Formulario di fisica

Eugenio Barbieri Viale

January 9, 2026

1 Gravitazione

1.1 Le tre leggi di Keplero

- Prima legge di Keplero: i pianeti si muovono attorno al Sole con orbite ellittiche. Il Sole è uno dei due fuochi dell'ellisse
- Seconda legge di Keplero: il raggio vettore di un pianeta spazza aree uguali in tempi uguali (la velocità aereolare è costante)
- Teza legge di Keplero:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s}$$

1.2 Legge di gravitazione universale

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \quad con \quad G = 6.673\text{e}{-11}$$

Confrontando con il peso si ricava la costante:

$$g = G\frac{M_t}{r_t^2}$$

1.3 Satelliti

Se un satellite si muove di orbita circolare, la sua velocità è:

$$v = \sqrt{\frac{GM_t}{r}}$$

Un satellite geostazionario ha periodo orbitale uguale al periodo di rotazione della Terra intorno al suo asse.
La sua energia cinetica e potenziale è:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad U = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

Si nota anche che:

$$E = -K \quad E = \frac{1}{2}U \quad U = -2K$$

1.4 Conservazione

Quando un pianeta si muove intorno al Sole si conserva sia l'energia meccanica sia il momento angolare. All'afelio e al perielio:

$$r_{af}v_{af} = r_{per}v_{per}$$

1.5 Velocità di fuga

$$v_f = \sqrt{\frac{2GM_t}{R_t}}$$

Che raggio deve avere un corpo di massa M perchè sia un buco nero (la luce non riesce a fuggire)?

$$\sqrt{\frac{2GM}{R}} = c$$

2 Termodinamica

2.1 Il primo principio della termodinamica

$$\Delta U = Q - L$$

- $Q > 0$: il sistema assorbe calore
- $Q < 0$: il sistema cede calore
- $L > 0$: il sistema compie lavoro
- $Q < 0$: il lavoro è compiuto dall'ambiente sul sistema

2.2 Trasformazioni termodinamiche di un gas ideale

Trasformazione isobara (pressione costante):

$$L = p\Delta V$$

Trasformazione isocora (volume costante):

$$L = 0 \longrightarrow \Delta U = Q$$

Trasformazione isoterma (temperatura costante):

$$L = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$$\Delta U = 0 \longrightarrow Q = L$$

Trasformazione adiabatica (non viene scambiato calore):

$$L = \frac{3}{2} nR(T_i - T_f)$$

$$Q = 0 \longrightarrow \Delta U = -L$$

2.3 Calore specifico molare

$$Q = C_m n \Delta T$$

dove C_m è il calore specifico molare ($J/(mol \cdot K)$)

Gas monoatomico:

$$\begin{aligned} C_p &= \frac{5}{2}R \quad \text{pressione costante} \\ C_v &= \frac{3}{2}R \quad \text{volume costante} \end{aligned}$$

Gas biatomico:

$$\begin{aligned} C_p &= \frac{7}{2}R \quad \text{pressione costante} \\ C_v &= \frac{5}{2}R \quad \text{volume costante} \end{aligned}$$

Per un gas perfetto monoatomico:

$$\gamma = \frac{5}{3}$$

Per un gas perfetto biatomico:

$$\gamma = \frac{7}{5}$$

2.4 Relazioni tra grandezze in trasformazioni adiabatiche

$$\begin{aligned} p_i(V_i)^\gamma &= p_f(V_f)^\gamma \\ T_i(V_i)^{\gamma-1} &= T_f(V_f)^{\gamma-1} \\ (p_i)^{1-\gamma}(T_i)^\gamma &= (p_f)^{1-\gamma}(T_f)^\gamma \end{aligned}$$

2.5 Macchine termiche

$$Q_c > 0 \quad Q_f < 0 \quad L > 0$$

Rendimento di una macchina termica:

$$\eta = \frac{L}{Q_c}$$

Dato che

$$L = Q_c + Q_f = Q_c - |Q_f|$$

il rendimento può essere scritto anche:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_f|}{Q_c}$$

La macchina di Carnot è una macchina termica reversibile. Il suo rendimento:

$$\frac{|Q_f|}{Q_c} = \frac{T_f}{T_c}$$

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

Questo è il rendimento massimo che una macchina termica può raggiungere operando tra le due temperature.

