

Handouts/Lecture 4 (Calculus and graphics)/Lecture 4: Calculus ("matan")/Integrals.sagews

Author Eugene Strakhov

Date 2019-06-29T19:05:27

Project 07c06dbe-4967-451f-aa68-dd9268bd2ece

Location [Handouts/Lecture 4 \(Calculus and graphics\)/Lecture 4: Calculus \("matan"\)/Integrals.sagews](#)

Original file [Integrals.sagews](#)

Интегралы

Интегралы

Символьное интегрирование в SageMath выполняет функция `integral()` (синоним — `integrate()`). Мы можем вычислять как определённые, так и неопределённые интегралы.

Символьное интегрирование в SageMath выполняет функция `integral()` (синоним — `integrate()`). Мы можем вычислять как определённые, так и неопределённые интегралы.

```
1 x = var('x')
2 f = 1/x + cos(x)^2
3 intf = integral(f, x) # неопределённый интеграл
4 show(intf) # заметим, что константа в ответ не входит
5 ointf = integral(f, x, pi/2, pi) # определённый интеграл
6 show(ointf)
7 show(ointf.n(digits=4)) # ответ в виде числа
```

$$\frac{1}{2}x + \log(x) + \frac{1}{4}\sin(2x)$$

$$\frac{1}{4}\pi + \log(\pi) - \log\left(\frac{1}{2}\pi\right)$$

1.479

```
8 # Интеграл с параметром
9 a = var('a')
10 g = (x+a)/(a^2+x^2)
11 show(g.integral(x)) # integral() как метод
12 show('\displaystyle{\int'+\latex(g)+'\,dx}=\displaystyle{\int'+\latex(g.integral(x))+'}') # красивый вывод
```

$$\arctan\left(\frac{x}{a}\right) + \frac{1}{2}\log(a^2 + x^2)$$

$$\int \frac{a+x}{a^2+x^2} dx = \arctan\left(\frac{x}{a}\right) + \frac{1}{2}\log(a^2 + x^2)$$

Несобственные интегралы

Несобственные интегралы

```
13 # Расходящийся
14 integral(1/x, x, 1, oo) # ошибка
```

Error in lines 1-1

Traceback (most recent call last):

File "/projects/sage/sage-7.5/local/lib/python2.7/site-packages/smc_sagews/sage_server.py", line 982, in execute
exec compile(block+'\n', '', 'single') in namespace, locals

File "", line 1, in

File "/projects/sage/sage-7.5/local/lib/python2.7/site-packages/sage/misc/functional.py", line 664, in integral

return x.integral(*args, **kwargs)

File "sage/symbolic/expression.pyx", line 11660, in sage.symbolic.expression.Expression.integral (/projects/sage/sage-7.5/src/build/cythonized/sage/symbolic/expression.cpp:64426)

return integral(self, *args, **kwargs)

File "/projects/sage/sage-7.5/local/lib/python2.7/site-packages/sage/symbolic/integration/integral.py", line 775, in integrate

return definite_integral(expression, v, a, b, hold=hold)

File "sage/symbolic/function.pyx", line 996, in sage.symbolic.function.BuiltinFunction.__call__ (/projects/sage/sage-7.5/src/build/cythonized/sage/symbolic/function.cpp:11436)

res = super(BuiltinFunction, self).__call__()

File "sage/symbolic/function.pyx", line 486, in sage.symbolic.function.Function.__call__ (/projects/sage/sage-7.5/src/build/cythonized/sage/symbolic/function.cpp:6479)

res = g_function_evalv(self._serial, vec, hold)

File "sage/symbolic/function.pyx", line 1085, in sage.symbolic.function.BuiltinFunction._evalf_or_eval_ (/projects/sage/sage-7.5/src/build/cythonized/sage/symbolic/function.cpp:12796)

return self._eval0_(*args)

File "/projects/sage/sage-7.5/local/lib/python2.7/site-packages/sage/symbolic/integration/integral.py", line 178, in _eval_

return integrator(*args)

File "/projects/sage/sage-7.5/local/lib/python2.7/site-packages/sage/symbolic/integration/external.py", line 24, in maxima_integrator
result = maxima_sr_integral(expression, v, a, b)

File "/projects/sage/sage-7.5/local/lib/python2.7/site-packages/sage/interfaces/maxima_lib.py", line 805, in sr_integral

```

    raise ValueError("Integral is divergent.")
ValueError: Integral is divergent.
*** WARNING: Code contains non-ascii characters ***

```

Заметим, что система не просто выдаёт ошибку, а указывает, что интеграл расходится:

```
ValueError: Integral is divergent.
```

Заметим, что система не просто выдаёт ошибку, а указывает, что интеграл расходится:

```
ValueError: Integral is divergent.
```

```

15 # try-except блок
16 try :
17     integral(1/x, x, 1, oo)
18 except :
19     print 'Интеграл расходится'

Интеграл расходится

20 for k in srange(-2, 2, 1/2, include_endpoint=True) :
21     try :
22         i = integral(1/(x^k), x, 1, oo)
23         print 'k =', k, ': ', i
24     except :
25         print 'k =', k, ': интеграл расходится'

k = -2 : интеграл расходится
k = -3/2 : интеграл расходится
k = -1 : интеграл расходится
k =
-1/2 : интеграл расходится
k = 0 : интеграл расходится
k = 1/2 : интеграл расходится
k = 1 : интеграл расходится
k =
3/2 : 2
k = 2 : 1

```

Кратные интегралы

Кратные интегралы

Кратный интеграл можно вычислить, используя сведение к повторным.

Пример: $\int_0^1 dy \int_y^{e^y} \sqrt{x} dx$

Кратный интеграл можно вычислить, используя сведение к повторным.

Пример: $\int_0^1 dy \int_y^{e^y} \sqrt{x} dx$

```

26 x, y = var('x y')
27 ii = integral(integral(sqrt(x), x, y, exp(y)), y, 0, 1)
28 show(ii)

```

$$\frac{4}{9} e^{\frac{3}{2}} - \frac{32}{45}$$