

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение  
высшего образования  
Национальный исследовательский университет ИТМО  
Факультет Систем Управления и Робототехники

Лабораторная работа №3  
по курсу «Прикладная теория информации»

«Формирование ПЗК на основе действий с модулярными многочленами»

Выполнили: Московский К.А.  
Алексеева Ю.В.

Группа: R34362.

Проверил: Краснов А.Ю.

Санкт-Петербург  
2021 г.

# 1 Цель работы

- 1) Выбрать образующий модулярный многочлен (далее "ММ") для ПЗК с параметрами, полученными в работе 2
- 2) Построить и смоделировать кодирующее устройство на основе умножения на выбранный образующий ММ
- 3) Построить и смоделировать кодирующее устройство на основе умножения на выбранный образующий ММ
- 4) Построить и смоделировать декодирующее устройство, продемонстрировать эффективность его работы

## 2 Условие

- Параметры ПЗК:  $(17, 7)$
- Кратность ошибок :  $s = 3$
- Число проверочных разрядов :  $m = 10$

## 3 Ход работы

### 3.1 Выбор образующего модулярного многочлена

Образующий ММ:  $g(x) = x^{10} + x^9 + x^6 + x^5 + x^4 + x + 1 = (11001110011)$   
ММ исходного ПНЗК степени  $k-1$ :  $a(x) = x^6 + x + 1 = (1000011)$

### 3.2 Построение и моделирование кодирующего устройства на основе умножения на выбранный образующий ММ

$$\begin{aligned} y(x) &= g(x) * a(x) = (x^{10} + x^9 + x^6 + x^5 + x^4 + x + 1)(x^6 + x + 1) = \\ &= x^{16} + x^{15} + x^{12} + x^{10} + x^9 + x^6 + x^4 + x^2 + 1 = \\ &= (11001011001010101) \end{aligned}$$

Формируется за  $k + m = 17$  тактов.

Процесс кодирования исходного ПНЗК с ММ  $a(x) = x^6 + x + 1$  методом умножения на образующий ММ проиллюстрирован в таблице 2. Структурная схема соответствующего кодирующего устройства, реализованная в среде *Matlab Simulink* представлена на рисунке 1.

Таблица 1: Процесс кодирования методом умножения на образующий ММ

номер такта	множимое	состояние ячеек памяти										произведение
		п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7	п8	п9	п10	
0	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-
1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
2	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1
3	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0
4	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1
6	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0
7	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
8	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
9	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
10	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
11	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1
12	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0
13	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
14	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

