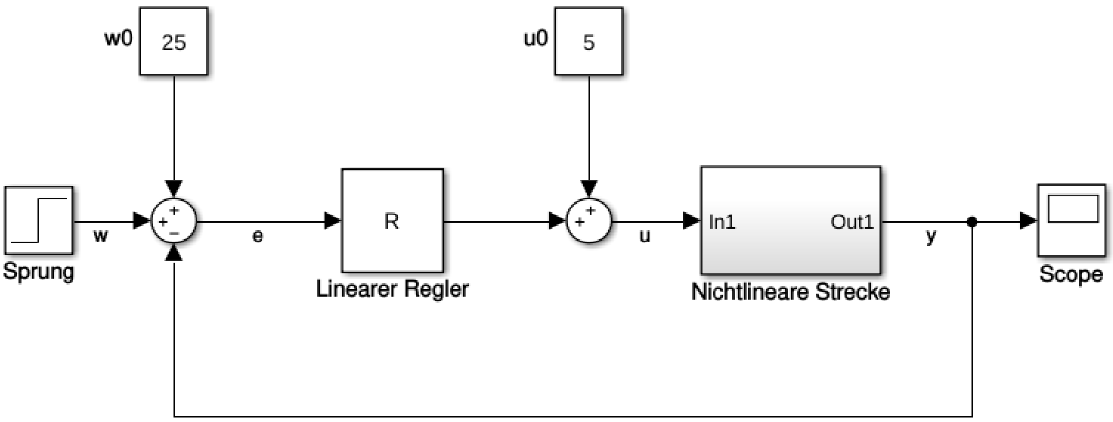
Fachgebiet
Regelungs- und Systemtheorie
FB16 Elektrotechnik/Informatik

Analyse und Entwurf von Regelungen mit graphischen Benutzerumgebungen

Version vom
6. März 2019

Teil des Praktikums Regelungstechnik (PRT)



Fachgebietsleiter
Prof. Dr.-Ing. O. Stursberg
stursberg@uni-kassel.de

Außerplanmäßiger Professor
Prof. Dr. rer. nat. A. Linnemann
linnemann@uni-kassel.de

Inhaltsverzeichnis

In diesen Unterlagen wird eine Einführung in Matlab/Simulink zur Anwendung in der Regelungstechnik gegeben. Der Schwerpunkt liegt auf den grafischen Benutzerumgebungen `ltiview`, `sisotool` und dem „Control and Estimation Tools Manager“.

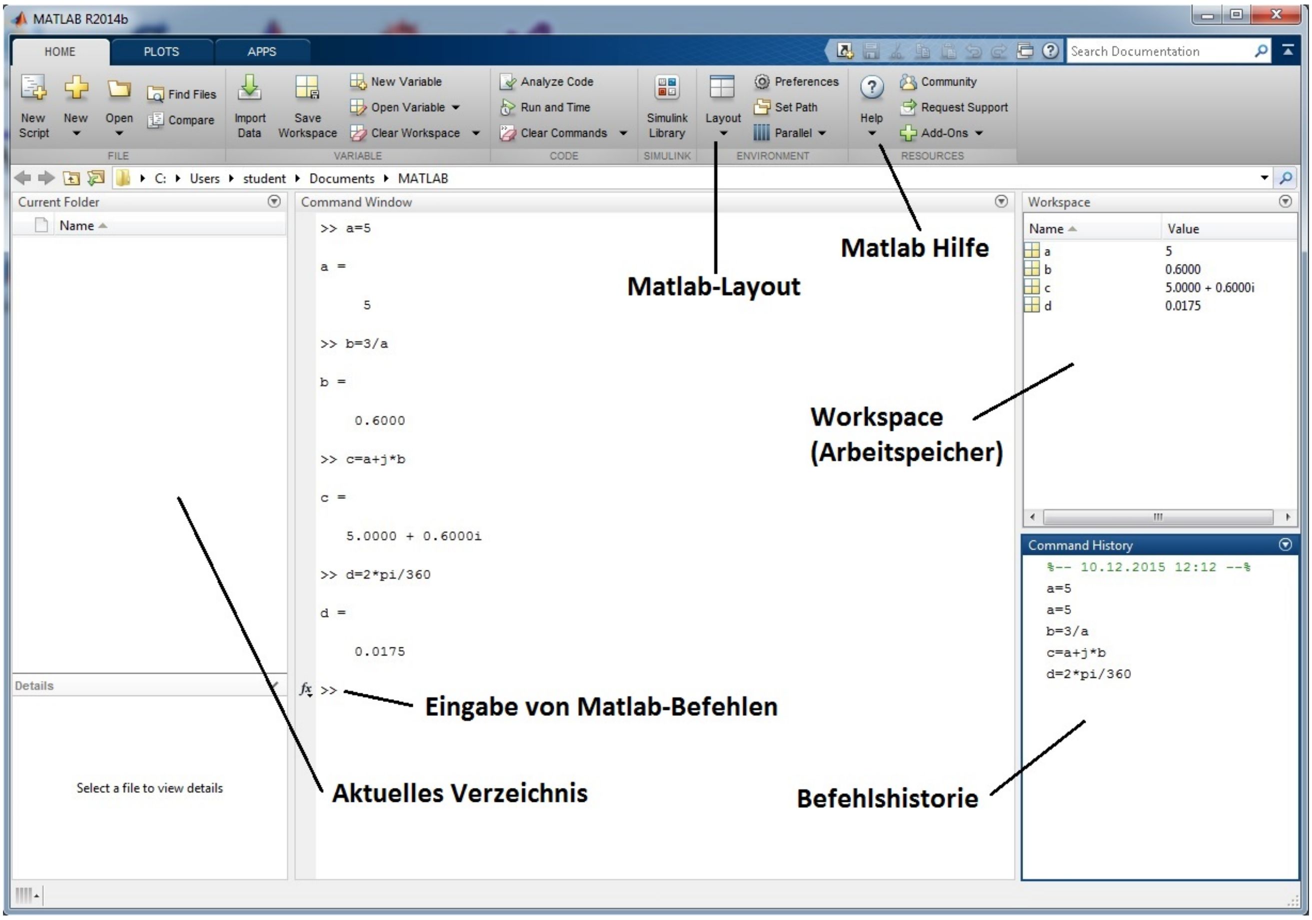
Weitergehende Kenntnisse (Matlab als Hoch-Programmiersprache für technische/mathematische Berechnungen, zur Visualisierung und zur Entwicklung von Algorithmen) werden in der Vorlesung „Matlab Grundlagen“ vermittelt.

Die Unterlagen beziehen sich auf Matlab Release 2016a. Es wird angenommen, dass Matlab/Simulink, die „Control System Toolbox“ und „Simulink Control Design“ ordnungsgemäß installiert sind. Regelungstechnische Bezeichnungen sind an die der Vorlesung „Grundlagen der Regelungstechnik“ angelehnt.

Weitere Informationen zu Matlab finden sich unter `www.mathworks.de`. Dort gibt es auch eine ausführliche Liste von Büchern zu Matlab.

1 Matlab Desktop

Nach Aufruf von Matlab erscheint der folgende „Matlab Desktop“.



2 Command Window

Das „Command Window“ erwartet hinter „»“ die Eingabe von Matlab-Befehlen. Im einfachsten Fall werden damit Variablen definiert und mit Werten gefüllt. Wird z.B. „`a=5`“ eingegeben und anschließend die Enter-Taste gedrückt, so erscheint

```
>> a=5
a =
     5
```

Durch diesen Befehl ist eine Variable `a` deklariert und mit dem Zahlenwert 5 gefüllt. Mit Variablen kann wie üblich gerechnet werden. Damit lässt sich Matlab als „Taschenrechner“ benutzen.

```
>> b=3/a
b =
    0.6000
>> ergebnis=a^((a+b)*(a-1))
ergebnis =
  4.5387e+015
```

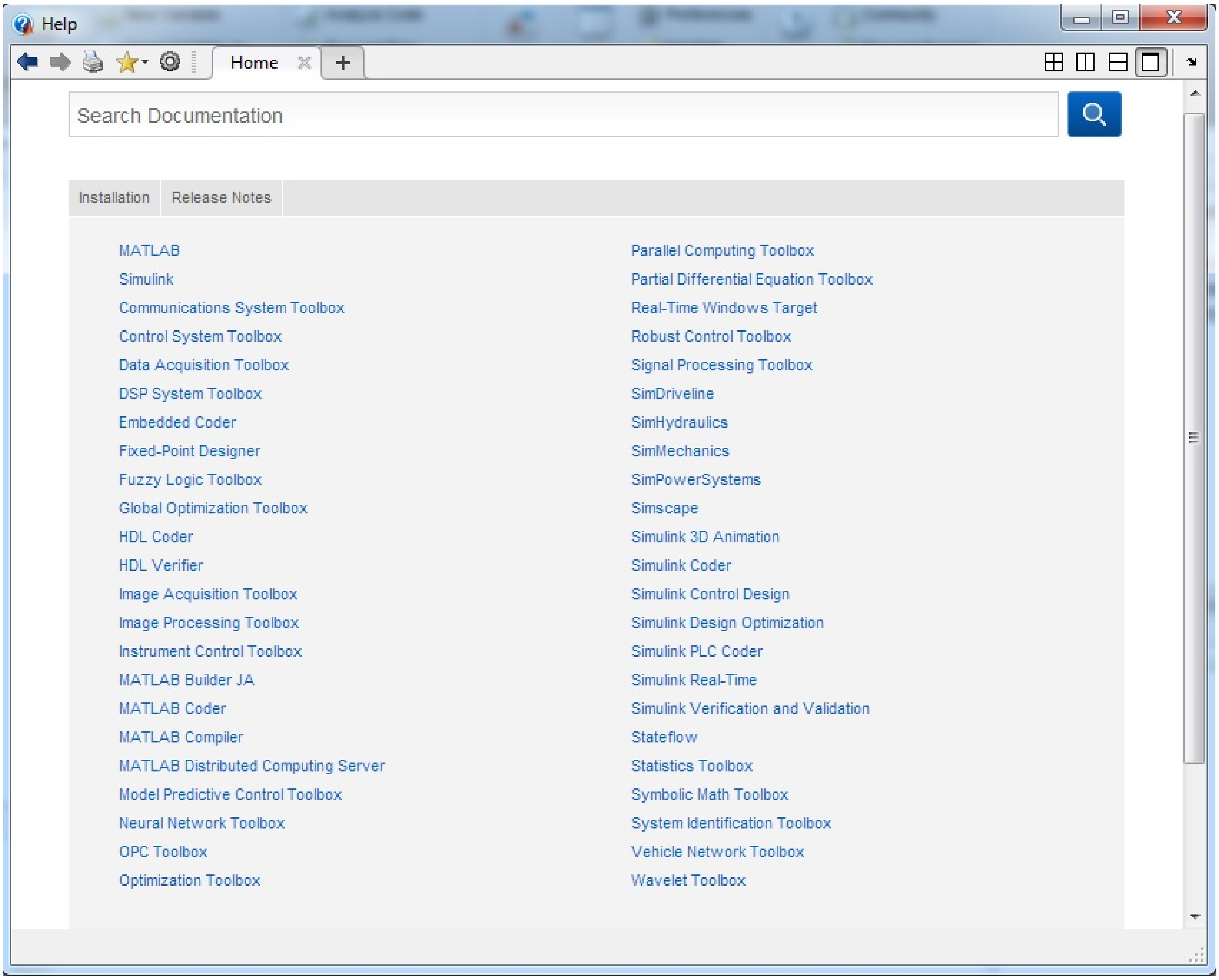
Die Variablen `pi`, `i` und `j` sind für π und die imaginäre Einheit vorbelegt. Standardfunktionen haben übliche Namen.

```
>> c=a+j*b
c =
   5.0000 + 0.6000i
>> d=2*pi/360
d =
    0.0175
>> x=sin(0.5)
x =
    0.4794
>> y=sqrt(abs(cos(2*pi/3)))
y =
    0.7071
```

Das „Workspace“-Fenster gibt einen Überblick über die definierten Variablen. Über die Symbole des „Toolbars“ im Workspace-Fenster können Variablen gespeichert, geladen und bearbeitet werden. Über das „Matlab-Layout“ lässt sich die Ansicht des Fensters überarbeiten und anpassen. So können weitere Fenster wie z.B. Befehlshistorie zu- und abgeschaltet werden.

3 Help Browser

Der Help-Browser wird über das Fragezeichen im Haupt-Toolbar aufgerufen.

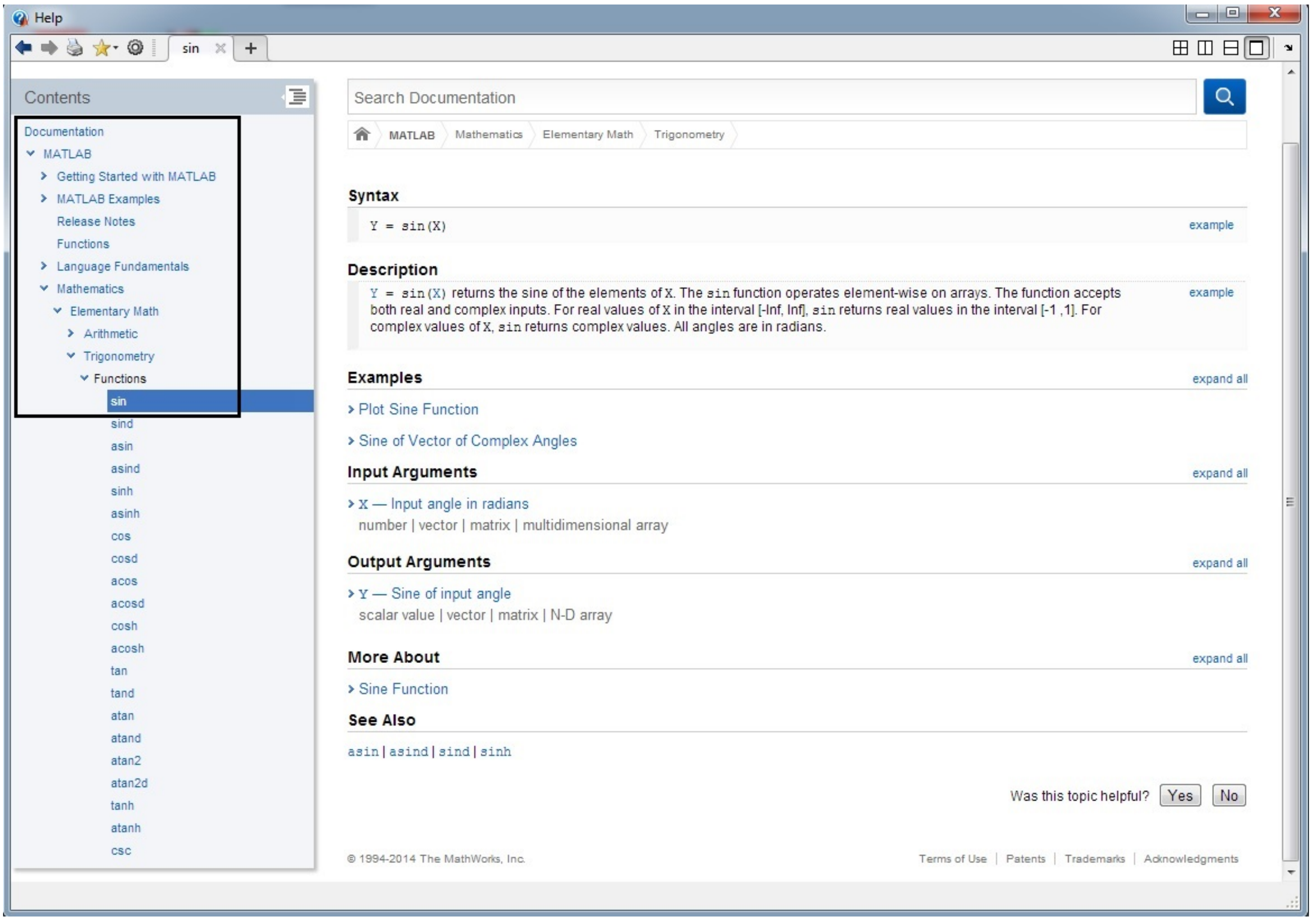


Es öffnet sich ein Fenster mit dem „Help Navigator“. Darin sind die installierten Matlab-Komponenten aufgelistet. Für diese Unterlagen wird „Matlab“, „Control System Toolbox“, „Simulink“ und „Simulink Control Design“ benötigt.

Wird im Navigator zum Beispiel „Matlab“ ausgewählt, so erscheinen rechts als auch links in der Navigationsleiste die Verweise auf Matlab-Handbücher. Eine Liste der implementierten mathematischen Funktionen wird durch

MATLAB – Mathematics – Elementary Math – Trigonometry

angezeigt. Ein Klick auf die gewünschte Funktion öffnet die detaillierte Hilfe:



Neben der Erläuterung des Funktionsaufrufs gibt es darin meist noch ein Beispiel, weitere Details und (manchmal sehr hilfreich!) ein Verweis auf ähnliche Funktionen.

