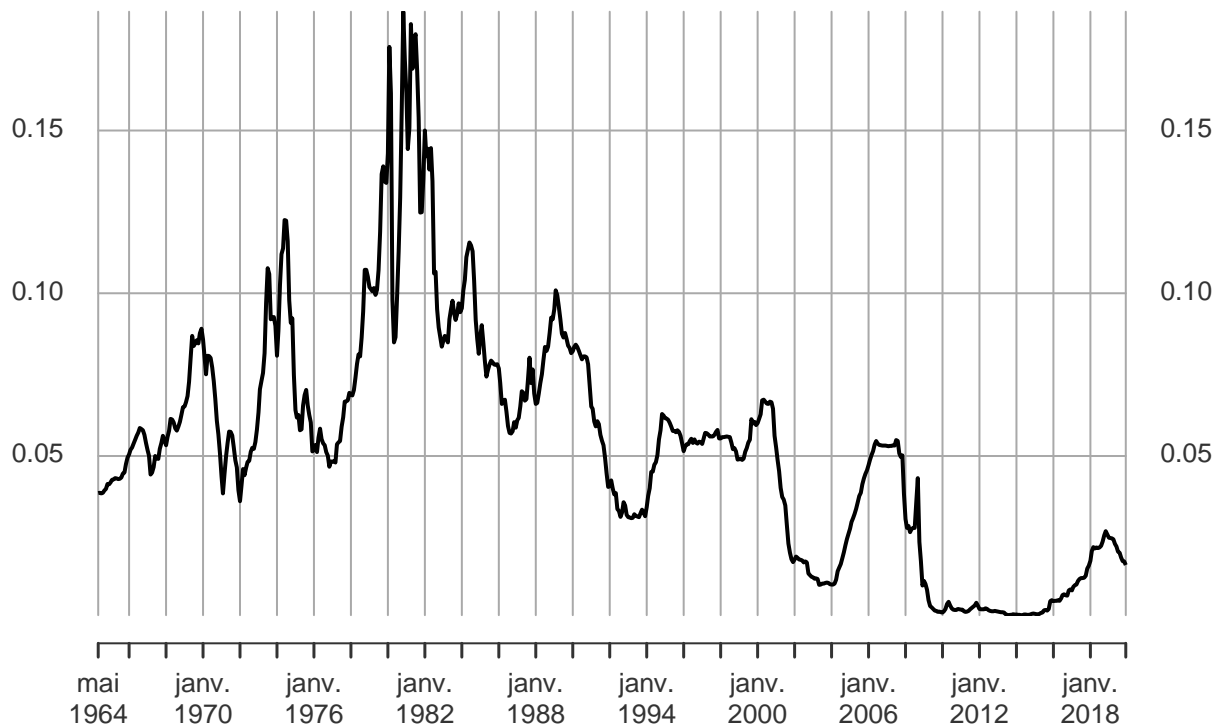
## taux sans risque

Le taux sans risque mensuel (annualisé) est obtenu de la Réserve Fédérale US.

```
tmp <- read.csv("DP_LIVE_01032020211755676.csv", header=TRUE, sep=";")[, c("TIME", "Value")]
dt <- ymd(paste(tmp$TIME, "-01", sep=""))-1
rf_rate <- xts(tmp$Value/100.0, dt)
```