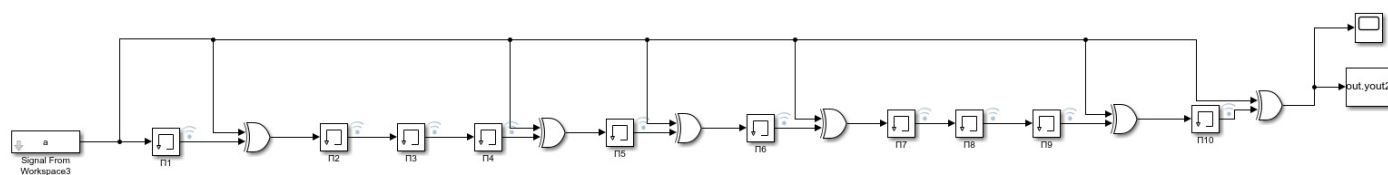


Рис. 1: Модель кодирующего устройства на основе умножения на ММ

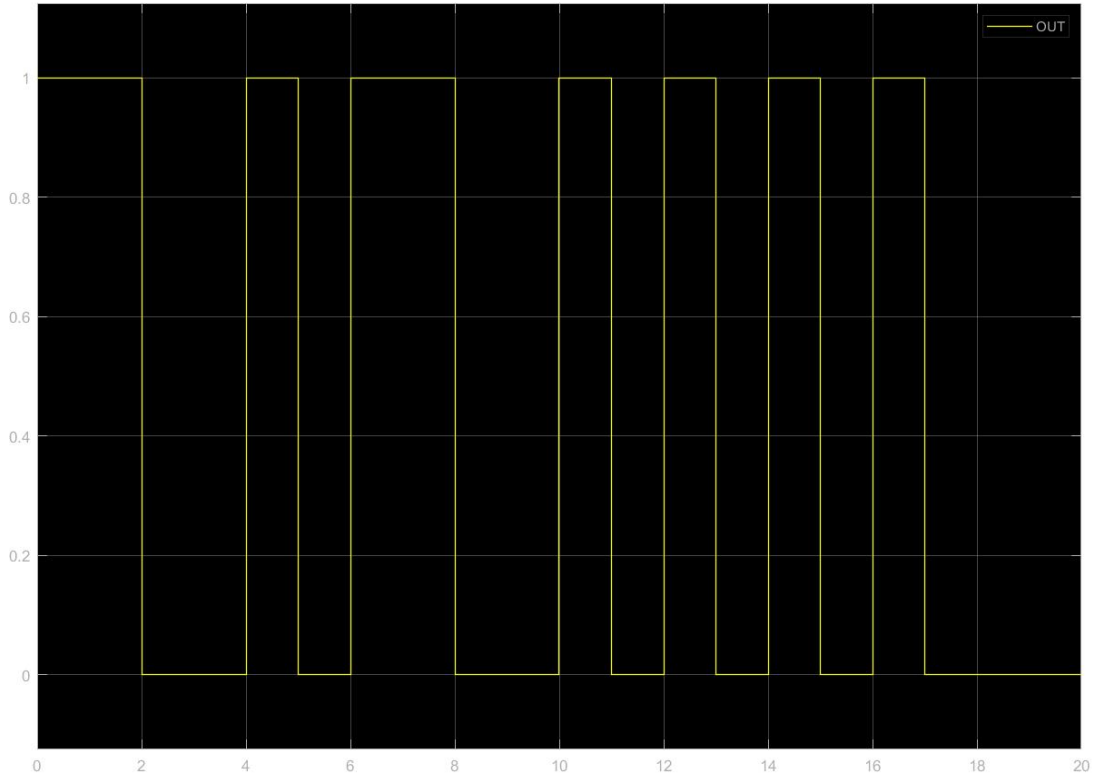


Рис. 2: Результат моделирования кодирующего устройства на основе умножения

### 3.3 Построение и моделирование кодирующего устройства на основе деления на выбранный образующий ММ

$$a(x) = x^6 + x + 1$$

$$a(x) \cdot x^{10} = x^{16} + x^{11} + x^{10}$$

$$\begin{aligned} r(x) = \text{rest} \frac{a(x) \cdot x^{10}}{g(x)} &= \text{rest} \frac{x^{16} + x^{11} + x^{10}}{x^{10} + x^9 + x^6 + x^5 + x^4 + x + 1} = \\ &= x^7 + x^4 + x^3 + x^2 + 1 = (10011101) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(x) = a(x) \cdot x^{10} + r(x) &= x^{16} + x^{11} + x^{10} + x^7 + x^4 + x^3 + x^2 + 1 = \\ &= (100001100|10011101) \end{aligned}$$

Функционирование устройства деления на образующий ММ многочлена  $a(x) \cdot x^{10}$ , где  $a(x) = x^6 + x + 1$  проиллюстрировано таблицей 2. Структурная схема соответствующего КУ, реализованная в среде *Matlab Simulink*, представлена на рисунке 3

Таблица 2: Процесс кодирования методом деления

Номер такта	Делимое	Состояние ячеек памяти										Деление
		п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7	п8	п9	п10	
0	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-
1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
2	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0
3	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0
4	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
6	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
7	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1
8	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0
9	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0
10	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1
11	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
12	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
13	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
14	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