Unter „Search Documentation" kann nach (englischsprachigen) Ausdrücken gesucht werden. Bei der Liste der Treffer ist die Zuordnung zum Matlab-Produkt in den Spalten „Product/Section" zu beachten.

Übungsaufgaben:

1. Ein PT_2-Glied hat die folgenden Pole:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= -\frac{1}{T}\left(d - \sqrt{d^2 - 1}\right) \\ \lambda_2 &= -\frac{1}{T}\left(d + \sqrt{d^2 - 1}\right).\end{aligned}$$

   Bestimmen Sie λ_1 für $T = 3$ und die 3 Fälle $d = 0.2,\ d = 1,\ d = 5$. (Lösung: -0.0667+0.3266i, -0.3333, -0.0337)
2. Ein PT_2-Glied im periodischen Fall $(0 < d < 1)$ hat die Überschwingweite

$$\Delta_m = e^{-\pi\rho}, \quad \rho = \left|\frac{Re\ (\lambda_1)}{Im\ (\lambda_1)}\right|$$

   Für $T = 3$ und $d = 0.2$ ergibt sich somit $\Delta_m = e^{-\pi\frac{0.0667}{0.3266}}$. Bestimmen Sie Δ_m. (Lösung: $\Delta_m = 0.5266$)
3. Bestimmen Sie Δ_m aus der vorherigen Aufgabe, wobei jetzt jedoch außer $T = 3$ und $d = 0.2$ keine Zahlen eingegeben werden dürfen.
4. Berechnen Sie $\sin(30°)$. (Lösung: 0.5)

4 Übertragungsfunktionen

Zur Eingabe einer Übertragungsfunktion muss zunächst die Laplace-Variable `s` durch den Befehl `tf` (transfer function = Übertragungsfunktion) definiert werden. Danach können Übertragungsfunktionen durch Ausdrücke in `s` eingegeben werden.

```
>> s=tf('s')
Transfer function: s
>> G_S=(s+2)/(3*s^2+4*s+5)
Transfer function:
     s + 2
---------------
3 s^2 + 4 s + 5
>> G_R=(6*s+7)/s
Transfer function:
6 s + 7
-------
   s
```

Mit Übertragungsfunktionen kann wie mit Zahlen gerechnet werden:

```
>> G0=G_S*G_R
Transfer function:
 6 s^2 + 19 s + 14
-------------------
3 s^3 + 4 s^2 + 5 s
```

Die folgenden Befehle definieren ein PT_2-Glied:

```
>> K=2
K =
     2
>> T=10
T =
    10
>> d=0.2
d =
    0.2000
>> F_pt2=K/(T^2*s^2+2*d*T*s+1)
Transfer function:
        2
-----------------
100 s^2 + 4 s + 1
```

Übungsaufgaben:

1. Definieren Sie die Parameter $K = 10$ und $T = 0.1$ und die Übertragungsfunktion

$$G_S(s) = \frac{K}{(Ts+1)^2} \; .$$

2. Definieren Sie die Parameter $K_P = 0.1$ und $T_I = 3$ und die Übertragungsfunktion

$$G_R(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) .$$

3. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des offenen Kreises $G_0(s) = G_S(s)G_R(s)$ für die Übertragungsfunktionen aus den Aufgaben 1 und 2. (Lösung: $G_0(s) = \dfrac{3s+1}{0.03s^3 + 0.6s^2 + 3s}$).

4. Bestimmen Sie die Führungsübertragungsfunktion

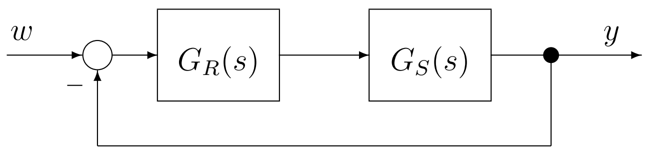
$$G_{yw}(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)}$$

für $G_0(S)$ aus der vorherigen Aufgabe.

5. In $G_{yw}(s)$ der vorherigen Aufgabe sind Kürzungen möglich. Der Matlab-Befehl zur Ausführung von Kürzungen ist `minreal`. Wie lautet die gekürzte Übertragungsfunktion $G_{yw}(s)$? $\left(\text{Lösung: } G_{yw}(s) = \dfrac{100s + 33.\overline{3}}{s^3 + 20s^2 + 200s + 33.\overline{3}}\right)$

5 Übertragungsfunktionen linearer Simulink-Modelle

Mit Simulink können dynamische Systeme graphisch (an Blockschaltbildern orientiert) aufgebaut und analysiert werden. Es wird zunächst ein einfaches Beispiel betrachtet, in dem die Übertragungsfunktion des folgenden linearen Regelkreises bestimmt wird.

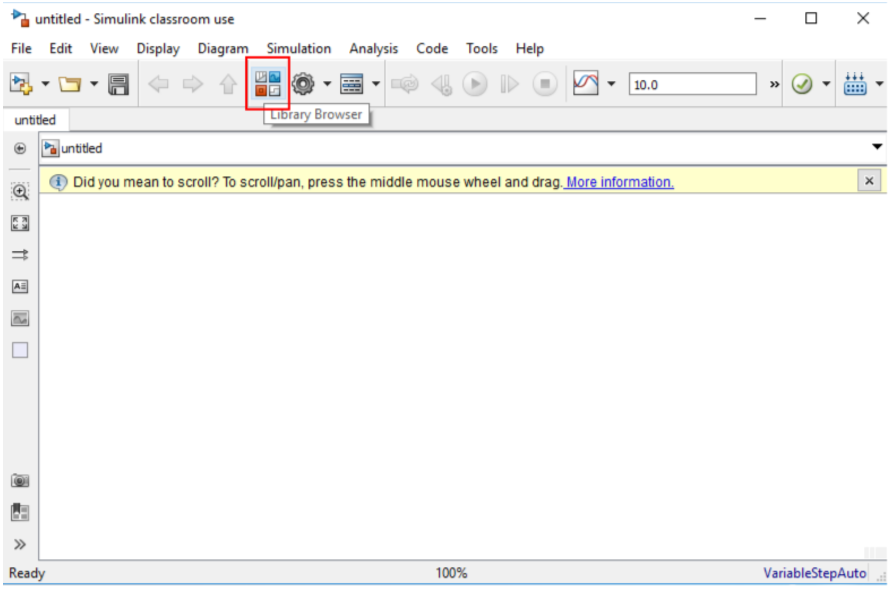


$$G_S(s) = \frac{s+2}{3s^2 + 4s + 5}, \; G_R(s) = \frac{6s+7}{s}$$

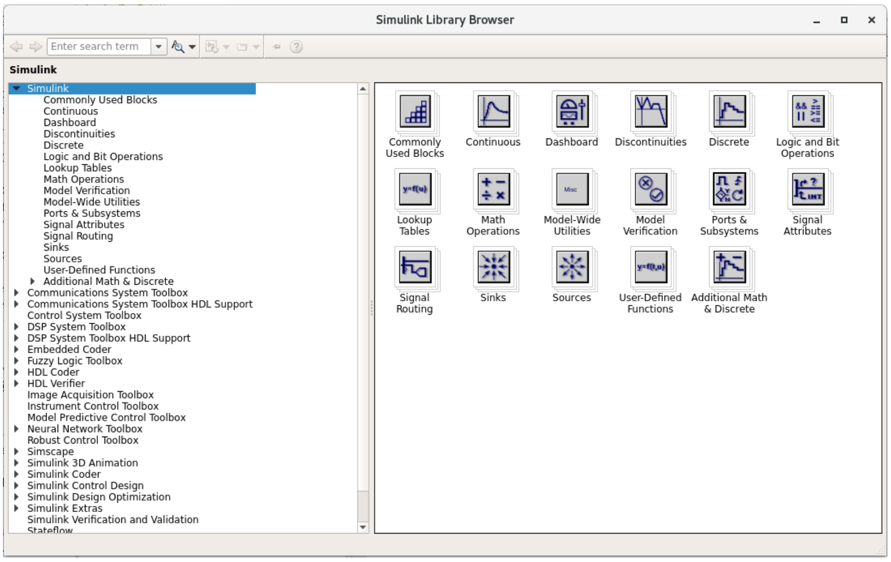
Rufen Sie die Simulink Toolbox auf, indem

```
>> simulink
```

eingegeben wird. In dem nun erscheinenden Fenster drücken Sie auf „Blank Model“ um ein leeres Modell zu erstellen.



Dahinein sollen nun die gewünschten Komponenten für das Simulink Modell gezogen werden. Öffnen Sie dazu die Simulink Library welche die benötigten Komponenten beinhaltet, indem Sie auf den rot markierten Button drücken. Das folgende Fenster erscheint:



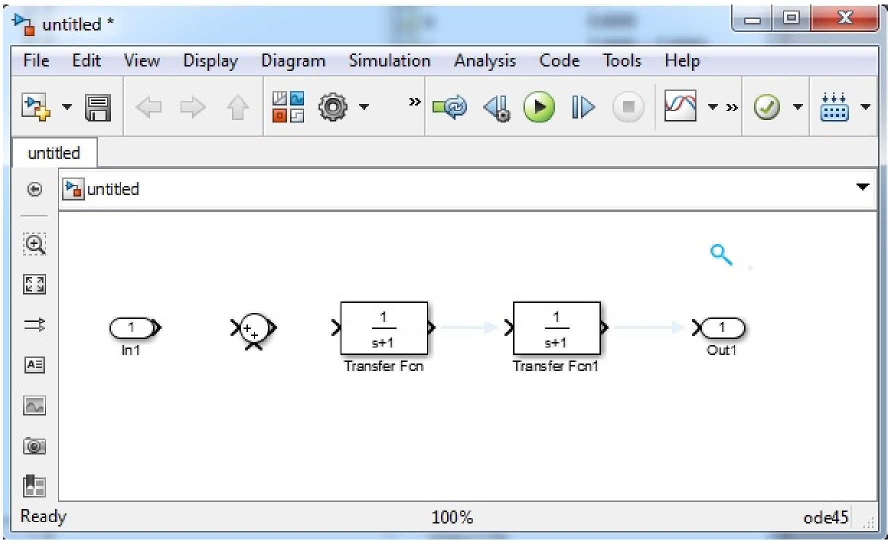
Wählen Sie die geeigneten Komponenten und ziehen Sie diese in das Modell (mit linker Maustaste). Dazu Benötigt wird:

Simulink – Continuous - Transfer Fcn (zweimal)

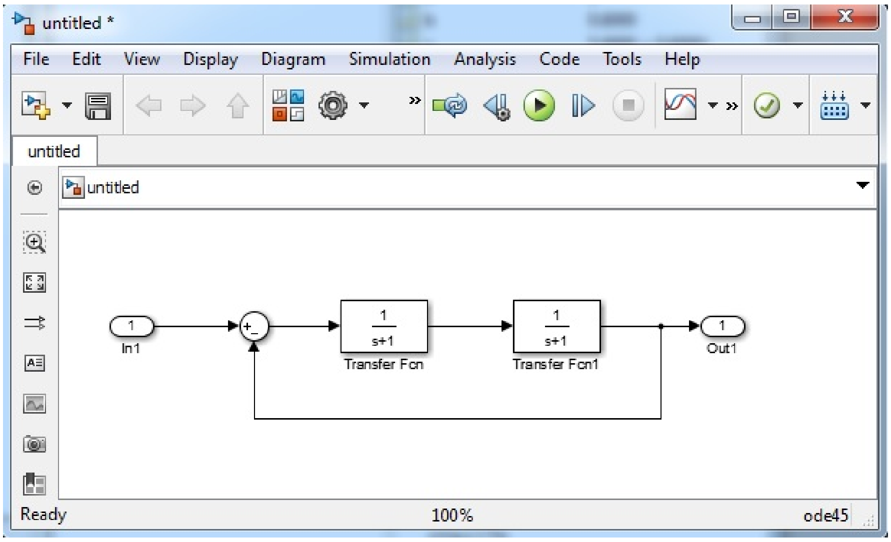
Simulink - Math Operations - Sum

Simulink - Sources - In1

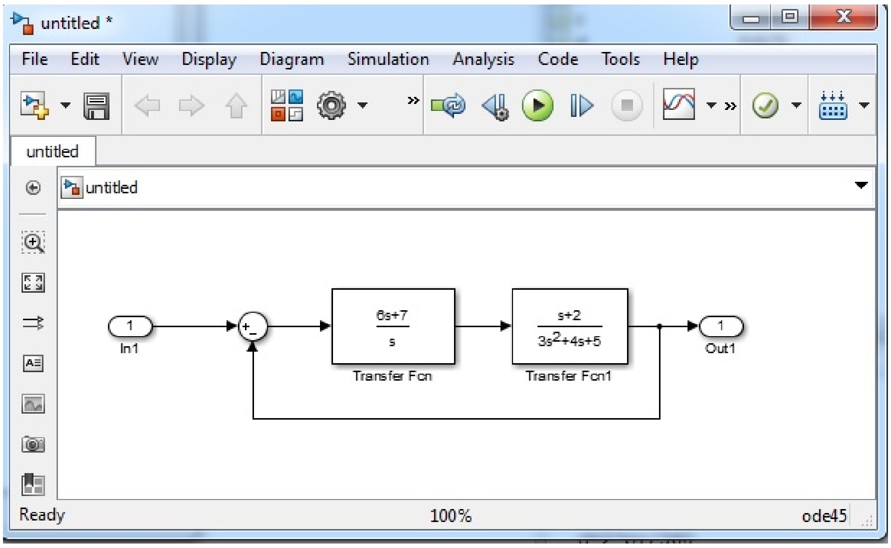
Simulink - Sinks - Out1



Diese Blöcke werden jetzt wie unten gezeigt angeordnet und verbunden (Verbindung zweier Blöcke mit linker Maustaste, Verzweigung mit rechter Maustaste).



Jetzt müssen die einzelnen Blöcke angepasst werden. Durch Doppelklick öffnet sich ein Fenster, in dem die Parameter eingestellt werden können. Bei den „Transfer Fcn" Blöcken werden die **Koeffizienten des Zähler- (Numerator) und Nenner- (Denominator)** Polynoms eingetragen. Für ein nicht gewünschtes Koeffizient wird eine Null eingetragen (z.B. für Nenner des linken Blocks erfolgt der [1 0] Eintrag). Bei dem Summierblock wird das Vorzeichen angepasst.



Das Modell wird gesichert mit

File – Save As . . .

Zur Berechnung der Übertragungsfunktion wird nun ein Hilfsmittel benutzt, das später auch zur Linearisierung nichtlinearer Modelle verwendet wird.

Mit der **rechten Maustaste (RMT)** können Ein- und Ausgangssignal noch einmal zusätzlich gekennzeichnet werden. Für das Signal **direkt hinter dem In1-Block** wird gewählt:

RMT – Linear Analysis Points – Open-loop Input.

Entsprechend wird für das Signal **direkt vor dem Out1-Block**

RMT – Linear Analysis Points – Output Measurement.

gewählt. Es entsteht ein zusätzliches Zeichen über den Signalen.

Hinweise:

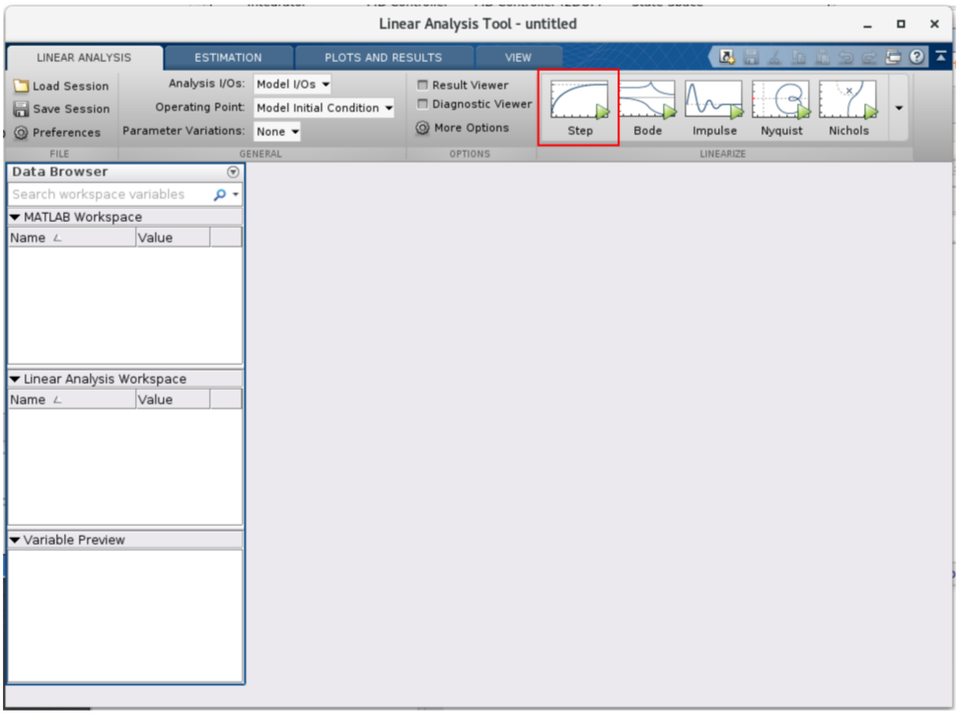
- Bei der Wahl von „Open-loop Output" wird der Signalpfad abgeschnitten, wodurch z.B. Rückkopplungen vernachlässigt werden.
- Bei Matlab-Versionen vor R2012b muss die Auswahl „Input Point" bzw. „Output Point" getroffen werden. Die Option „Open-loop" darf nicht ausgewählt werden.

