

1. Доказать, что из  $\Pr\{A\} = \Pr\{A|B\}$  автоматически следует, что  $\Pr\{A\} = \Pr\{A|\bar{B}\}$ .

- $\Pr\{A\} = \Pr\{A|B\} = \frac{\Pr\{AB\}}{\Pr\{B\}} \rightarrow \Pr\{A\} \Pr\{B\} = \Pr\{AB\}$
- $\Pr\{A|\bar{B}\} = \frac{\Pr\{A\bar{B}\}}{\Pr\{\bar{B}\}} \rightarrow \Pr\{A\bar{B}\} = \Pr\{A|\bar{B}\} \Pr\{\bar{B}\}$
- $\Pr\{A\} = \Pr\{AB\} + \Pr\{A\bar{B}\} = \Pr\{A\} \Pr\{B\} + \Pr\{A|\bar{B}\} \Pr\{\bar{B}\} =$   
 $\Pr\{A\} \Pr\{B\} + \Pr\{A|\bar{B}\} (1 - \Pr\{B\}) = \Pr\{A\} \Pr\{B\} + \Pr\{A|\bar{B}\} - \Pr\{A|\bar{B}\} \Pr\{B\} \rightarrow$   
 $\Pr\{A\} - \Pr\{A\} \Pr\{B\} = \Pr\{A|\bar{B}\} - \Pr\{A|\bar{B}\} \Pr\{B\} \rightarrow$   
 $\Pr\{A\} (1 - \Pr\{B\}) = \Pr\{A|\bar{B}\} (1 - \Pr\{B\}) \rightarrow \Pr\{A\} = \Pr\{A|\bar{B}\}$

2. Доказать, что из  $RR = 1$  следует, что случайные события – независимы.

- $RR = 1 = \frac{\Pr\{A|B\}}{\Pr\{A|\bar{B}\}} \rightarrow \Pr\{A|B\} = \Pr\{A|\bar{B}\}$
- $\Pr\{A\} = \Pr\{A|B\} \Pr\{B\} + \Pr\{A|\bar{B}\} \Pr\{\bar{B}\} = \Pr\{A|B\} \Pr\{B\} + \Pr\{A|B\} \Pr\{\bar{B}\} =$   
 $\Pr\{A|B\} (\Pr\{B\} + \Pr\{\bar{B}\}) \rightarrow \Pr\{A\} = \Pr\{A|B\}$

3. Количество циклов химиотерапии, требующихся пациенту в дебюте некоего заболевания, является случайной величиной со следующим распределением:

Количество циклов	1	2
Вероятность	0.5	0.5

При рецидиве распределение является следующим:

Количество циклов	2	3
Вероятность	0.25	0.75

А. Найдите математическое ожидание и дисперсию числа циклов терапии при первичном выявлении и при рецидиве (отдельно).

<b>Число циклов терапии при первичном выявлении (X)</b>	<b>Число циклов терапии при рецидиве (Y)</b>
$M[X] = 1 \times 0.5 + 2 \times 0.5 = 1.5$	$M[Y] = 2 \times 0.25 + 3 \times 0.75 = 2.75$
$D[X] = (1 - 1.5)^2 \times 0.5 + (2 - 1.5)^2 \times 0.5 = 0.25$	$D[Y] = (2 - 2.75)^2 \times 0.25 + (3 - 2.75)^2 \times 0.75 = 0.1875$

В. Предположим, что мы изучаем только рецидивировавших пациентов.

- Постройте таблицу распределения общего числа циклов терапии у рецидивировавших пациентов («дебютных» + «рецидивных»).

**Общее число циклов ( $Z = X + Y$ )**

Количество циклов	1+2	1+3	2+2	2+3
Вероятность	$0.5 \times 0.25$	$0.5 \times 0.75$	$0.5 \times 0.25$	$0.5 \times 0.75$



Количество циклов	3	4	4	5
Вероятность	0.125	0.375	0.125	0.375



Количество циклов	3	4	5
Вероятность	0.125	0.5	0.375

- Найдите математическое ожидание и дисперсию этой величины. При расчете примите допущение о том, что выбор числа циклов при рецидиве не зависит от того, сколько циклов было в дебюте.

**Общее число циклов ( $Z = X + Y$ )**

$$M[Z] = 3 \times 0.125 + 4 \times 0.5 + 5 \times 0.375 = 4.25 = M[X] + M[Y]$$

$$D[Z] = (3 - 4.25)^2 \times 0.125 + (4 - 4.25)^2 \times 0.5 + (5 - 4.25)^2 \times 0.375 = 0.4375 = D[X] + D[Y]$$

4\* На лекции мы работали со скриптом, в котором мы производили оценку математического ожидания случайной величины (прироста гемоглобина). Теперь мы хотим провести виртуальный эксперимент, в котором мы будем оценивать вероятность некоего события (например, полного исцеления после приема терапии). По-прежнему, дизайн однокрупновой. Переделайте скрипт так, чтобы в нем можно было бы анализировать ошибку в оценке вероятности события в зависимости от истинной вероятности и объема выборки. Какие закономерности вы можете вычислить, экспериментируя со скриптом?

**Estimated\_Probability.Rmd**