rf\_rate

1964-05-31 / 2019-12-31



```
##                AAPL                AMZN                MSFT                F                SPY
## 2008-06-30 -0.11290069 -0.10156825 -0.02860143 -0.292647079 -0.083575759
## 2008-07-31 -0.05070466  0.04104724 -0.06506746 -0.002079304 -0.008985578
## 2008-09-30 -0.32955848 -0.09961634 -0.02198624  0.165918802 -0.094173681
## 2008-10-31 -0.05340487 -0.21330401 -0.16335732 -0.578846139 -0.165186687
## 2008-12-31 -0.07899032  0.20093672 -0.03857552 -0.148698828  0.009796723
## 2009-03-31  0.17702424  0.13350827  0.13746188  0.314999474  0.083310627
##                QQQ                XOM                MMM                HD                PG
## 2008-06-30 -0.09615030 -0.007097684 -0.10275897 -0.136855504 -0.079333799
## 2008-07-31  0.00642039 -0.087370994  0.01149577  0.017506396  0.083531745
## 2008-09-30 -0.15576296 -0.029371125 -0.04594999 -0.037367436 -0.001146315
## 2008-10-31 -0.15471594 -0.045583125 -0.05870276 -0.088837478 -0.067977481
## 2008-12-31  0.02277380 -0.003992837 -0.14029598  0.006785848 -0.039316221
## 2009-03-31  0.10316511  0.002945407  0.09370851  0.141905895 -0.022420454
##                KO                Market                Rf
## 2008-06-30 -0.080159854 -0.0008065077  0.0023250000
## 2008-07-31 -0.009234303 -0.0268471854  0.0023250000
## 2008-09-30  0.030105361 -0.0910820596  0.0036000000
## 2008-10-31 -0.166793449 -0.2143686201  0.0019666667
## 2008-12-31 -0.034136711  0.0541143392  0.0008500000
## 2009-03-31  0.098898124  0.0883459620  0.0007416667
```

## Estimation d'un modèle à un facteur

Choisir une période de 48 mois. A partir des exemples présentés en cours, évaluer le modèle:

$$R_i(t) - R_f(t) = \alpha + \beta(R_M(t) - R_f(t)) + \epsilon(t)$$

en utilisant la fonction `lm`. Utilisez la fonction `kable` de `knitr` pour produire une présentation soignée des résultats.

```
nb.obs <- 48
Assets <- c("AAPL", "AMZN", "MSFT", "F", "XOM", "MMM", "HD", "PG", "KO")
r.set <- monthly.ret.2[1:nb.obs,]
r.set$SPY <- NULL
r.set$QQQ <- NULL
# Excess return
excess.r <- r.set[, c(Assets, "Market")]
for(i in seq_along(ncol(excess.r))) {
  excess.r[,i] <- excess.r[,i] - r.set$Rf
}

sigma2.M <- as.numeric(var(excess.r$Market))
r.M <- mean(excess.r$Market)

res <- data.frame(alpha=double(), beta=double(), sigma.e=double(), asset=character())

for(A in Assets) {
  tmp <- lm(paste(A, " ~ Market"), data=excess.r)
  alpha <- tmp$coefficients["(Intercept)"]
  beta <- tmp$coefficients["Market"]
  sigma.e <- glance(tmp)$sigma
  p.value <- tidy(tmp)$p.value[1]
  if(alpha>0) res <- rbind(res, list(alpha=alpha, beta=beta, sigma.e=sigma.e, p.value=p.value, asset=A))
}
rownames(res) <- res$asset
res$Mean <- apply(excess.r[, rownames(res)],2,mean)
res$Sd <- apply(excess.r[, rownames(res)],2, sd)

res$asset <- NULL

res_disp <- res[, c("alpha", "beta", "sigma.e", "p.value")]
colnames(res_disp) <- c("$\\alpha$", "$\\beta$", "$\\sigma_e$", "$Pr(>|t|)$")
kable(res_disp, "latex", booktabs=T, escape=FALSE) %>% kable_styling(latex_options="striped")
```

	$\alpha$	$\beta$	$\sigma_e$	$Pr(>  t )$
AAPL	0.0070516	0.9410955	0.0818077	0.5599770
AMZN	0.0160117	0.9205405	0.0764936	0.1606683
MSFT	0.0007420	0.6855290	0.0555355	0.9278776
F	0.0097772	2.2831124	0.1917387	0.7299182
MMM	0.0119003	0.7225732	0.0484812	0.1013119
HD	0.0194094	0.7118749	0.0516044	0.0137477
PG	0.0028729	0.2927801	0.0425845	0.6480080
KO	0.0009564	0.4006184	0.0447764	0.8849566

## Détermination du portefeuille actif

On rappelle que le poids de chaque titre dans le portefeuille actif est proportionnel au ratio  $\alpha_i/\sigma^2(\epsilon_i)$ :

$$w_i = \frac{\alpha_i/\sigma^2(\epsilon_i)}{\sum_i \alpha_i/\sigma^2(\epsilon_i)}$$

Calculer les poids des actifs dans le portefeuille actif. Justifier votre choix d'inclure ou d'exclure tel ou tel instrument.