Nun wird im Toolbar mit

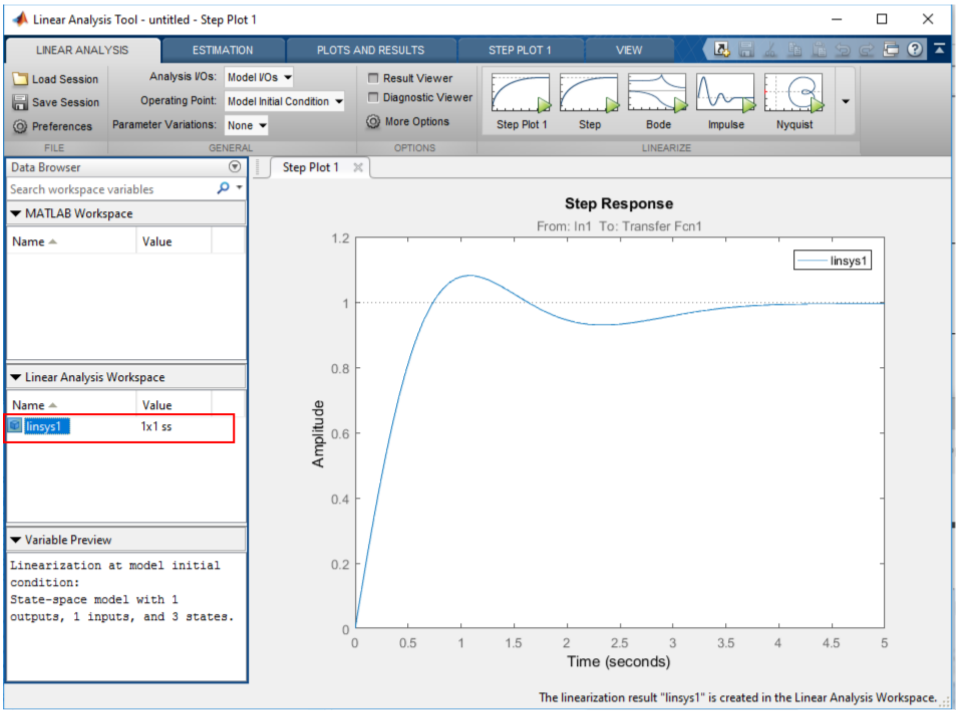
Analysis – Control Design – Linear Analysis . . .

der „Control and Estimation Tools Manager" geöffnet.

Da es sich um ein lineares Modell handelt, müssen darin keine weiteren Einstellungen vorgenommen werden. Durch Betätigung des Knopfes **„Step"** (grüner Play Knopf) wird die Übertragungsfunktion berechnet und deren Sprungantwort grafisch dargestellt



Im linken Bereich des Navigationsfensters ist unter „Linear Analysis Workspace“ ein Model im Zustandsraum entstanden.



Das linearisierte Modell lässt sich zur weiteren Verarbeitung im „MATLAB Workspace“ ablegen. Dazu wird das erstellte Modell mit der **linken Maustaste (LMT)** vom Fenster „Linear Analysis Workspace“ in das Fenster „MATLAB Workspace“ gezogen.

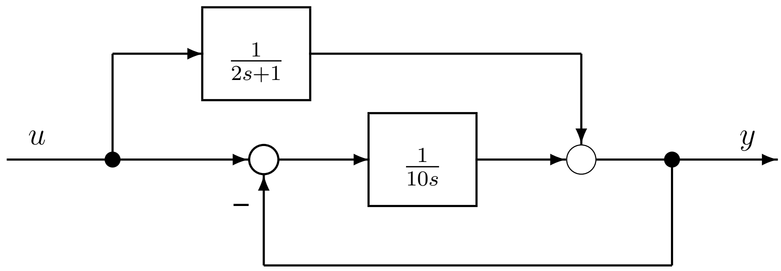
Die Übertragungsfunktion des Systems steht nun im Matlab-Fenster zur Weiterverarbeitung zur Verfügung. Die Übertragungsfunktion des Zustandsmodells lässt sich wie folgt realisieren:

```
Variables have been created in the current workspace.
>> G_yw=tf(linsys1)
Transfer function from input "In1 (pt. 1)" to output "Transfer Fcn1
```

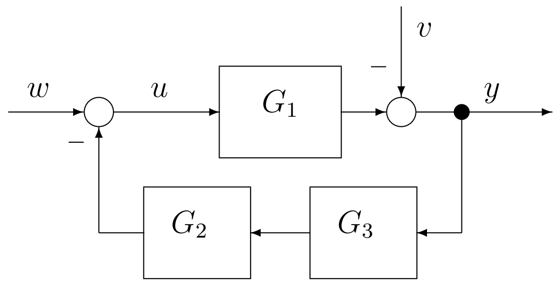
```
(pt. 1)":
   2 s^2 + 6.333 s + 4.667
-----------------------------
s^3 + 3.333 s^2 + 8 s + 4.667
```

Übungsaufgaben:

1. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des folgenden Systems:



2. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion G_{yw}, die Sprungantwort und das Bode-Diagramm von



für

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{1}{s^2+3s+2} \\ G_2(s) &= \frac{2s+1}{s+1} \\ G_3(s) &= \frac{5+s}{s}. \end{aligned}$$

Wiederholen Sie die Aufgabe für G_{yv}. $\left(\text{Teillösung: } G_{yw} = \frac{s^2+s}{s^4+4s^3+7s^2+13s+5}\right)$.

6 Simulation von Simulink-Modellen

Simulink Modelle können auch direkt simuliert werden. Dazu müssen die Eingangssignale definiert und Betrachter (Scope-Blöcke) an die interessierenden Signale angebracht werden.

Soll zum Beispiel die Sprungantwort des Beispiels aus dem vorherigen Abschnitt angezeigt werden, dann ist der In1-Block zu löschen (Taste „Entf“) und durch einen Step-Block aus

Simulink – Sources – Step

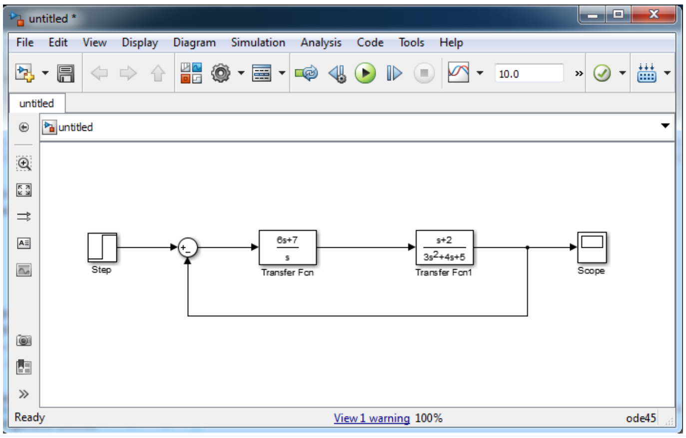
zu ersetzen. Entsprechend ist der Out1-Block durch

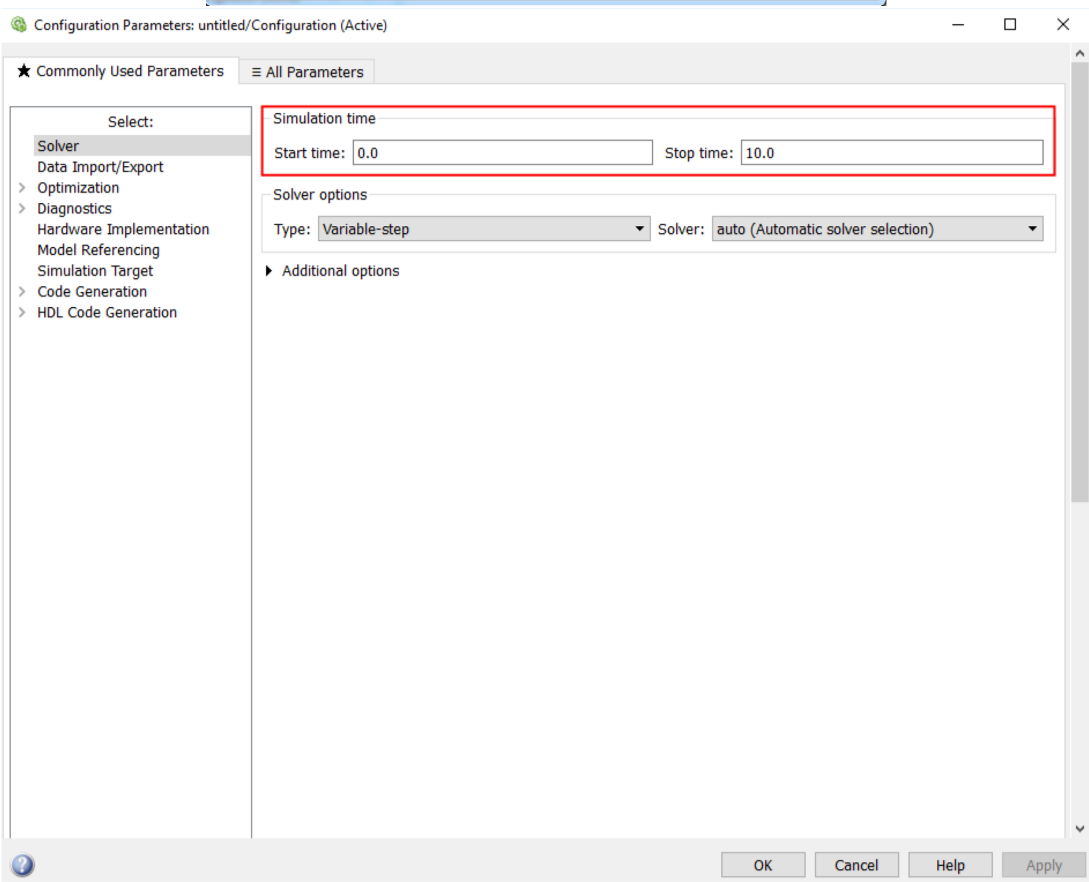
Simulink – Sinks – Scope

zu ersetzen. Die „Linearization Points“ können auch entfernt werden. In dem Modell kann zusätzlich die Simulationszeit festgelegt und die Simulation gestartet werden. Dies kann unter

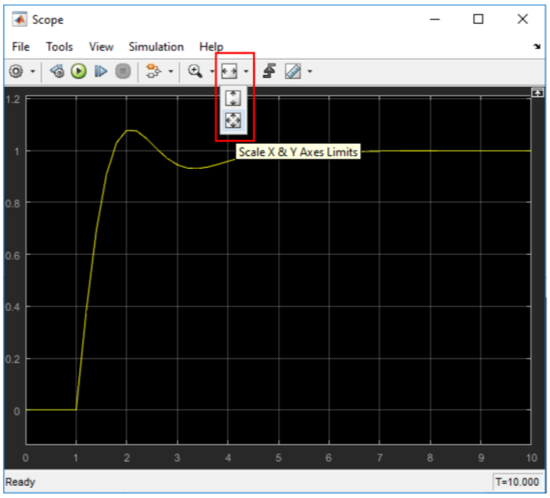
Simulation – Model Configuration Parameters – Start time/Stop time

eingestellt werden, bzw. direkt in dem Fenster des Simulink Modells:





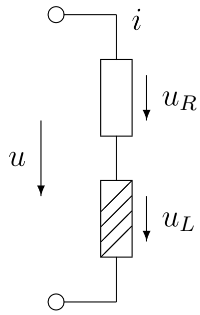
Mit dem Klick auf den grünen Play Knopf im Simulinkfenster wird die Simulation für das Modell durchgeführt. Ein Doppelklick auf den Scope-Block zeigt das Simulationsergebnis. Durch den Autoscale-Knopf (Rot eingerahmt) werden die Achsen angepasst.



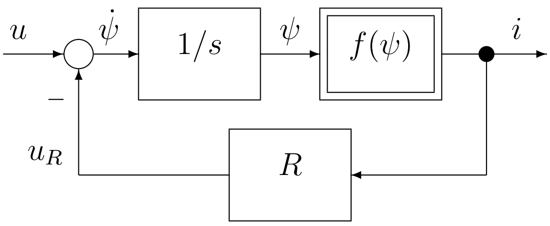
Durch Doppelklick auf den Step-Block können die Einstellungen eingesehen und verändert werden.

In dem obigen Beispiel kann als Alternative zu dem „Transfer Fcn“–Block auch der Block „LTI System“ aus dem Ordner „Control System Toolbox“ verwendet werden. Dabei bietet es sich an, im „Command Window“ die Übertragungsfunktionen `G_S` und `G_R` zu definieren und in den Blöcken einfach nur `G_S` und `G_R` einzutragen.

Es können auch nichtlineare Systeme simuliert werden. Als Beispiel wird das folgende RL-Netzwerk behandelt:



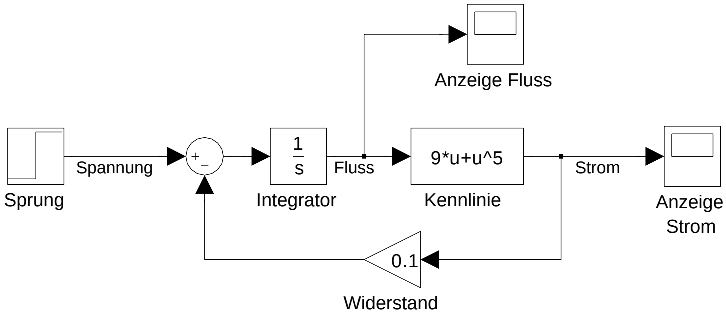
Mit nichtlinearer Magnetisierung der Spule ergibt sich das folgende Blockschaltbild



Es werden die folgenden (normierten) Parameterwerte betrachtet:

$$
\begin{array}{lcll}
R & = & 0.1 & \text{(Widerstand)} \\
f(\psi) & = & 9\psi + \psi^5 & \text{(inverse Magnetisierungskennlinie)}
\end{array}
$$

Das Simulink-Modell des Systems ist:



Der Funktionsblock „Kennlinie“ kann in der Simulink-Bibliothek unter

Simulink – User-Defined Functions – Fcn

ausgewählt werden. Die Funktion wird im Block „Fcn“ eingetragen.