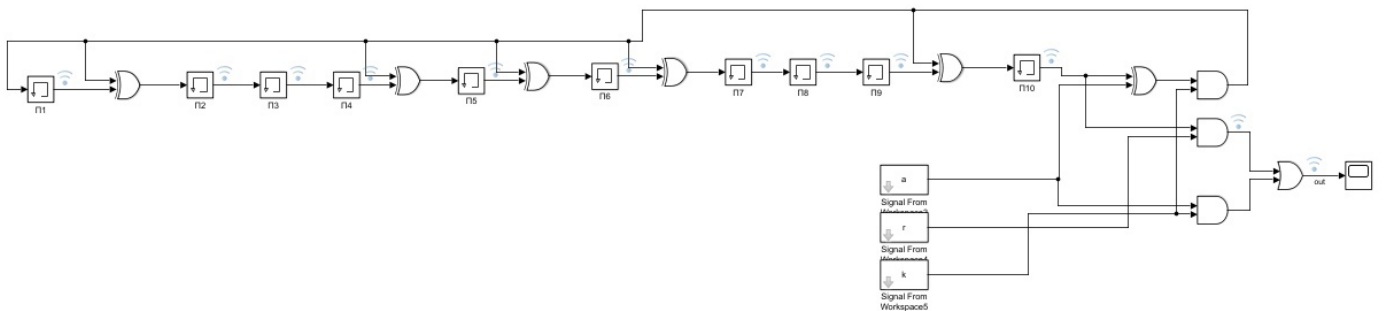


Рис. 3: Схема моделирования кодирующего устройства на основе деления

### 3.4 Построение и моделирование декодирующего устройства

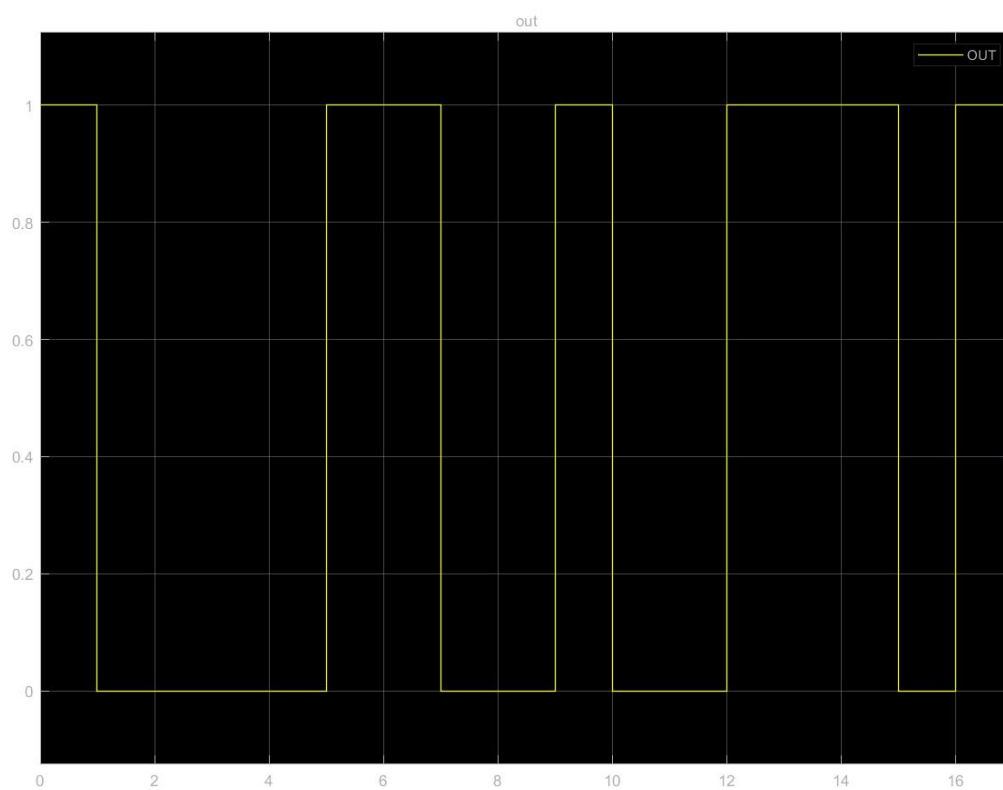


Рис. 4: Результат моделирования кодирующего устройства на основе деления

№ такта	ММ ошибки	ММ синдрома	E <sub>10</sub>	E <sub>9</sub>	E <sub>8</sub>	E <sub>7</sub>	E <sub>6</sub>	E <sub>5</sub>	E <sub>4</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>1</sub>
17	x <sub>16</sub>	$x_6 + x_5 + x_4 + x_3 + x + 1$	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
16	x <sub>15</sub>	$x_9 + x_8 + x_2$	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
15	x <sub>14</sub>	$x_8 + x_7 + x$	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
14	x <sub>13</sub>	$x_7 + x_6 + 1$	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
13	x <sub>12</sub>	$x_9 + x_8 + x_6 + x_4 + x_3 + 1$	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1
12	x <sub>11</sub>	$x_9 + x_7 + x_4 + x_2 + 1$	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1
11	x <sub>10</sub>	$x_9 + x_6 + x_5 + x_4 + x + 1$	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
10	x <sub>9</sub>	x <sub>9</sub>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	x <sub>8</sub>	x <sub>8</sub>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
8	x <sub>7</sub>	x <sub>7</sub>	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
7	x <sub>6</sub>	x <sub>6</sub>	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
6	x <sub>5</sub>	x <sub>5</sub>	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5	x <sub>4</sub>	x <sub>4</sub>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4	x <sub>3</sub>	x <sub>3</sub>	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
3	x <sub>2</sub>	x <sub>2</sub>	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
2	x <sub>1</sub>	x <sub>1</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	x <sub>0</sub>	x <sub>0</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

$$H = \begin{bmatrix} \tilde{G} \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G = [I_k \tilde{G}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

