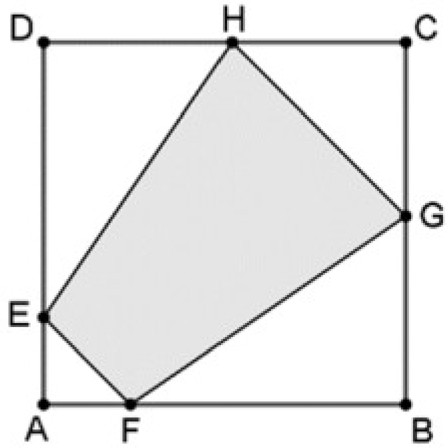
	INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO **Campus Cariacica**	
INSTITUTO FEDERAL Espírito Santo	**Disciplina:** Meta-Heurística	**Data:** 24/08/2023
	Professor(a): Vitor S. Amorim	
	Discente: Ettore Camporez Giuberti	**Matrícula:** 20201enpro0044
	Curso: Engenharia de Produção	**Semestre:** 8º
	Exercício - dia 23/08	

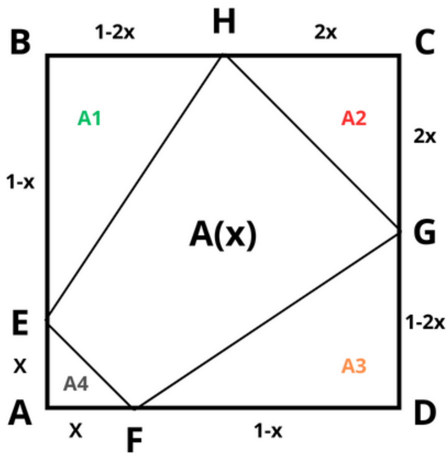
1. A figura a seguir mostra um quadrado ABCD de lado 1, os pontos, E, F, G, H pertencentes aos lados DA, AB, BC, CD, respectivamente, e o polígono EFGH.



Sabe-se que CG = CH = 2AE = 2AF. O valor máximo da área do polígono EFGH é de:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{5}{8}$

Inicialmente, definimos os lados AE e AF como x e, assim, encontramos os outros segmentos de acordo com a figura abaixo:



Assim, podemos definir:

$A_q(x) = S_{ABCD} - S_{A_1} - S_{A_2} - S_{A_3} - S_{A_4}$

Sabendo que o tamanho do lado ABCD é igual a 1 determinamos que a área do quadrado é:

$S_{ABCD} = lado^2 = 1^2 = 1$

Assim, temos:

$A_q(x) = 1 - S_{A_1} - S_{A_2} - S_{A_3} - S_{A_4}$

As equações para determinarmos as áreas respectivas áreas S_{A_1}, S_{A_2}, S_{A_3} e S_{A_4} são:

$$S_{A_1} = \frac{(1-x)\times(1-2x)}{2} = \frac{2x^2-3x+1}{2}$$

$$S_{A_2} = \frac{2x \times 2x}{2} = 2x^2$$

$$S_{A_3} = S_{A_1}$$

$$S_{A_4} = \frac{x \times x}{2} = \frac{x^2}{2}$$

Dessa forma, continuamos:

$$A_q(x) = 1 - \frac{(2x^2-3x+1)}{2} - 2x^2 - \frac{(2x^2-3x+1)}{2} - \frac{x^2}{2}$$

$$A_q(x) = 1 - 2 \times \frac{(2x^2-3x+1)}{2} - 2x^2 - \frac{x^2}{2}$$

$$A_q(x) = 1 - 2x^2 + 3x - 1 - 2x^2 - \frac{x^2}{2}$$

$$A_q(x) = -\frac{9x^2}{2} + 3x$$

Derivamos a função e igualamos a 0 para descobrirmos a área dessa forma:

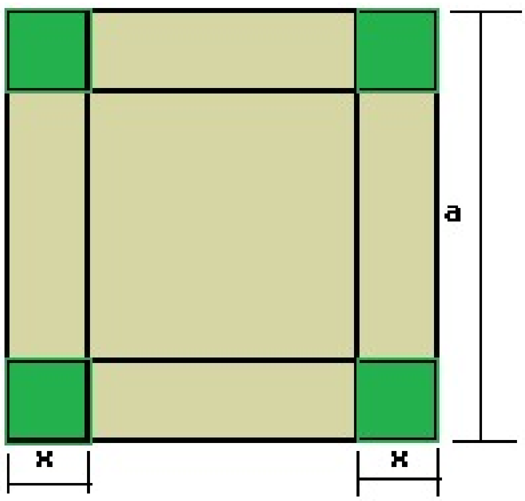
$$A_q'(x) = -9x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-3}{-9} = \frac{1}{3}$$

Ao substituirmos o valor encontrado como ponto máximo para x na função da área, temos:

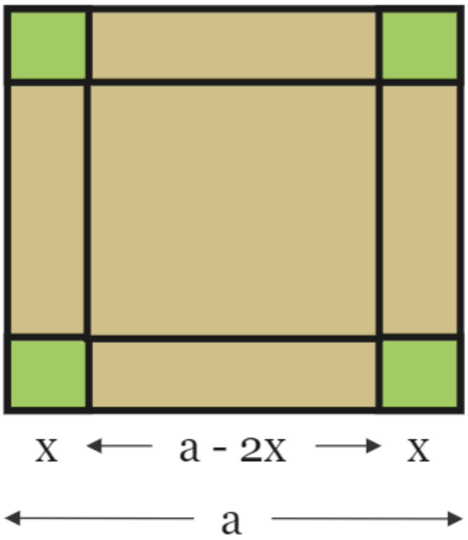
$$A_q(\frac{1}{3}) = -\frac{9 \times (\frac{1}{3})^2}{2} + 3 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

2. Na figura, em anexo, vemos um papelão quadrado com 12100 cm² de área, que deve ser transformado em uma caixa sem tampa.



Determinar a medida x do lado de cada quadrado que será retirado nos quatro cantos do papelão, a fim de se maximizar volume.

A partir da figura anexada podemos determinar algumas relações:



Sabendo que a área do papelão é de $12100cm^2$ é possível determinar:

$S_p = 12100cm^2$

$S_p = a^2 = 12100$

$a = \sqrt{12100}$

$a = 110$

Sabendo o valor de a podemos determinar o domínio da função sendo:

$$\begin{cases} x > 0 \\ \\ 110 - 2x > 0 \\ \\ 0 < x < 55 \end{cases}$$

Com isso, para maximizarmos o volume da caixa seguimos os seguintes passos a partir da equação:

$V_p = (a - 2x)^2 \times x$

$V_p = (a^2 - 4ax + 4x^2) \times x$

Substituindo o valor de a:

$V_p = 4x^3 - 440x^2 + 12100x$

Derivando essa função de volume encontramos:

$V_p' = 12x^2 - 880x + 12100$

Resolvendo essa equação temos que:

$\Delta \ = b^2 - 4ac = 193600$

$x' = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a} = \dfrac{-(-880) + \sqrt{193600}}{2.12} = 55$

$x" = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a} = \dfrac{-(-880) - \sqrt{193600}}{2.12} \approx 18$

A partir dos resultados e da interpretação do domínio da função, sabemos que o valor de x deve ser igual a 18 para maximizarmos o volume da caixa que será igual a:

$V_p = (110 - 2 \times 18)^2 \times 18 = 98568cm^3$

```
%===============================================================
%------------Cabeçalho e rodapé
%===============================================================
\pagestyle{headandfoot}%{head}%empty
\firstpageheader{}{}{}
\runningheader{\disciplina}{}{\avaliacao}
\runningheadrule
\firstpagefooter{\professor}{}{Pag. \thepage\ de \numpages}
%\runningfooter{\iflastpage{Outros templates em
\href{http://gg.gg/profwaldexsantos}{gg.gg/profwaldexsantos}}{\copyright Valdex
Santos}}{}{Pag. \thepage\ de \numpages}
\runningfootrule
%==================================================================
===
%INFORMAÇÕES SOBRE A AVALIAÇÃO
\nomeInst{Instituto Federal do Espírito Santo}
\logoInst{\includegraphics[scale=0.25]{Figs/f3f4b655-1620-4b30-900d-
a896f871dc95.png}}
\Campus{Cariacica} %COMENTE ESTA LINHA SE FOR ENSINO
FUNDAMENTAL OU MÉDIO
\nomeCurso{Engenharia de Produção} %Se não for curso superior, basta
comentar esta linha
\nomeDisciplina{Meta-Heurística}
\DataProva{24/08/2023}
\Turma{ENPRO 8}
\Semestre{8º}
\nomeProfessor{Vitor S. Amorim}
\Aluno{Ettore Camporez Giuberti}
\matriculaAluno{\linebreak20201enpro0044}
%Caso não queira imagem de fundo, basta comentar a linha abaixo
%\ImagemFundo{\includegraphics[height=\paperheight]{Figs/Fundo/aranha2.jpe
g}}
%==================================================================
===

%INSTRUÇÕES PARA A AVALIAÇÃO, deixe em branco as que não quiser
colocar
%\instum{Sua avaliação consta de \numquestions \ questões, somando
```