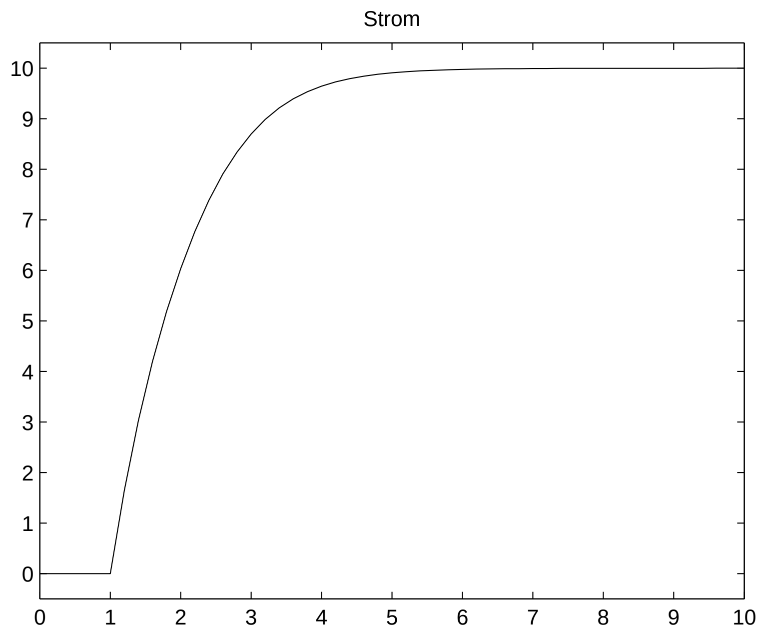
Werden in dem Step-Block die Parameter

Step time:	1
Initial value:	0
Final value:	1

und in dem Integrator Block der Parameter

Initial condition: 0

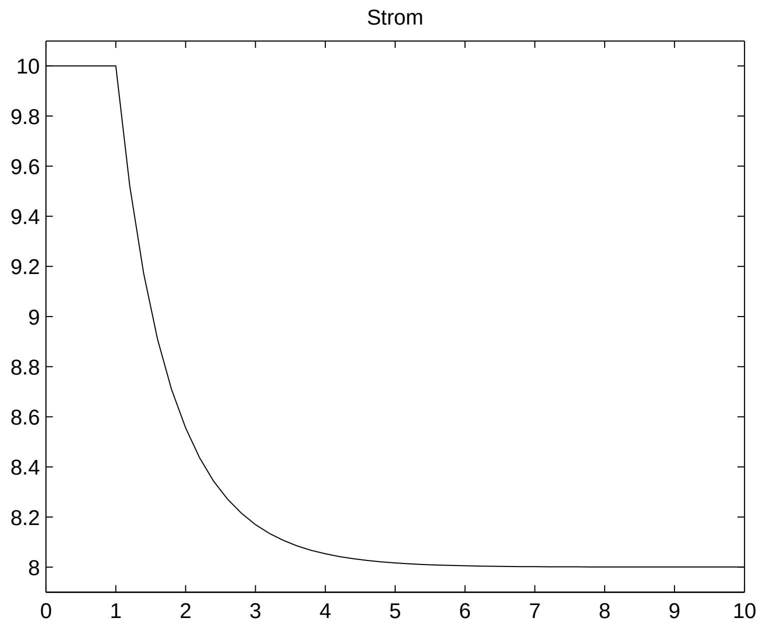
auf den Standardwerten gelassen, so bedeutet dieses, dass die Spannung zum Zeitpunkt 1 von 0 auf 1 erhöht wird. Der Anfangsstrom ist 0. Die Simulation zeigt den Verlauf des Stromes und des Flusses.



Bei den Parametern

Step time:	1
Initial value:	1
Final value:	0.8
Initial Condition:	1

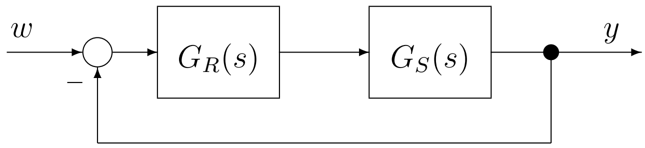
ergibt sich der folgende Verlauf für den Strom:



Für einen Reglerentwurf wird das linearisierte Modell und die dazugehörige Übertragungsfunktion benötigt. Dabei hilft die Benutzerumgebung des „Simulink Control Design“ (siehe Abschnitt 9).

Übungsaufgaben:

1. Simulieren Sie den linearen Regelkreis aus Abschnitt 5, d.h.



$$G_S(s) = \frac{s+2}{3s^2+4s+5}, \; G_R(s) = \frac{6s+7}{s}$$

für das Eingangssignal

$$w(t) = \sin(4\pi t) + \sin(100\pi t).$$

2. Simulieren Sie das obige Modell eines RL-Netzwerkes mit

$$\begin{aligned} R &= 0.2 \\ f(\psi) &= 2.25\ \psi + \psi^2 \\ u(t) &= u_0 = 5. \end{aligned}$$

Welchen Endwert haben $\psi(t)$ und $i(t)$? Untersuchen Sie die Auswirkung verschiedener Anfangswerte für den Fluss.

3. Eine Zeitverzögerung e^{-Ts} lässt sich durch die so genannte Padé-Approximation

$$\frac{-\frac{T}{2}s+1}{\frac{T}{2}s+1}$$

approximieren. Erstellen Sie ein Simulink-Modell, in dem die Sprungantworten von

$$G_1(s) = e^{-Ts}\frac{1}{s+1}, \quad T = 0.2$$

und

$$G_2(s) = \frac{-\frac{T}{2}s+1}{\frac{T}{2}s+1}\frac{1}{s+1}, \quad T = 0.2$$

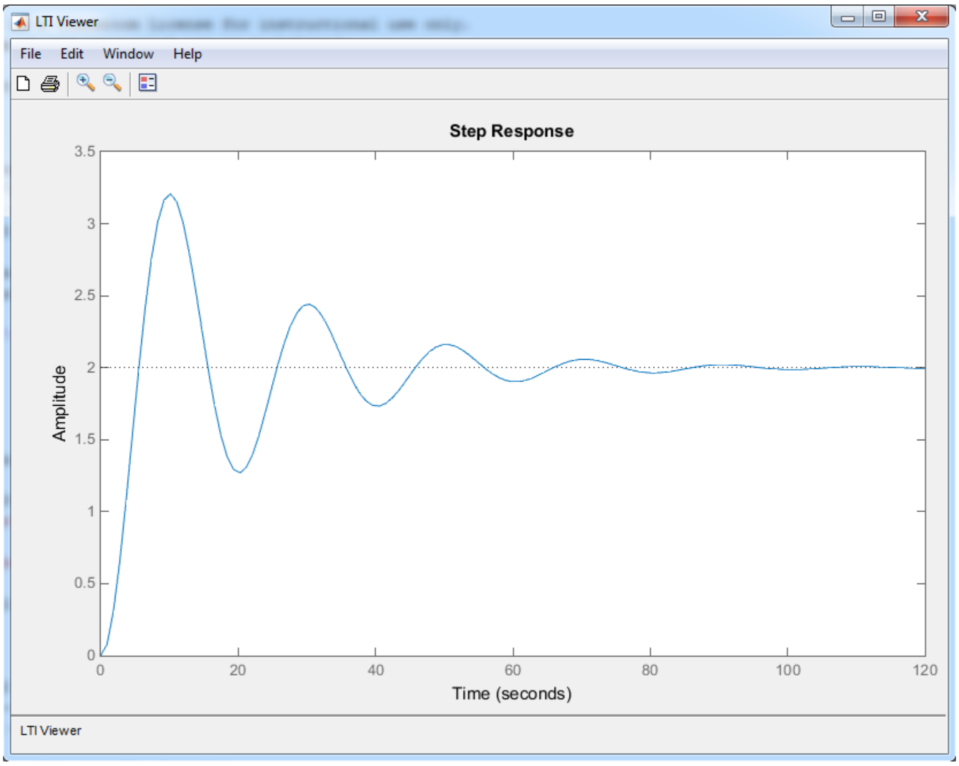
berechnet und in <u>einem</u> Scope-Block dargestellt werden.

7 Analyse mit `ltiview`

Zur Bestimmung von Sprungantworten, Bode-Diagrammen, PN-Bildern, etc. eignet sich am besten der LTI-Betrachter `ltiview` (LTI = <u>l</u>inear <u>t</u>ime <u>i</u>nvariant = linear zeitinvariant). Ist `G` eine zuvor definierte Übertragungsfunktion, so wird mit `ltiview(G)` der Betrachter aufgerufen. Bei der folgenden Beschreibung wird von der Default-Einstellung ausgegangen, die sich später ändern lässt. Nach

```
>> G=2/(10*s^2+s+1)
>> ltiview(G)
```

erscheint ein Fenster (der Betrachter) mit der Sprungantwort



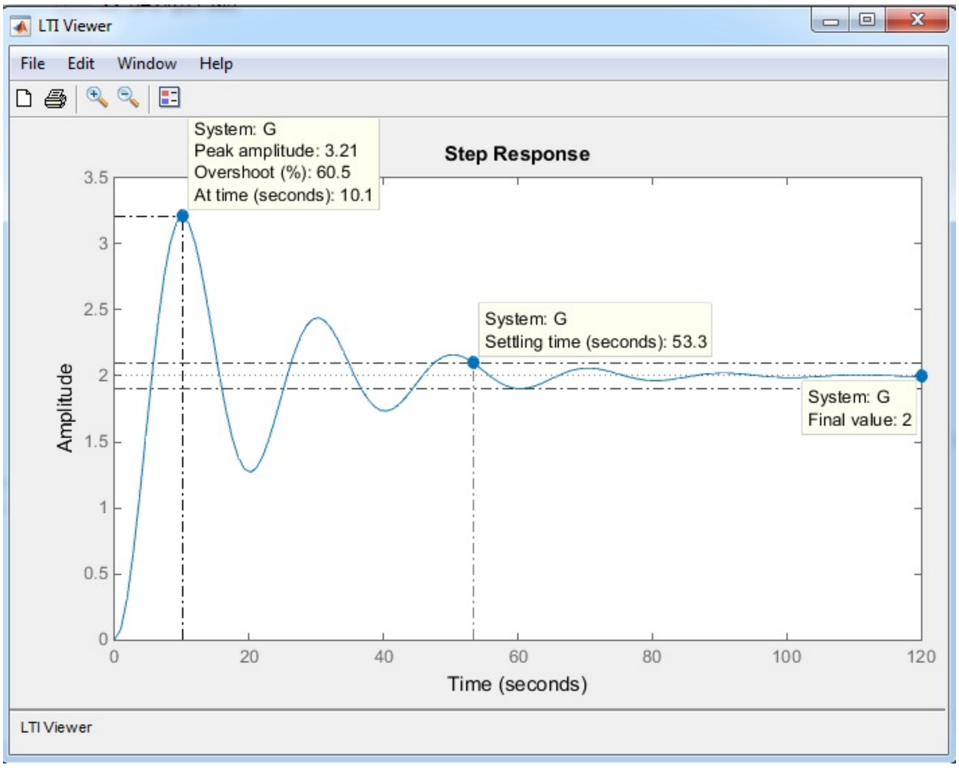
Mit der rechten Maustaste (RMT) und Auswahl von „Plot Types“ lassen sich verschiedene weitere Darstellungen auswählen. Zur Auswahl stehen unter anderem

RMT – Plot Types – Step	=	Sprungantwort (Defaultwert)
RMT – Plot Types – Bode	=	Bode-Diagramm (Betrag- und Phasenkennlinie)
RMT – Plot Types – Nyquist	=	Nyquist-Diagramm (Ortskurve)
RMT – Plot Types – Pole/Zero	=	Pol-Nullstellen-Bild

Über „RMT – Characteristics“ lassen sich verschiedene Charakteristika der Grafik einblenden. Bei der Sprungantwort bestehen zum Beispiel die folgenden Einstellungsmöglichkeiten:

RMT – Characteristics – Peak Response	=	Überschwingweite Δ_m
RMT – Characteristics – Settling Time	=	Übergangszeit $t_{2\%}$
RMT – Characteristics – Steady State	=	Stationärer Endwert h_E

Wird die Maus über die Punkte bewegt, so werden die dazugehörigen Zahlenwerte angezeigt.



Weitere Charakteristika im Bode- und Nyquist- Diagramm sind:

RMT – Characteristics – Minimum Stability Margins	=	Durchtrittsfrequenz ω_D und Phasenreserve φ_R
RMT – Characteristics – Peak Respone	=	Maximaler Betrag $\lvert G_m \rvert$ und Frequenz ω_m dazu.

Mit

RMT – Properties

lässt sich die Darstellung des Bildes anpassen. Bei der Sprungantwort lässt sich unter der Karteikarte „Options“ zum Beispiel die Übergangszeit $t_{2\%}$ auf $t_{5\%}$ ändern. Ferner lassen sich unter „Limits“ die Achsenskalierungen verändern. Diese Änderungen wirken nur im aktuellen Bild. Sollen die Änderungen auch für künftige Sitzungen gültig sein, so sind die Eintragungen unter

Edit – Linear System Analyzer...

oder

File – Toolbox Preferences ...

vorzunehmen.

Unter

Edit – Plot Configurations...

lässt sich die *gleichzeitige* Anzeige mehrerer Plots einstellen.

Unter File – Import ...

lassen sich zusätzliche Übertragungsfunktionen laden, deren Darstellung mit

RMT – Systems

an- und ausgestellt werden kann.

Übungsaufgaben:

1. Definieren Sie $K = 2,\ T = 3,\ d = 0.2$ und das PT_2-Glied

$$G(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2d\, Ts + 1}\ .$$

   (a) Lesen Sie aus der Sprungantwort den stationären Endwert h_E ab und überprüfen Sie, ob $h_E = K$ gilt.

   (b) Lesen Sie aus der Sprungantwort die Überschwingweite Δ_m ab. Stimmt der abgelesene Wert mit dem berechneten Wert

$$\Delta_m = e^{-\pi\rho}, \quad \rho = \left| \frac{Re\ (\lambda_1)}{Im\ (\lambda_1)} \right|$$

   überein (vgl. Aufgabe 2 in Abschnitt 3)?

   (c) Lesen Sie aus der Sprungantwort die Übergangszeit $t_{5\%}$ ab. Wie weit weicht der abgelesene Wert von der Schätzung

$$t_{5\%} \approx \frac{-3}{Re\ (\lambda_1)}$$

   ab? (Lösung: ca. 9% Abweichung)

   (d) Lesen Sie aus dem PN-Bild die Pole der Übertragungsfunktion ab und vergleichen Sie die abgelesenen Werte mit den berechneten Werten (vgl. Aufgabe 1 in Abschnitt 3).

   (e) Bestimmen Sie die Durchtrittsfrequenz ω_D und die Phasenreserve φ_R. (Lösung: $\omega_D = 0.566,\ \varphi_R = 19.8$)

   (f) Bestimmen Sie den maximalen Betrag $|G_m|$ der Betragskennlinie (in dB) und die dazugehörige Frequenz. (Lösung: $\omega_m = 0.32,\ |G_m| = 14.2\ dB$)

2. Definieren Sie $K = 2,\ T = 3,\ d_1 = 0.2,\ d_2 = 0.6,\ d_3 = 0.9,\ d_4 = 1.2,\ d_5 = 2$ und

$$G_i(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2d_i Ts + 1}.$$

   Vergleichen Sie die Sprungantworten und Bode-Diagramme der 5 Übertragungsfunktionen in jeweils einem Diagramm. Für welche Übertragungsfunktion gibt es die kleinste Übergangszeit? (Lösung: $G_3;\ t_{5\%} = 12$) Für welche Übertragungsfunktion gibt es die größte Durchtrittsfrequenz? (Lösung: $G_1;\ \omega_D = 0.566$)

3. Die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{(0.1s + 1)(0.4s + 1)}$$

lässt sich durch

$$G_1(s) = \frac{1}{0.5s + 1}$$

approximieren (Summenzeitkonstante $T_E = 0.1 + 0.4$). Vergleichen Sie die Sprungantworten und die Bode-Diagramme von $G(s)$ und $G_1(s)$ in jeweils einem Diagramm.

4. Die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{(0.1s + 1)(40s + 1)}$$

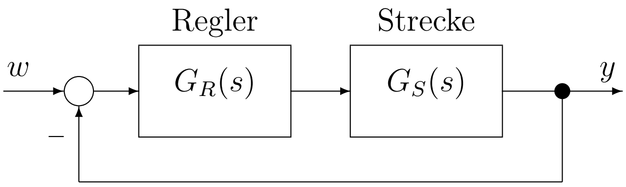
lässt sich durch

$$G_1(s) = \frac{1}{(0.1s + 1)40s}$$

approximieren (große Zeitkonstante). Vergleichen Sie die Sprungantworten und die Bode-Diagramme von $G(s)$ und $G_1(s)$ in jeweils einem Diagramm. Bei der Sprungantwort wählen Sie bitte die Achsenskalierung von 0 bis 40 für t und von 0 bis 1.1 für $h(t)$.

8 Reglerberechnung mit `sisotool`

Mit `sisotool` können Regler für Systeme mit einer Eingangs- und einer Ausgangsgröße (siso = single input single output) bestimmt werden. In diesem Abschnitt wird die Aufgabe betrachtet, für den Regelkreis



und die Regelstrecke

$$G_S(s) = \frac{1}{s^2 + 11s + 10}$$

einen PI-Regler

$$G_R(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) = K_P \frac{T_I s + 1}{T_I s}$$

mit Hilfe der Wurzelortskurve zu entwerfen.