Il ciclo di Carnot è composto da:

- espansione isoterma a temperatura costante T_c
- espansione adiabatica: la temperatura diminuisce da T_c a T_f
- compressione isoterma a temperatura costante T_f
- compressione adiabatica: la temperatura ritorna T_c

2.6 Macchine frigorifere e pompe di calore

$$Q_c < 0 \quad Q_f > 0 \quad L < 0$$

Qui vale la relazione:

$$|Q_c| = |L| + Q_f$$

Macchina frigorifera:

$$COP = \frac{Q_f}{|L|}$$

Pompa a calore:

$$COP = \frac{|Q_c|}{|L|}$$

2.7 Teoria cinetica per un gas ideale

$$n = \frac{N}{N_a} \quad n = \frac{m_{totale}}{m_{atomica}}$$

La massa totale è espressa in grammi, mentre quella atomica in dalton ($1u = 1.66 \times 10^{-27} kg$)

L'equazione di stato dei gas perfetti:

$$pV = nRT$$

con $R = 8.314 \;\; J/(molK)$ la costante universale dei gas

Per un gas monoatomico, dove $\overline{K}$ è l'energia cinetica delle molecole, valgono:

$$pV = \frac{2}{3} N \overline{K}$$

$$\overline{K} = \frac{3}{2} kT$$

Quindi:

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Dove m è la massa di una molecola, T la temperatura e $k = 1.38 \times 10^{-23} J/K$ (*costante di Boltzmann*, ovvero $\frac{R}{N_A}$)

In un gas a temperatura T, ogni grado di libertà di una molecola è associato a un'energia media pari a:

$$\frac{1}{2} kT$$

L'energia interna di un gas monoatomico (1) e di un gas biatomico (2):

$$U = \frac{3}{2} nRT \quad \text{3 gradi di libertà} \tag{1}$$

$$U = \frac{5}{2} nRT \quad \text{5 gradi di libertà (vibrazione non considerata)} \tag{2}$$

2.8 Entropia

In una trasformazione reversibile:

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

L'energia dell'universo non cambia in processi reversibili, mentre aumenta sempre in processi irreversibili. Questi ultimi causano un degrado dell'energia, una cui parte non è più utilizzabile. Il lavoro inutilizzato:

$$L_{inut} = T_f \Delta S_{univ}$$

3 Onde

3.1 Cos'è un'onda?

Un'onda è una perturbazione che si propaga nello spazio e trasporta energia senza che ci sia un trasporto di materia

3.2 Diversi tipi di onda

- **onda trasversale**: le particelle del mezzo in cui si propaga l'onda oscillano perpendicolarmente alla direzione di propagazione
- **onda longitudinale**: in un solido elastico, le particelle del mezzo in cui si propaga l'onda oscillano lungo la direzione di propagazione *(come il suono)*

3.3 Caratteristiche

$$\lambda = \text{lunghezza d'onda} = \text{distanza tra due creste}$$
$$T = \text{periodo} = \Delta t \text{ in cui viene compiuta un'oscillazione completa}$$
$$f = \text{frequenza} = \frac{1}{T}$$
$$v = \text{velocità di propagazione} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$
$$v = \sqrt{\frac{F_t}{\mu}} \quad \text{con} \quad \mu = \frac{m}{L} = \text{densità lineare}$$

3.4 Descrizione matematica di un'onda

$$y = A \sin(\omega t \pm kx)$$
$$\text{dove} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{e} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- $+$ onda si propaga verso sinistra (*direzione* $-x$)
- $-$ onda si propaga verso destra (*direzione* $+x$)

3.5 Teorema di Fourier

enunciato: *Qualsiasi funzione periodica con frequenza f può essere scritta come somma di funzioni sinusoidali con frequenze che sono multipli di f*

3.6 Il suono

3.6.1 L'ampiezza massima

$$\Delta p_{max} = 2\pi f d v A$$

in cui f è la frequenza, d è la densità del mezzo, v è la velocità di propagazione dell'onda, A è lo spostamento massimo di una molecola dalla posizione di equilibrio

3.6.2 Velocità del suono in un gas

$$v_{suono} = \sqrt{\gamma k_b \frac{T}{m}}$$

$$\text{dove} \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

- γ è il rapporto tra il calore specifico molare a pressione costante (c_p) e a volume costante (c_v)
- **gas monoatomico** $\rightarrow \quad \gamma = \frac{5}{3}$
- **gas biatomico** $\rightarrow \quad \gamma = \frac{7}{5}$

3.6.3 Intensità del suono

$$I = \frac{P}{A} = \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

dove P è la potenza sonora che attraversa perpendicolarmente una data superficie, A è l'area della superficie