\numpoints \ pontos. \textbf{É proibido utilizar consultas ou calculadora.}}
%\instdois{\textbf{A posse de celular durante a avaliação será entendida como cola, independentemente do uso.}}
%\insttres{\textbf{Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas.}}
%\instquatro{O professor não irá tirar dúvidas do conteúdo durante a avaliação. Interpretação faz parte da mesma.}
%\instcinco{}
%\instseis{}

```
\documentclass[a4paper, 12pt, addpoints]{exam}
\usepackage{IfbaProvas}
\newpage\backgroundsetup{contents={}} %Não imprimir plano de fundo (caso
queira é só comentar a linha)
%===========================================================
==
\printanswers% para imprimir soluções
%\noprintanswers % Não imprimir soluções
%===========================================================
==
\tipoAvaliacao{Exercício - dia 23/08}
%===========================================================
==
\input{InfGerais}
%===========================================================
==

%COMEÇO DO DOCUMENTO
\begin{document}
\info\vspace{-1.5 cm} %Imprime as informações do cabeçalho programada no
pacote

\begin{questions}%comece a escrever as questões
\question{A figura a seguir mostra um quadrado ABCD de lado 1, os pontos, E,
F, G, H pertencentes aos lados DA, AB, BC, CD, respectivamente, e o polígono
EFGH.

\begin{figure}[!htb]
\centering
\includegraphics{Figs/Fig_exercicio.png}
\end{figure}

Sabe-se que CG = CH = 2AE = 2AF. O valor máximo da área do polígono EFGH
é de:}

\begin{multicols}{5}
\begin{enumerate}[a)]
\item $\frac{1}{2}$
```

```latex
\item $\frac{2}{3}$
\item $\frac{3}{4}$
\item $\frac{3}{5}$
\item $\frac{5}{8}$
\end{enumerate}
\end{multicols}

\input{resolução1}

\question{Na figura, em anexo, vemos um papelão quadrado com 12100 cm² de
área, que deve ser transformado em uma caixa sem tampa.
\begin{figure}[!htb]
\centering
\includegraphics{Figs/Foto de Nathan.jpg}
\end{figure}

Determinar a medida x do lado de cada quadrado que será retirado nos quatro
cantos do papelão, a fim de se maximizar volume.}

\input{resolução2}

\end{questions}
\end{document}
```

Inicialmente, definimos os lados AE e AF como x e, assim, encontramos os outros segmentos de acordo com a figura abaixo:

\begin{figure}[!htb]
\centering
\includegraphics[scale=0.55]{Figs/A.png}
\end{figure}

Assim, podemos definir:

$A_q(x) = S_{ABCD} - S_{A_1} - S_{A_2} - S_{A_3} - S_{A_4}$

Sabendo que o tamanho do lado ABCD é igual a 1 determinamos que a área do quadrado é:

$S_{ABCD} = lado^2 = 1^2 = 1$

Assim, temos:

$A_q(x) = 1 - S_{A_1} - S_{A_2} - S_{A_3} - S_{A_4}$

As equações para determinarmos as áreas respectivas áreas S_{A_1}, S_{A_2}, S_{A_3} e S_{A_4} são:

$S_{A_1} = \frac{(1-x)\times(1-2x)}{2} = \frac{2x^2-3x+1}{2}$

$S_{A_2} = \frac{2x\times2x}{2} = 2x^2$

$S_{A_3} = S_{A_1}$

$S_{A_4} = \frac{x\times x}{2} = \frac{x^2}{2}$

Dessa forma, continuamos:

$A_q(x) = 1 - \frac{(2x^2-3x+1)}{2} - 2x^2 - \frac{(2x^2-3x+1)}{2} - \frac{x^2}{2}$

$A_q(x) = 1 - {2\times\frac{(2x^2-3x+1)}{2}} - 2x^2 - \frac{x^2}{2}$

$A_q(x) = 1 - 2x^2 + 3x - 1 - 2x^2 - \frac{x^2}{2}$

$A_q(x) = - \frac{9x^2}{2} + 3x$

Derivamos a função e igualamos a 0 para descobrirmos a área dessa forma:

$A_q'(x) = - {9x} + 3 = 0$

$x = \frac{-3}{-9} = \frac{1}{3}$

Ao substituirmos o valor encontrado como ponto máximo para x na função da área, temos:

$A_q(\frac{1}{3}) = - \frac{9\times(\frac{1}{3})^2}{2} + 3\times\frac{1}{3} = \frac{1}{2}$

A partir da figura anexada podemos determinar algumas relações:

\begin{figure}[!htb]
\centering
\includegraphics[scale=0.7]{Figs/img_resolucao2.png}
\end{figure}

Sabendo que a área do papelão é de $12100 cm^2$ é possível determinar:

$S_p = 12100 cm^2$

$S_p = a^2 = 12100$

$a = \sqrt{12100}$

$a = 110$

Sabendo o valor de a podemos determinar o domínio da função sendo:

$\left\{\begin{array}{l} x > 0\\\\ 110 - 2x > 0\\\\ 0 < x < 55\end{array}\right.$

Com isso, para maximizarmos o volume da caixa seguimos os seguintes passos a partir da equação:

$V_p = (a -2x)^2\times x$

$V_p = (a^2 - 4ax + 4x^2)\times x$

Substituindo o valor de a:

$V_p = 4x^3 - 440x^2 + 12100x$

Derivando essa função de volume encontramos:

$V_p' = 12x^2 - 880x + 12100$

Resolvendo essa equação temos que:

$\Delta\ = b^2 - 4ac = 193600 $

$x' =\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2.a} = \frac{-(-880)+\sqrt{193600}}{2.12} = 55$

$x'' =\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2.a} = \frac{-(-880)-\sqrt{193600}}{2.12} \approx 18$

A partir dos resultados e da interpretação do domínio da função, sabemos que o valor de x deve ser igual a 18 para maximizarmos o volume da caixa que será igual a:

$V_p = (110 - 2\times 18)^2\times 18 = 98568 cm^3$