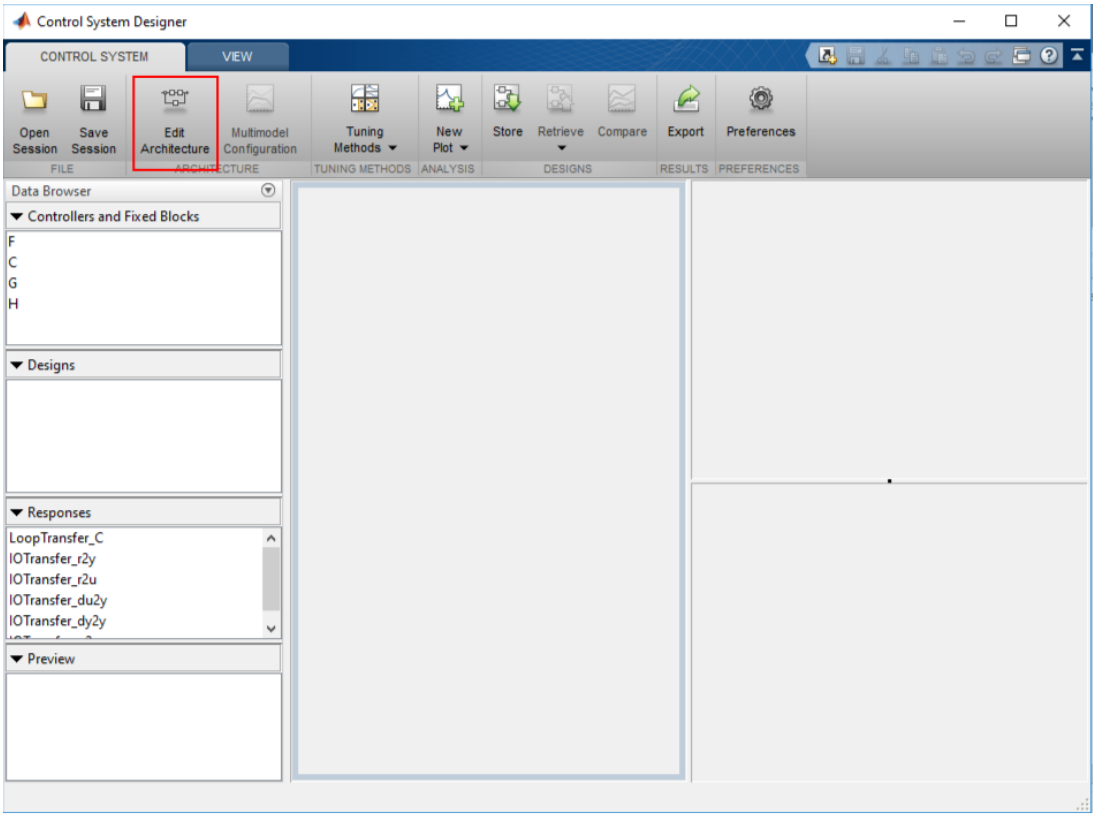
Dabei wird von den Schätzungen $T_I = 0.5$ und $K_P = 1$ ausgegangen, d.h. der Regler ist

$$G_R(s) = \frac{0.5s + 1}{0.5s}.$$

Die Regelstrecke und die Anfangsschätzung des Reglers werden eingegeben und `sisotool` wird aufgerufen:

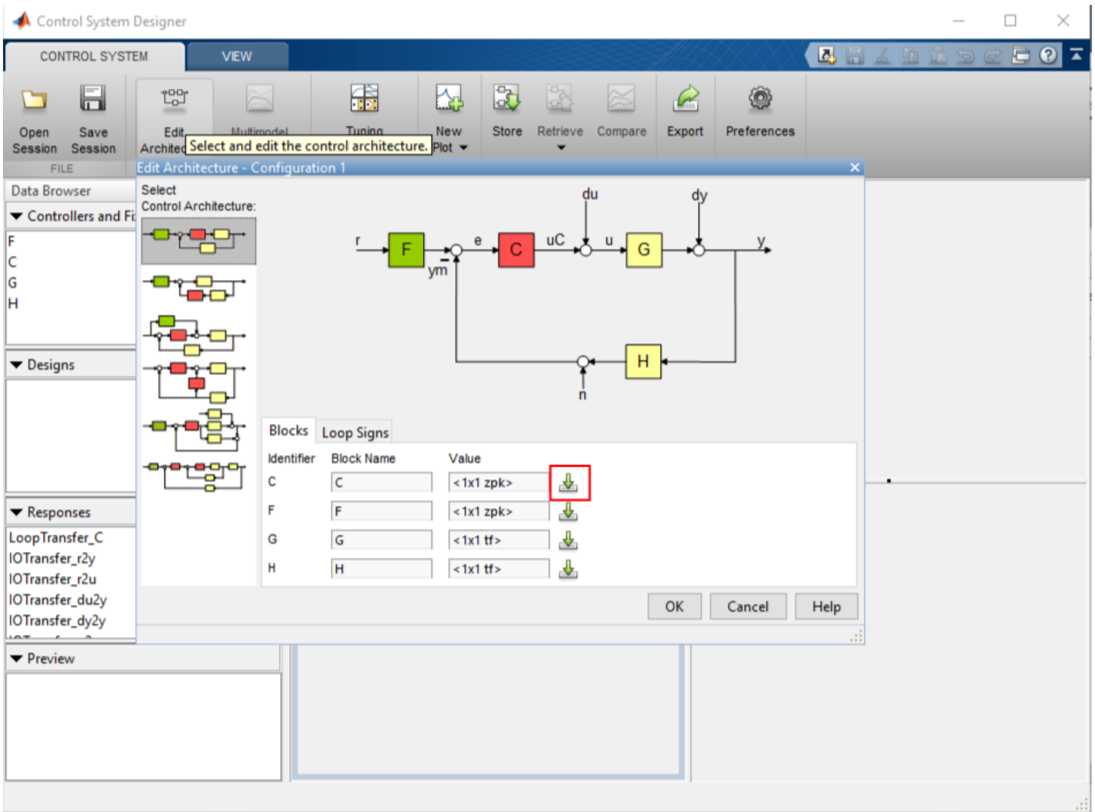
```
>> s=tf('s');
>> G_S=1/(s^2+11*s+10);
>> G_R=(0.5*s+1)/(0.5*s);
>> sisotool
```

Es öffnet sich ein Fenster, indem zunächst alle Grafiken und Aufteilungslinien geschlossen werden durch drücken der Schließenknöpfe „x“ .

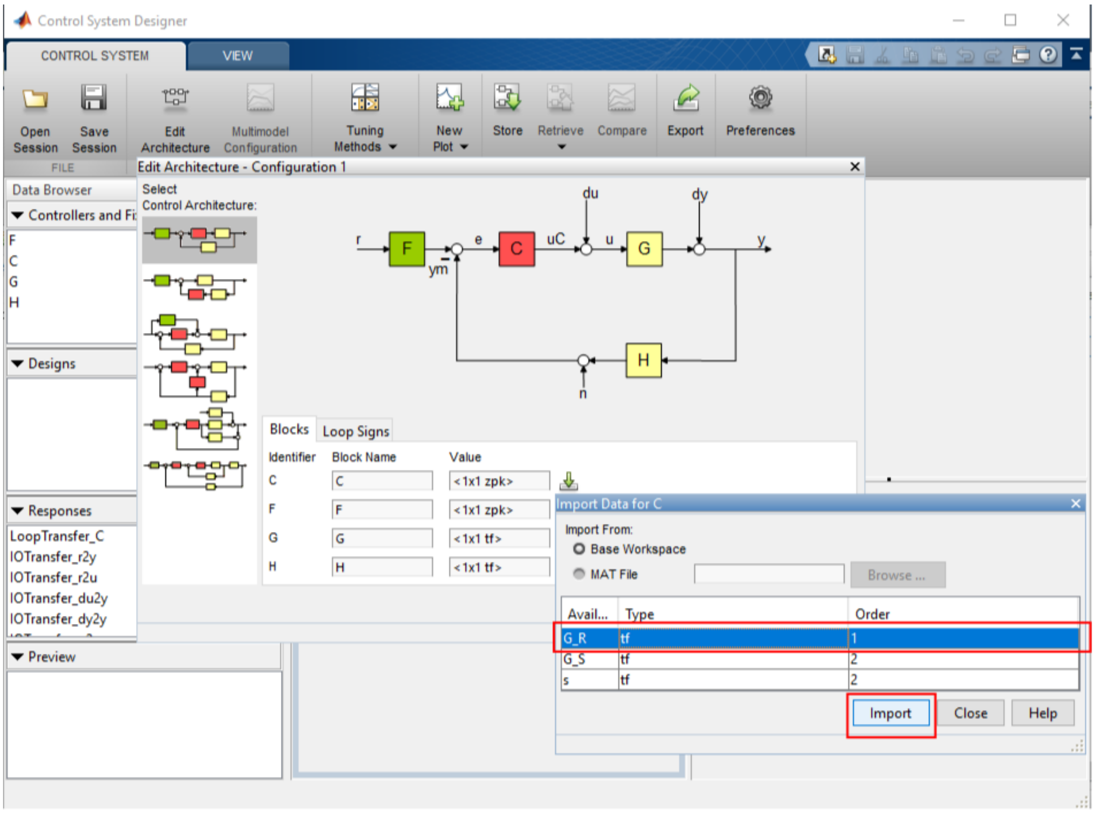


In dem Manager werden die folgenden Einstellungen vorgenommen.

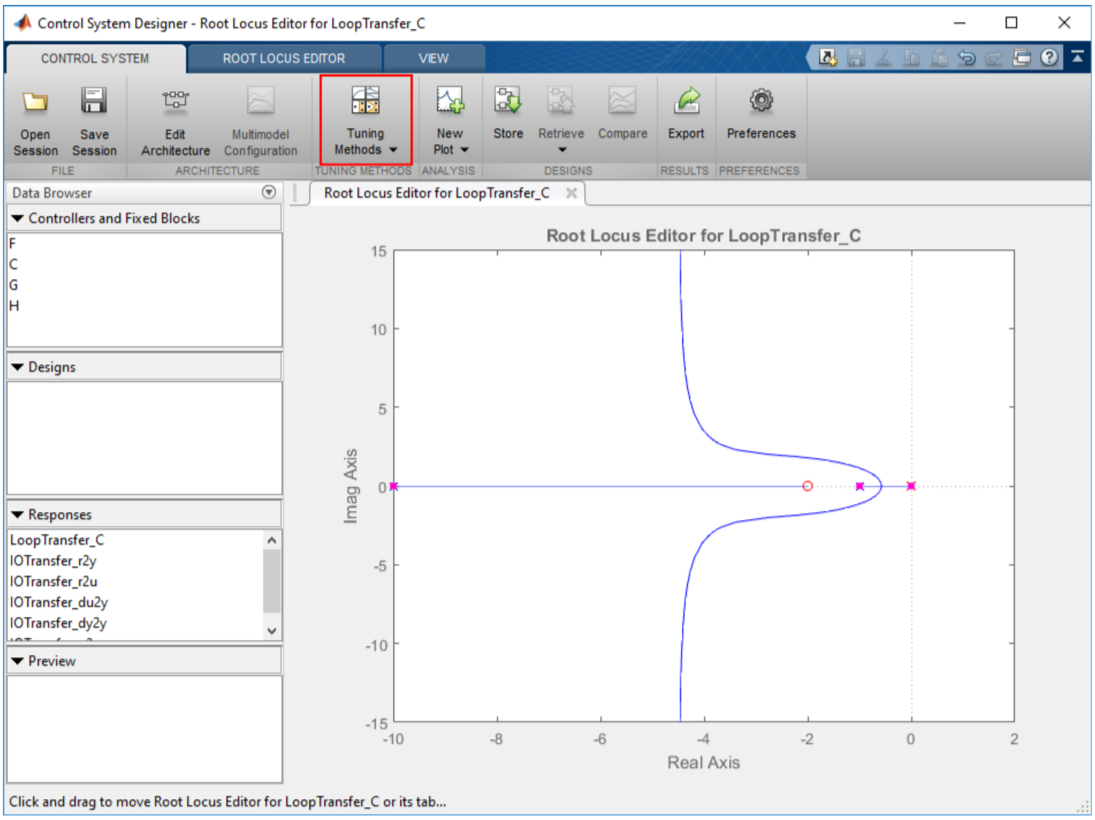
- Unter dem rot markierten Button „Edit Architecture“ wird der Typ des Regelkreis und die Regelstrecke eingegeben. Der voreingestellte Regelkreis entspricht dem Standardregelkreis mit $H = 1$ und $F = 1$. Der Regler ist C und die Regelstrecke ist G. Das Vorzeichen der Rückführung ist negativ voreingestellt. Durch Betätigung des rot markierten Knopfes



lässt sich je nach Wahl ob für Regler C oder Regelstrecke G eine Übertragungsfunktion aus dem Matlab Workspace zuordnen.

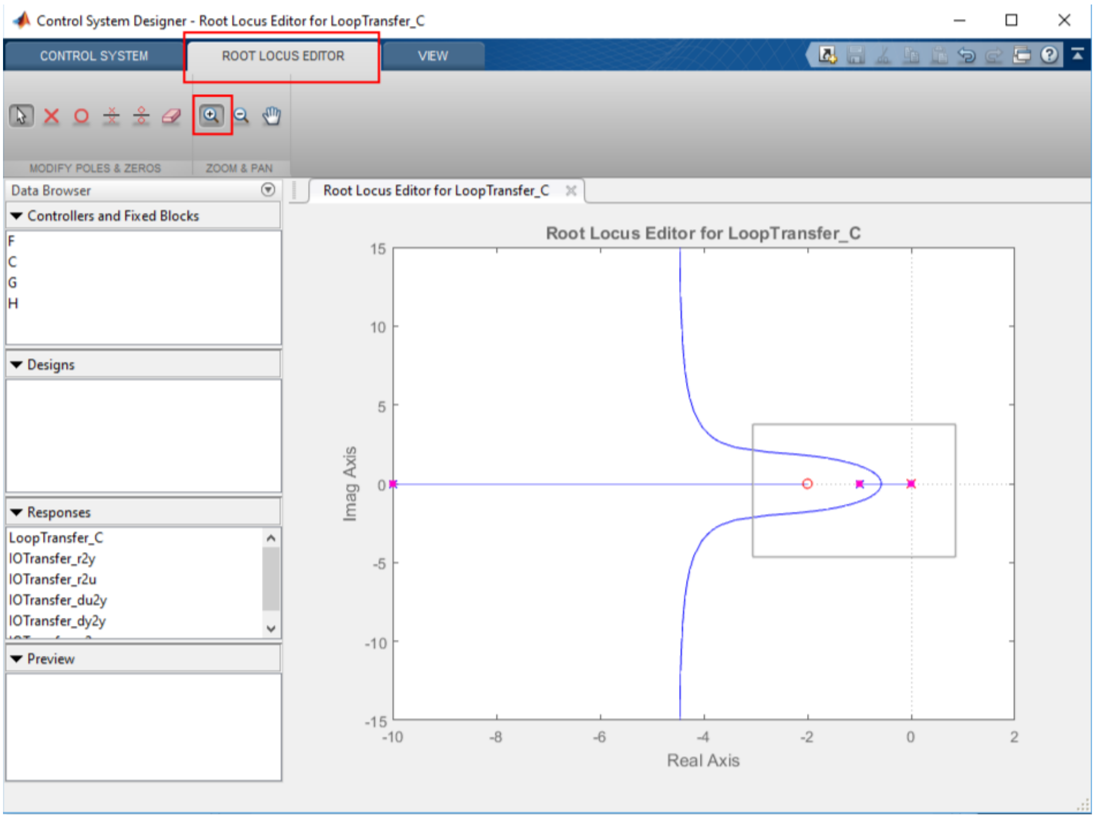


- Durch Betätigung des Knopfes „Tuning Methods“ kann die verwendete Reglerentwurfsmethode eingestellt werden. Da nur die Wurzelortskurve verwendet werden soll, wird „Root Locus Editor“ ausgewählt und mit drücken des Knopfes „Plot“ bestätigt.



In der Wurzelortskurve sind die Pole (x) und Nullstellen (o) des offenen Kreises sowie die Pole des geschlossenen Kreises (□) eingezeichnet. Die Pole des geschlossenen Kreises lassen sich mit der linken Maustaste greifen und entlang der Wurzelortskurve verschieben. Ferner lassen sich die Pole und Nullstellen des Reglers greifen und verschieben.

In der Karteikarte „Root Locus Editor“ lassen sich in Verbindung mit den Lupen und der rechten Maustaste Ausschnitte der Wurzelortskurve vergrößert darstellen.