Seul HD a un  $\alpha$  significatif, on décide néanmoins de retenir quelques titres avec des  $\alpha$  élevés (AMZN, MMM et HD), ce qui donne le portefeuille actif suivant:

```
res.selected <- res[c("AMZN", "MMM", "HD"),]
w <- res.selected$alpha / res.selected$sigma.e^2
w <- w / sum(w)
names(w) <- rownames(res.selected)
```

Table 2: Poids dans le portefeuille actif, après sélection

	$w_i$
AMZN	0.1813664
MMM	0.3355667
HD	0.4830669

Calculez les valeurs suivantes concernant le portefeuille actif:

$R_A$  Excess de rendement

$\alpha_A$  alpha du portefeuille actif

$\beta_A$  beta du portefeuille actif

$\sigma_A$  écart-type du portefeuille actif

Les caractéristiques du portefeuille actif sont:

```
alpha.A <- sum(w * res.selected$alpha)
beta.A <- sum(w * res.selected$beta)
R.A <- alpha.A + beta.A * r.M
sigma2.e.A <- sum(w * res.selected$sigma.e^2)
sigma2.A <- beta.A^2 * sigma2.M + sigma2.e.A
```

$\alpha_A$	$\beta_A$	$R_A$	$\sigma^2(e)_A$	$\sigma_A^2$
0.0162734	0.7533098	0.0247485	0.0031364	0.0052624

## Détermination de la pondération entre le portefeuille actif et le portefeuille de marché.

On rappelle l'allocation de richesse au portefeuille actif:

$$w_A = \frac{\alpha_A \sigma_M^2}{\alpha_A \sigma_M^2 (1 - \beta_A) + R_M \sigma_A^2}$$

Avec:

$$R_A = \alpha_A + \beta_A R_M$$

$$\sigma_A^2 = \beta_A^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(\epsilon_A)$$

```
w.A <- alpha.A * sigma2.M / (alpha.A * sigma2.M*(1-beta.A) + r.M * sigma2.A)
w.M <- 1-w.A
names(w.M) <- "Market"
w <- round(c(w * w.A, w.M),3)
```

L'allocation entre les titres du portefeuille actif et le portefeuille de marché est finalement:

	weight
AMZN	0.149
MMM	0.276
HD	0.397
Market	0.179

On note que le modèle accorde une grande importance au portefeuille actif, alors que la fiabilité des  $\alpha$  est faible. Ceci est un biais connu du modèle de Treynor-Black.

## Capital Allocation Line

Calculez l'espérance de rendement et le risque de quelques portefeuilles situés sur la "Capital Allocation Line" qui joint l'actif sans risque et le portefeuille risqué. Placez le portefeuille risqué, le portefeuille actif et le portefeuille de marché sur le graphique ci-dessous.

```

plot(Mean ~ Sd, data=res, xlim=c(0, 0.4), ylim=c(0, .05), xlab=expression(sigma),
     ylab="Excess Return", cex=.5, bty="n", cex.lab=1)
with(res, text(Mean ~ Sd, labels=row.names(res), pos=4, cex=0.5, col="blue"))

points(sigma.port, R.port, cex=.5, col="red")
text(sigma.port, R.port, labels="P", pos=2, col="red")

points(sqrt(sigma2.M), r.M, cex=.5, col="green")
text(sqrt(sigma2.M), r.M, labels="M", pos=2, col="green")

points(sqrt(sigma2.A), R.A, cex=.5, col="yellow")
text(sqrt(sigma2.A), R.A, labels="A", pos=2, col="yellow")

rf_last <- as.numeric(last(rf_rate/12))
abline(rf_last, R.port/sigma.port, col="red", lty=2, lwd=2)

```