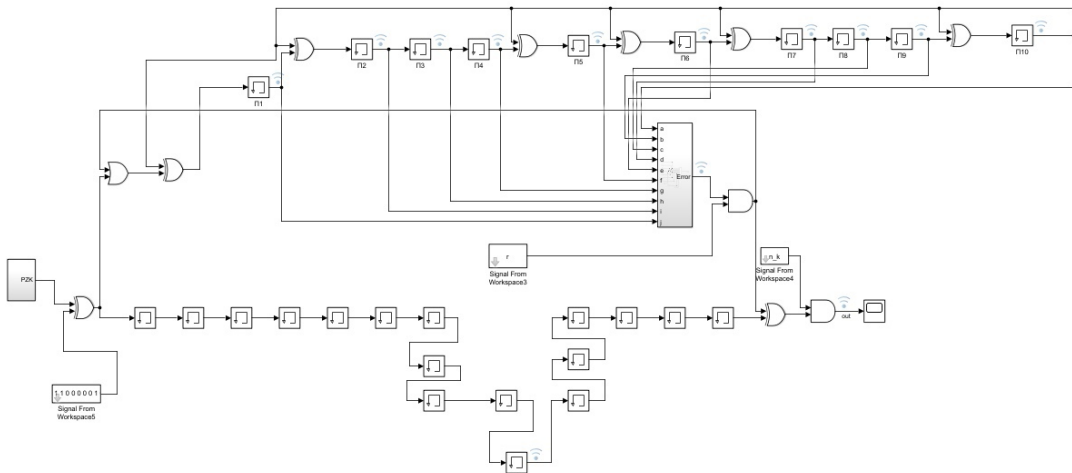


Рис. 5: Схема ДКУ



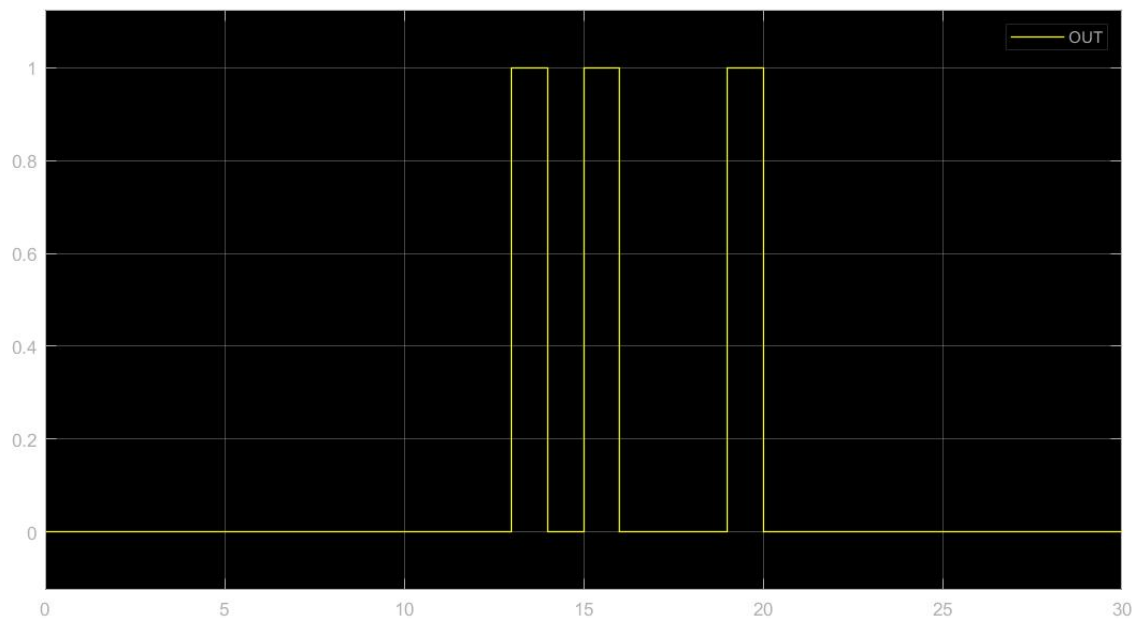


Рис. 6: Результат моделирования ДКУ

## 4 Вывод

В ходе выполнения работы было построено и смоделировано кодирующее устройство на основе умножения и деления на выбранный образующий ММ. Также мы собрали декодирующее устройство и продемонстрировали, что оно безошибочно работает.