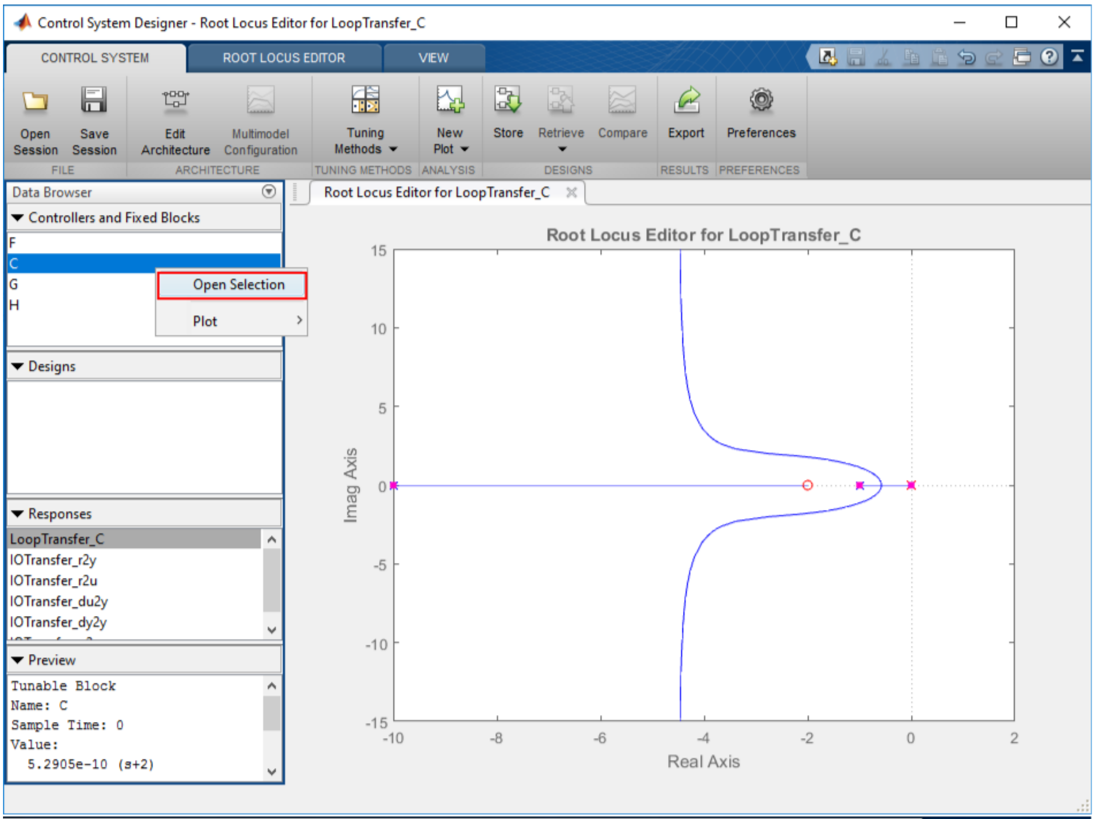


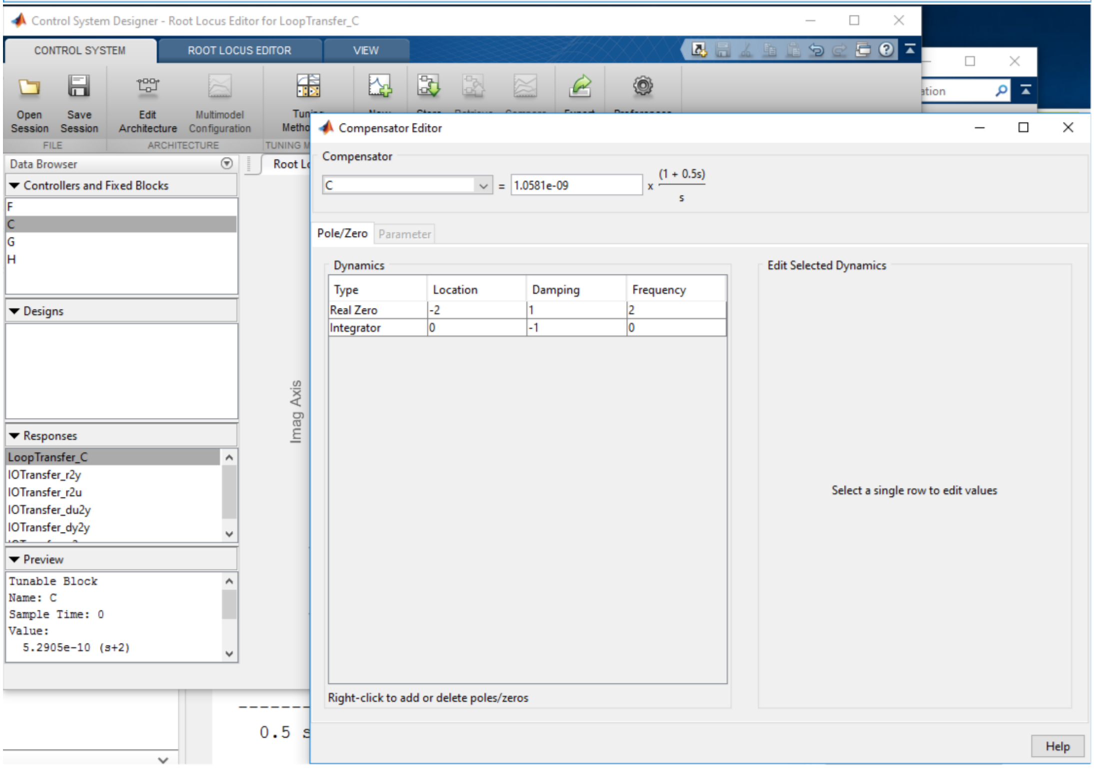
Mit:

RMT – Reset to Original View

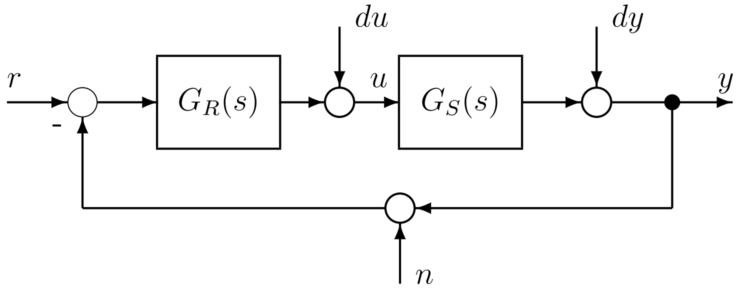
lässt sich die Grafik auf den originalen Zoom zurücksetzen.

- Die Zahlenwerte des eingestellten Reglers lassen sich durch rechtsklick auf den Regler C und „Open Section“ einsehen und verändern.





- Um die Auswirkungen der Polplatzierung auf das Systemverhalten sichtbar zu machen können Sprungantworten für die Wahl verschiedener Übertragungsfunktionen gezeichnet werden. Dabei sind mögliche Übertragungsfunktionen wie folgt gegeben:

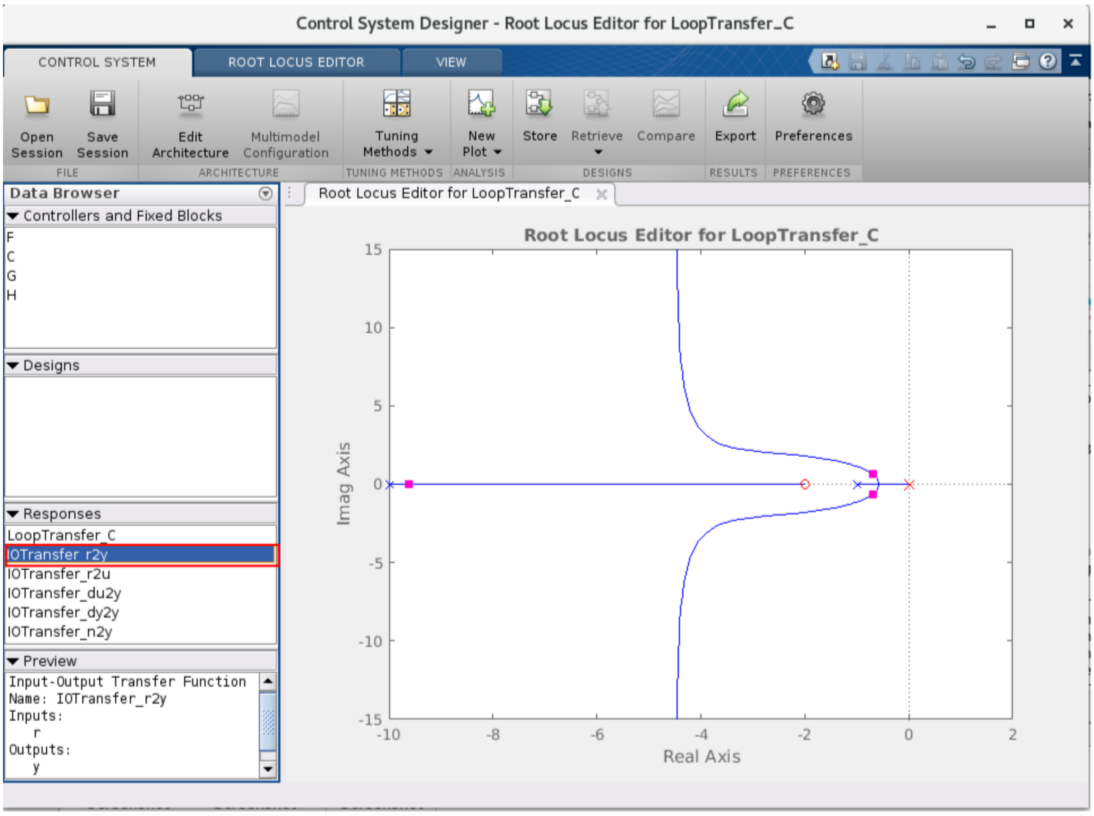


Closed Loop r to y	Führungsübertragungsfunktion von r nach y	$\dfrac{G_S G_R}{1+G_S G_R}$
Closed Loop r to u	Übertragungsfunktion von r nach u	$\dfrac{G_R}{1+G_S G_R}$
Input Sensitivity	Störungsübertragungsfunktion von du nach y	$\dfrac{G_S}{1+G_S G_R}$
Output Sensitivity	Störungsübertragungsfunktion von dy nach y	$\dfrac{1}{1+G_S G_R}$
Noise Sensitivity	Störungsübertragungsfunktion von n nach y	$-\dfrac{G_S G_R}{1+G_S G_R}$
Open Loop L	offener Kreis G_0	$G_S G_R$
Compensator C	Regler	G_R
Prefilter F	Vorsteuerung	1
Plant G	Regelstrecke	G_S
Sensor H	Messglied	1

Die Darstellung der Führungsübertragungsfunktion von r nach y lässt sich mit „rechte Maustaste „ auf den rot markierten Bereich und

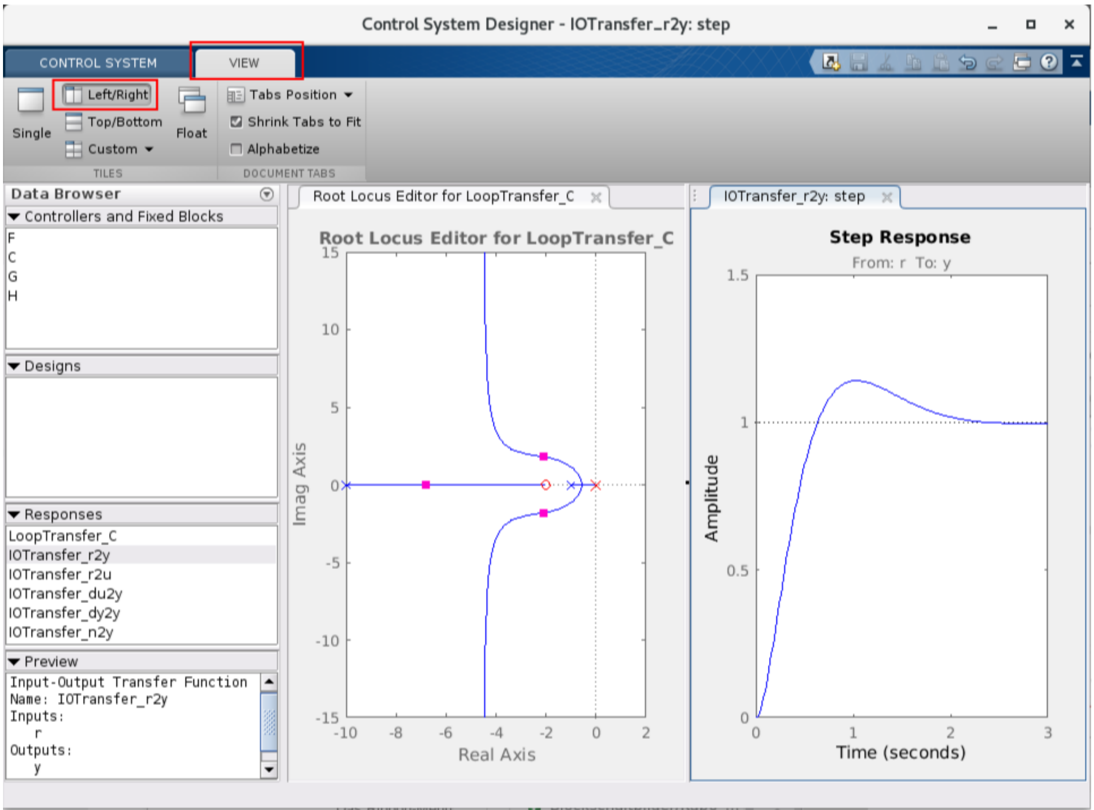
Plot – step

realisieren. Das geöffnete Fenster entspricht dem **ltiview** aus dem zuvor behandelten Kapitel womit sich die selben Charakteristiken anzeigen lassen. Auch ist eine andere Wahl wie z.B. die des Bodediagramms „bode “ etc. möglich.

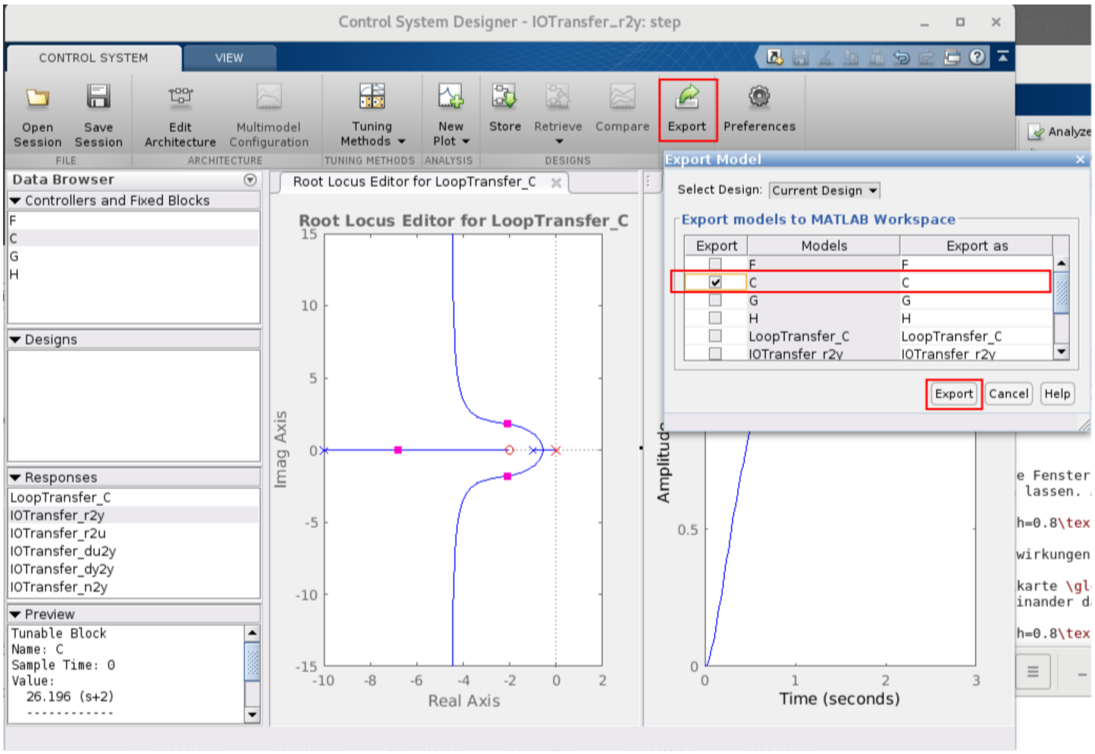


Somit lassen sich die Auswirkungen der Reglerauslegung in Echtzeit an der Sprungantwort erkennen.

- In der Karteikarte „View “ lassen sich die Fensteranordnungen ändern so dass z.B. Sprungantwort und Wurzelortskurve nebeneinander dargestellt werden.



- Abschließend lässt sich die Übertragungsfunktion des Ausgelegten reglers über den Knopf „Export “ in den Workspace überführen.

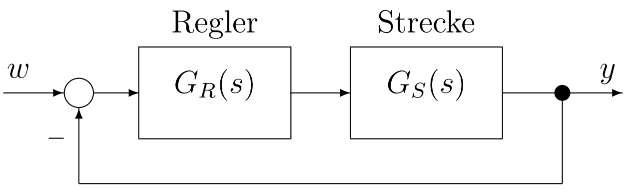


Übungsaufgaben:

1. Für einen Gleichstrommotor mit Übertragungsfunktion

$$G_S(s) = \frac{11900}{(s+200)(s+18)(s+1.9)}$$

soll mit der Wurzelortskurve ein P-Regler gemäß des folgenden Bildes ausgelegt werden.



(a) Bestimmen Sie K so, dass die Führungssprungantwort nicht überschwingt ($\Delta_m = 0$ auf Strichstärke) und möglichst schnell einschwingt ($t_{5\%}$ minimal). Geben Sie an:

- K
- Pole des geschlossenen Regelkreises
- $t_{5\%}$
- h_E

(Lösung: Für $K = 1.3$ ergibt sich z.B. $\lambda_{1,2} = -9.74 \pm 4.07j$, $\lambda_3 = -200$, $t_{5\%} = 0.401$, $h_E = 0.6936$).

(b) Wiederholen Sie Teil a) für jeden Fall, dass 10% Überschwingen erlaubt sind ($\Delta_m = 0.1$). (Lösung: Für $K = 3.67$ ergibt sich z.B. $\lambda_{1,2} = -9.35 \pm 12.8j$, $\lambda_3 = -201$, $t_{5\%} = 0.336$, $h_E = 0.865$).

2. Für einen Gleichstrommotor mit Übertragungsfunktion

$$G_S(s) = \frac{11900}{(s+200)(s+18)(s+1.9)}$$

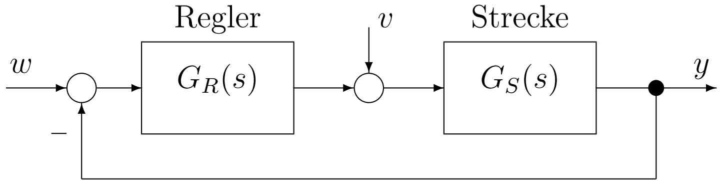
soll mit der Wurzelortskurve ein PI-Regler

$$G_R(s) = K\,\frac{T_I s + 1}{T_I s}, \quad T_I = \frac{1}{1.9}$$

ausgelegt werden.

   (a) Wiederholen Sie den Aufgabenteil b) der vorherigen Aufgabe für diesen Regler. (Lösung: $K/T_I = 6.4,\ \lambda_{1,2} = -8.46 \pm 11.3j,\ \lambda_3 = -201,\ \lambda_4 = -1.9$ (Kürzung!), $t_{5\%} = 0.376,\ h_E = 1$ (I-Anteil!)).

   (b) Betrachten Sie eine Störung v am Eingang der Regelstrecke.



   Bestimmen Sie die Sprungantworten $h_{yw}(t)$ und $h_{yv}(t)$. Welchen maximalen Wert hat $h_{yv}(t)$? (Lösung: 0.252)
   Welchen Wert hat $h_{yv}(t)$ für $t = 1$? (Lösung: 0.0524)
   Wieso schwingt $h_{yv}(t)$ langsamer ein als $h_{yw}(t)$?

   (c) Bestimmen Sie einen PI-Regler (Variation von K <u>und</u> T_I), so dass $h_{yv}(t)$ schneller einschwingt. Sie müssen dabei größere $t_{5\%}$ und Δ_m akzeptieren. Experimentieren Sie mit verschiedenen Möglichkeiten und finden Sie einen „vernünftigen“ Kompromiss.
   (Lösung beispielsweise: $T_I = 0.2,\ K/T_I = 15,\ t_{5\%} = 0.498,\ \Delta_m = 0.303$)

3. Für die Regelstrecke $G_S(s) = \dfrac{1}{s^3 + 5s^2 + 6s}$ ist ein PI-Regler $G_R(s) = K\,\dfrac{s+0.2}{s}$ vorgesehen. Dabei ist K noch zu bestimmen.

   (a) Laden Sie G_S und den dynamischen Teil des Reglers in `sisotool`. Welche Pole hat der (geschlossene) Regelkreis für $K = 1$?

   (b) Für welchen Bereich von K ist der Regelkreis stabil?

   (c) Für welchen Wert von K sind <u>alle</u> Pole möglichst weit links ($\max\{\lambda_i\}$ soll minimal sein).

   (d) Für welchen Wert von K ergibt sich die maximale Phasenreserve φ_R?

   (e) Für welchen Bereich von K ist die Überschwingweite Δ_m der Sprungantwort kleiner als 40% ?

   (f) Für welchen Wert von K ist die Überschwingweite Δ_m der Sprungantwort kleiner als 40% und dabei gleichzeitig die Übergangszeit $t_{5\%}$ minimal? Wie lauten die dazugehörigen Pole des geschlossenen Regelkreises, die Durchtrittsfrequenz und die Phasenreserve?

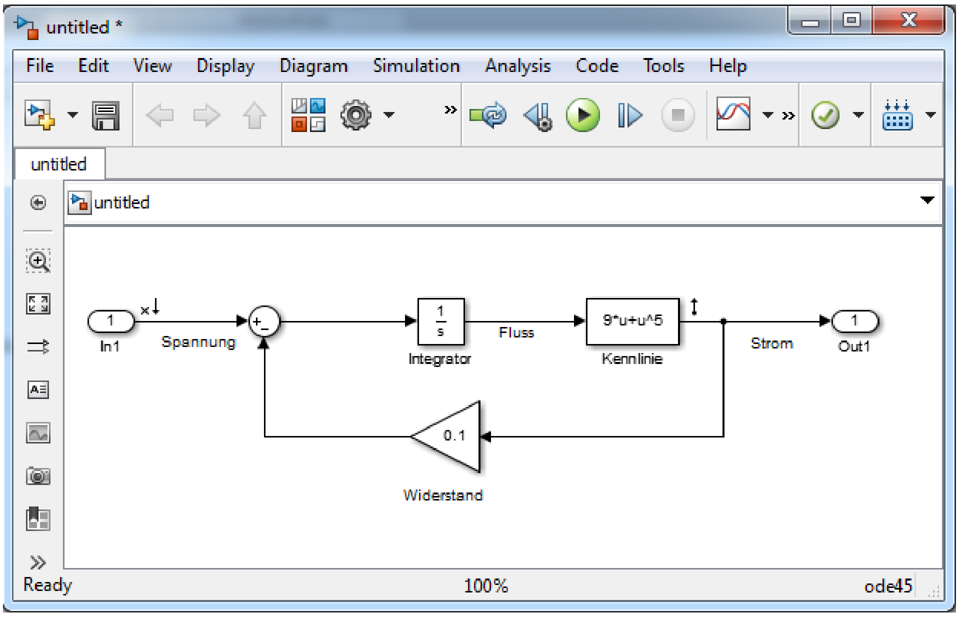
9 Linearisierung nichtlinearer Simulink-Modelle

Soll ein Regler für ein nichtlineares Modell anhand der Linearisierung bestimmt werden, so bietet sich die folgende Vorgehensweise an:

0. Ausgangspunkt: Blockschaltbild eines Systems mit nichtlinearen Blöcken
1. Ruhelage bestimmen
2. lineares Modell bestimmen
3. Regler für das lineare Modell bestimmen
4. Regler auf nichtlineares Modell anwenden

Die Linearisierung mit Matlab wird anhand des Beispiels des RL-Netzwerkes (siehe vorherigen Abschnitt 6) erläutert.

Dazu werden im nichtlinearen Simulationsmodell die Step- und Scope-Blöcke durch In- und Out-Blöcke ersetzt sowie die „Linearization Points“ gesetzt. Ferner werden alle Anfangsbedingungen auf Null gesetzt. Es entsteht das folgende Modell



Eine Ruhelage liegt vor, wenn alle Signale konstant sind. Aus den im vorherigen Abschnitt durchgeführten Simulationen ergeben sich drei verschiedene Ruhelagen

$$\begin{array}{lrclrcrrcr}
(i) & u & = & 0, & \psi & = & 0, & i & = & 0 \\
(ii) & u & = & 1, & \psi & = & 1, & i & = & 10 \\
(iii) & u & = & 0.8, & \psi & \approx & 0.84, & i & = & 8
\end{array}$$

Zunächst muss (aus der Anwendung heraus) entschieden werden, welche Ruhelage gewünscht ist.

Der genaue Wert der Ruhelage in (iii) lässt sich wie folgt bestimmen:

Zunächst wird der „Control and Estimation Tools Manager“ geöffnet, indem im Fenster des Simulink Modells

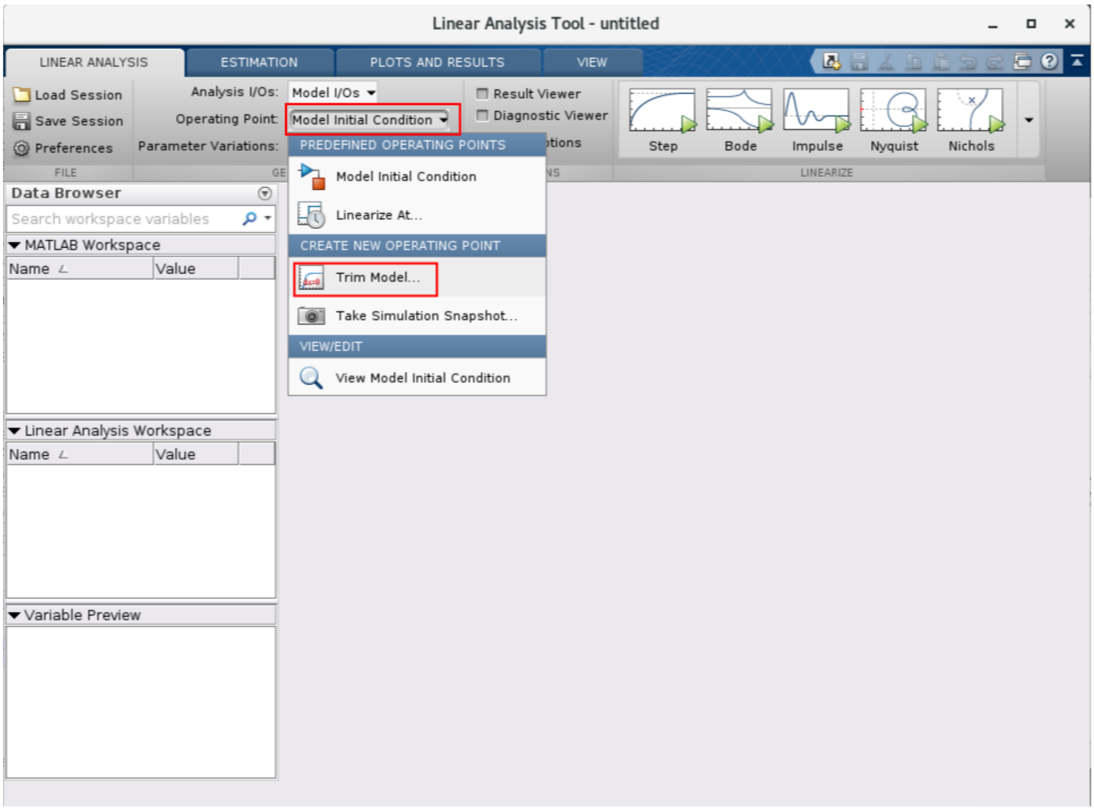
Analysis – Control Design – Linear Analysis ...

gewählt wird.

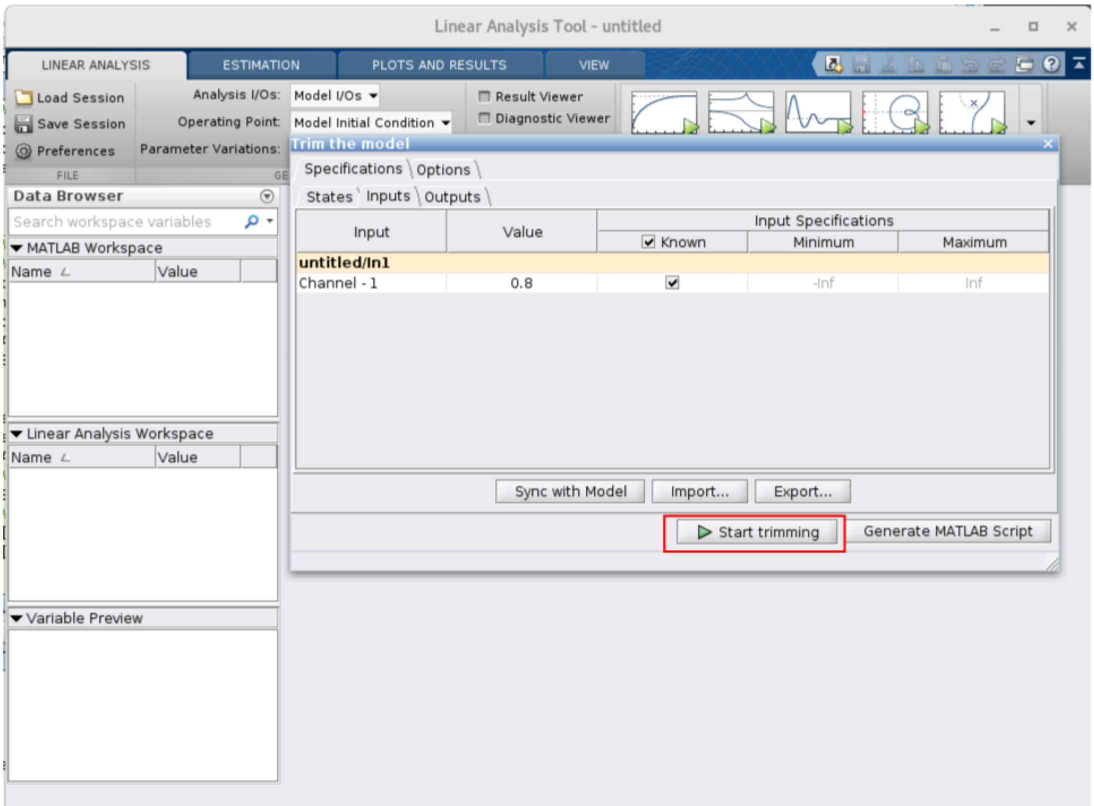
In dem neuen Fenster wird im oberen linken Teil des Menübereichs unter „Operating Points“

„Trim Model“

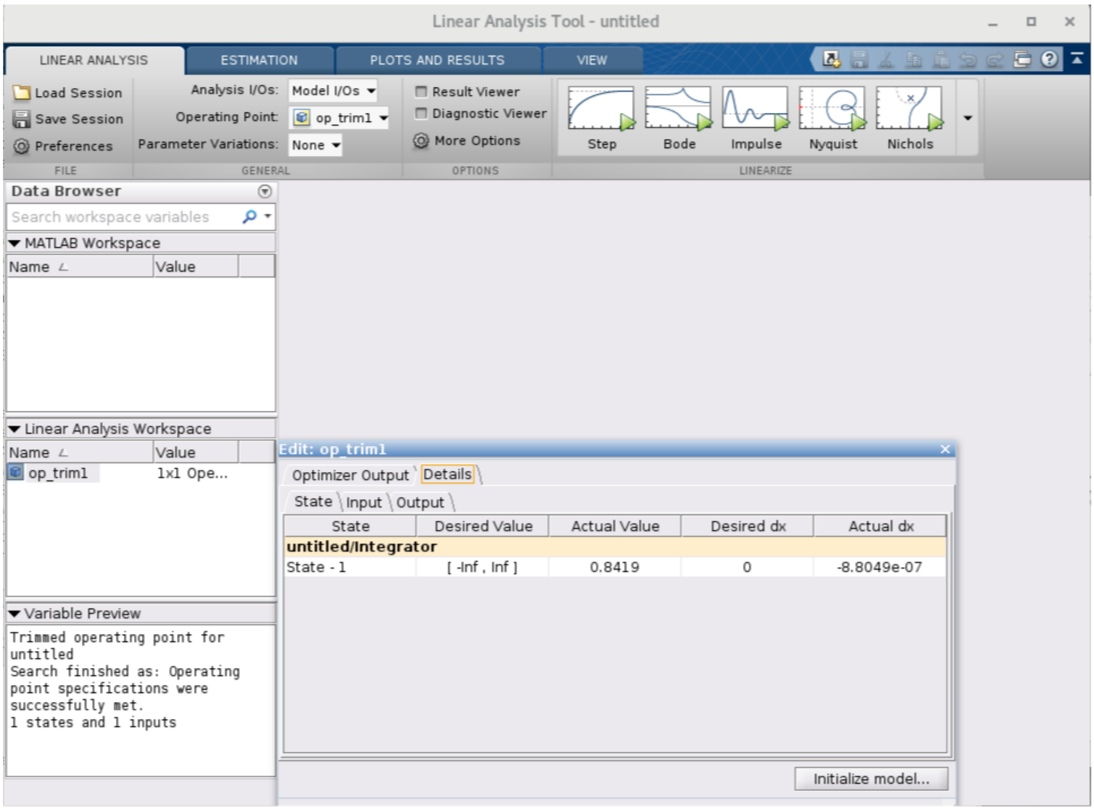
ausgewählt.



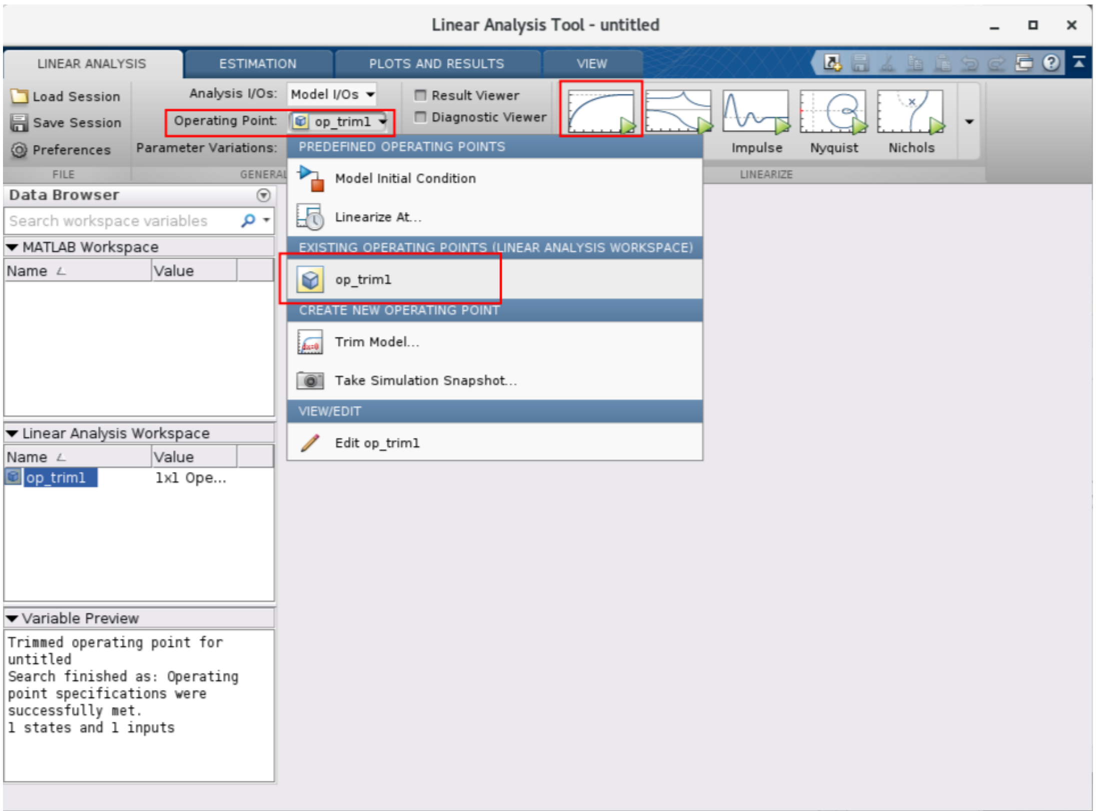
Dann öffnet sich eine neues Fenster. Darin lassen sich bekannte Werte der Eingänge, Ausgänge und Zustände (interne Signale) eingeben. Im vorliegenden Beispiel wird nur unter „Inputs“ der Wert 0.8 eingetragen und als „known“ markiert.



Die Werte für „States“ und „Outputs“ bleiben auf 0 und „unknown“. Die dazugehörigen Werte werden durch Betätigung des Knopfes „Start trimming“ bestimmt. Es entsteht links im „Linear Analysis Workspace“ der Arbeitspunkt „op_trim1“ . Durch Auswahl dieses Eintrages mittels Doppelklick LMT kann z.B. das exakte Ergebnis $\psi = 0.8419$ für die Ruhelage (iii) abgelesen werden:



Zur Bestimmung des linearisierten Modells um den zuvor berechneten Arbeitspunkt wählen Sie nun oben unter „Operating Point“ den zuvor berechneten Arbeitspunkt „op_trim1“ aus und erzeugen dann das linearisierte Modell durch betätigung des „Step“ Knopfes.



Es entsteht ein neues Modell, welches Sie wieder durch ziehen mit der LMT in den „MATLAB Workspace“ exportieren können.

Ist `linsys1` der Name des exportierten Modells, so entsteht durch
`» G_S = tf (linsys1)`
die Übertragungsfunktion.

Für diese Übertragungsfunktion G_S kann jetzt ein geeigneter Regler G_R mit `sisotool` und `ltiview` bestimmt werden. Die Simulation des Reglers im nichtlinearen Regelkreis erfolgt wieder mit Simulink.

Übungsaufgaben:

1. Betrachten Sie das nichtlineare Modell eines RL-Netzwerkes aus Kapitel 6 mit

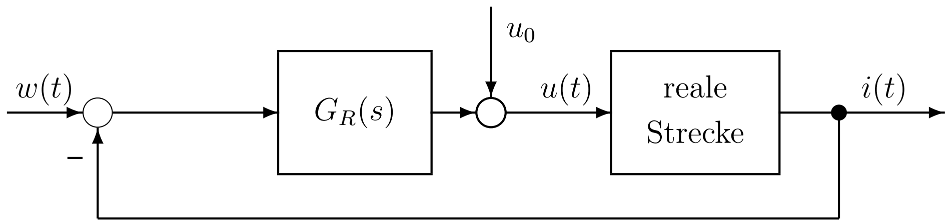
$$\begin{aligned} R &= 0.2 \\ f(\psi) &= 2.25\,\psi + \psi^2 \end{aligned}$$

   und die Ruhelage definiert durch $u_0 = 5$.

   (a) Bestimmen Sie die vollständige Ruhelage und die Übertragungsfunktion des linearisierten Modells $\left(\text{Lösung: } i_0 = 25,\ \psi_0 = 4,\ G_S(s) = \dfrac{10.25}{s + 2.05}\right)$.

   (b) Ein geeigneter PI-Regler für $G_S(s)$ ist $G_R(s) = 7\left(1 + \dfrac{1}{0.05s}\right)$. Bestimmen Sie (mit `sisotool`) $t_{5\%}$, Δ_m und h_E. (Lösung: $t_{5\%} = 0.107,\ \Delta_m = 12.6\%,\ h_E = 1$).

   (c) Simulieren Sie den nichtlinearen Regelkreis

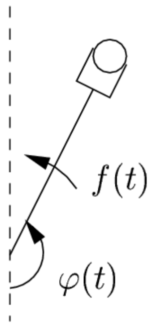


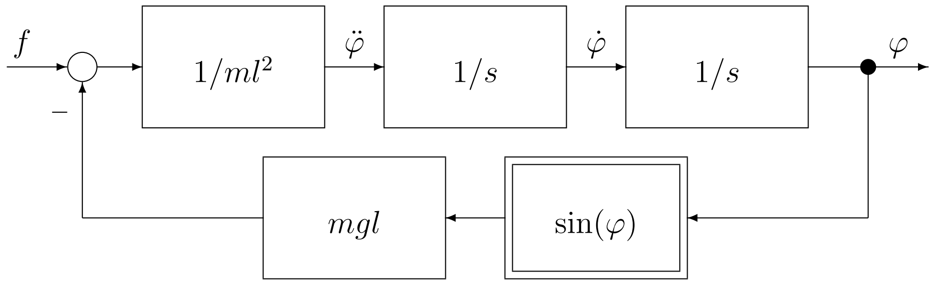
   Dabei soll gelten:

   - $G_R(s)$ ist der Regler aus Aufgabenteil (b);
   - Die „reale Strecke“ ist das nichtlineare Modell des RL-Netzwerkes;
   - Für Zeiten t zwischen 0 und 0.5 befindet sich der Regelkreis in der Ruhelage, die durch $u_0 = 5$ definiert ist.
   - Zum Zeitpunkt $t = 0.5$ gibt es einen Führungsgrößensprung derart, dass $w(t)$ auf 30 springt.
   - Die Simulationszeit beträgt 1 Sekunde.

   Inwiefern sind $t_{5\%}$, Δ_m und h_E aus dem Aufgabenteil (b) in dem Simulationsergebnis zu sehen?

2. Betrachtet wird das folgende Modell eines Roboterarms mit den Parameterwerten $m = 7$, $l = 1$ und $g = 9.81$.





(a) Stellen Sie das Simulink-Modell auf und simulieren Sie das System für das Eingangssignal $f = 0$ und die Anfangsbedingungen $\varphi(0) = 0.5236$ ($= 30°$), $\dot{\varphi}(0) = 0$. Interpretieren Sie das Ergebnis.

(b) Simulieren Sie das System für die Anfangsbedingungen $\varphi(0) = 0$, $\dot{\varphi}(0) = 0$ und das Eingangssignal

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad t < 1 \\ 4 & \text{für} \quad t \geq 1 \end{cases} .$$

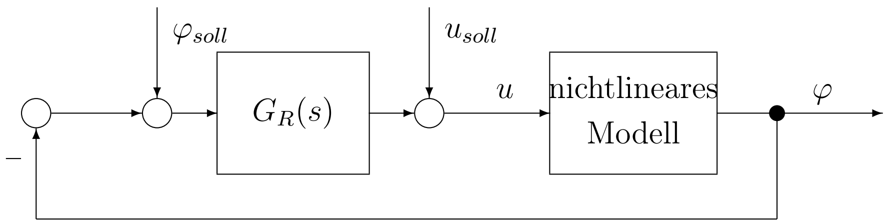
Interpretieren Sie das Ergebnis.

(c) Damit der Arm bei 30° gehalten wird ($\varphi(0) = 0.5236$), ist ein Drehmoment von $f(0) = mgl\sin(\varphi(0)) = 34.335$ notwendig. Überprüfen Sie diese Aussage durch Simulation.

(d) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G_S(s)$ des linearisierten Modells (linearisiert um die durch $\varphi(0) = 0.5236$, $\dot{\varphi}(0) = 0$ gegebene Ruhelage).

(e) Bestimmen Sie mit der WOK einen realisierbaren, stabilisierenden Regler für das linearisierte System.

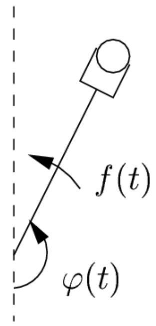
(f) Der Regler soll jetzt am nichtlinearen Modell getestet werden. Dazu wird die Aufgabe betrachtet, den Roboterarm von 10° ($\varphi_A = 0.1745$, $f_A = mgl\sin(\varphi_A) = 11.9244$) auf 30° ($\varphi_Z = 0.5236$, $f_Z = mgl\sin(\varphi_Z) = 34.335$) anzuheben. Erstellen Sie ein Simulink-Modell des folgenden Regelkreises:

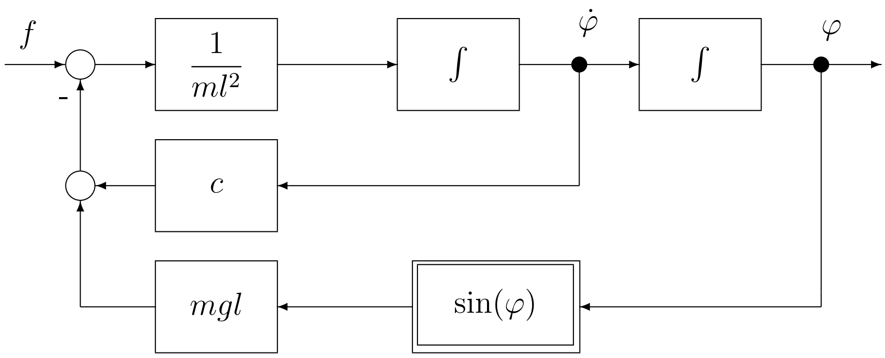


$$\begin{aligned} \varphi(0) &= \varphi_A \\ \dot{\varphi}(0) &= 0 \\ \varphi_{soll}(t) &= \begin{cases} \varphi_A & \text{für} \quad t < 1 \\ \varphi_Z & \text{für} \quad t \geq 1 \end{cases} \\ f_{soll}(t) &= \begin{cases} f_A & \text{für} \quad t < 1 \\ f_Z & \text{für} \quad t \geq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

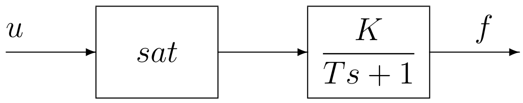
Simulieren Sie das nichtlineare System mit Ihrem Regler. Vergleichen Sie die Lösung mit den Sprungantworten aus Teil (e) bezüglich $t_{5\%}$ und Δ_m.

3. Betrachten Sie das folgende Modell eines Roboterarms mit den Parameterwerten $m = 7$, $l = 1$, $g = 9.81$, $c = 1$.





Das Drehmoment wird durch einen Motor bereitgestellt, der durch ein PT_1-Glied mit Sättigung modelliert wird:



$$K = 300,\ T = 0.1$$

$$sat(u) = \begin{cases} u & \text{falls} \quad |u| \leq 1 \\ 1 & \text{falls} \quad u \geq 1 \\ -1 & \text{falls} \quad u \leq -1 \end{cases}$$

Dabei entspricht $u = \pm 1$ dem maximal verfügbaren Drehmoment.

(a) Stellen Sie das Simulink-Modell auf. Im Übertragungsfunktionsblock können, im Gegensatz zu einem Integrator, keine Anfangswerte gesetzt werden. Realisieren Sie daher die Übertragungsfunktion des Motors unter Verwendung eines Integrators.
Hinweis: Realisieren Sie die Übertragungsfunktion des Motors als negative Rückkopplung. Beachten Sie dazu das Blockschaltbild sowie die Übertragungsfunktion eines geschlossenen Regelkreises (Seite 25/26).

(b) Simulieren Sie das System für das Eingangssignal $u = 0$ und die Anfangsbedingungen $\varphi(0) = 0.6981 (= 40°),\ \dot{\varphi}(0) = 0,\ f(0) = 0$. Interpretieren Sie das Ergebnis.

(c) Simulieren Sie das System für die Anfangsbedingungen $\varphi(0) = 0,\ \dot{\varphi}(0) = 0,\ f(0) = 0$ und das Eingangssignal

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad t < 1 \\ 0.17 & \text{für} \quad t \geq 1. \end{cases}$$

Interpretieren Sie das Ergebnis.

(d) Wiederholen Sie Teil (b) für

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad t < 1 \\ 0.18 & \text{für} \quad t \geq 1 \end{cases}$$

Interpretieren Sie das Ergebnis.

(e) Damit der Arm bei 40° gehalten wird ($\varphi(0) = 0.6981$), ist ein Eingangssignal von $u_0 = mgl \sin(\varphi(0))/300 = 0.1471$ und ein Drehmoment $f(0) = mgl \sin(\varphi(0)) = 44.1402$ notwendig. Überprüfen Sie diese Aussage durch Simulation.

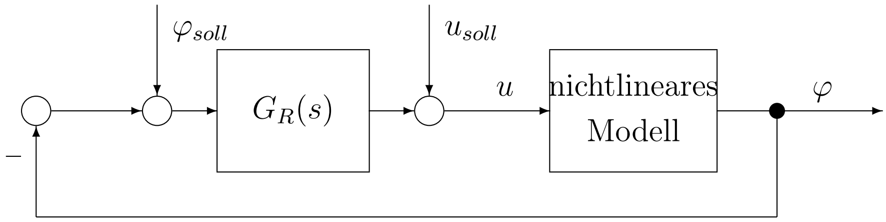
(f) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G_S(s)$ des linearisierten Modells (linearisiert um die durch $\overline{\varphi} = 0.6981$ gegebenen Ruhelage).

(Lösung: $G_S(s) = 428.57/(s+10)/(s^2 + 0.1429s + 7.515)$)

(g) Bestimmen Sie mit der WOK einen stabilisierenden Regler für das linearisierte System.

Die Führungssprungantwort sollte möglichst schnell einschwingen und dabei ein Stellsignal von höchstens 10 benötigen. Der Regler sollte kausal sein, muss aber nicht unbedingt einen Integralanteil besitzen.

(h) Der Regler soll jetzt am nichtlinearen Modell getestet werden. Dazu wird die Aufgabe betrachtet, den Roboterarm von $0°(\varphi_A = 0,\ u_A = 0)$ auf $40°(\varphi_Z = 0.6981,\ u_Z = 0.1471)$ anzuheben. Erstellen Sie ein Simulink Modell des folgenden Regelkreises:



$$
\begin{aligned}
\varphi(0) &= \varphi_A,\ \dot{\varphi}(0) = 0,\ f(0) = 0 \\
\varphi_{soll}(t) &= \begin{cases} \varphi_A & \text{für} \quad t < 1 \\ \varphi_Z & \text{für} \quad t \geq 1 \end{cases} \\
u_{soll}(t) &= \begin{cases} u_A & \text{für} \quad t < 1 \\ u_Z & \text{für} \quad t \geq 1 \end{cases}
\end{aligned}
$$

Simulieren Sie das nichtlineare System mit Ihrem Regler. Vergleichen Sie die Lösung mit den Sprungantworten aus Teil (g) bezüglich $t_{5\%}$ und Δ_m. Was passiert, wenn $u_{soll} = 0$ ist?