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

se la sorgente emette onde sonore in maniera isotropa vale questa relazione. La superficie A è quella di una sfera e r è il raggio di essa, ovvero la distanza dalla sorgente

$$I = \frac{\Delta p_{max}^2}{2dv}$$

$$I = 2\pi^2 f^2 d v A^2$$

3.6.4 Livello di intensità sonora

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

con I_0 la soglia minima di intensità sonora udibile

3.6.5 Effetto Doppler

$$f_r = f_s \frac{1}{1 - \frac{v_s}{v}} \rightarrow \text{sorgente si avvicina a ricevitore fermo } (f_r \textit{ aumenta)}$$
$$f_r = f_s \frac{1}{1 + \frac{v_s}{v}} \rightarrow \text{sorgente si allontana da ricevitore fermo} (f_r \textit{ diminuisce)}$$
$$f_r = f_s(1 + \frac{v_r}{v}) \rightarrow \text{ricevitore si avvicina a sorgente ferma } (f_r \textit{ aumenta)}$$
$$f_r = f_s(1 - \frac{v_r}{v}) \rightarrow \text{ricevitore si allontana da sorgente ferma } (f_r \textit{ diminuisce)}$$

Caso generale:

$$f_r = f_s \left(\frac{1 \pm \frac{v_r}{v}}{1 \pm \frac{v_s}{v}} \right)$$

3.7 Interferenza

Si ha interferenza costruttiva nei punti di ampiezza massima, cioè quando:

$$\Delta x = k\lambda \quad k \in Z$$

Si ha invece interferenza distruttiva nei punti di ampiezza nulla, cioè quando:

$$\Delta x = (k + \frac{1}{2})\lambda \quad k \in Z$$

$\Delta x = x_1 - x_2$ è la differenza di cammino, dove x_1 e x_2 sono le distanze del punto P dalle sorgenti S_1 e S_2.

3.8 Diffrazione

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{D}$$

dove θ è l'angolo di diffrazione, D è la larghezza della fenditura attraverso la quale il suono passa

3.9 Battimenti

$$f_{bat} = |f_1 - f_2|$$

3.10 Onde stazionarie

Le onde stazionarie sono onde che non si propagano ma rimangono confinate in una regione

3.10.1 Trasversali

$$f_n = n\frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Queste frequenze costituiscono la serie armonica. Le onde hanno n ventri

3.10.2 Longitudinali

$$f_n = n\frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

il tubo ha lunghezza L e ha le estremità aperte

$$f_n = (2n-1)\frac{v}{4L} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

il tubo ha lunghezza L e ha un'estremità chiusa

4 Elettrostatica

4.1 Costanti

Costante dielettrica nel vuoto:

$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} C^2/(Nm^2)$$

Negli altri materiali:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

4.2 Forza di Coulomb

$$|\vec{F_c}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

4.3 Campo elettrico

Per definizione:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Carica puntiforme

$$|\vec{E}| = \frac{k|q|}{r^2}$$

Piano infinito uniformemente carico

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Condensatore

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Filo conduttore infinitamente lungo e uniformemente carico

$$|\vec{E}| = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r}$$

Sfera isolante uniformemente carica

$$\begin{cases} |\vec{E}| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3} r \longrightarrow r \leq R \\ |\vec{E}| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r^2} \longrightarrow r > R \end{cases} \tag{3}$$

4.4 Flusso

Per definizione:

$$\Phi_s(\vec{E}) = \vec{E} \cdot \vec{S} = |\vec{E}||\vec{S}| \cos \varphi$$

Teorema di Gauss: *Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie gaussiana è uguale al rapporto tra la carica totale racchiusa nella superficie e la costante dielettrica*

$$\Phi_s(\vec{E}) = \frac{Q_{racchiusa}}{\varepsilon_0}$$

4.5 Energia potenziale

La forza di coulomb è conservativa, e l'energia potenziale di un sistema di due cariche puntiformi è:

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r}$$

considerando la distanza infinita come riferimento $U = 0$

In un sistema di n cariche, le coppie possibili sono:

$$N = C_{n,2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{1}{2} n(n-1)$$

4.6 Potenziale elettrico

Per definizione:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0}$$

In un condensatore con le armature a distanza d:

$$U = q|\vec{E}|d \longrightarrow V = |\vec{E}|d$$

considerando l'armatura negativa come $U = 0$ e $V = 0$

Per cariche puntiformi invece:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}$$

considerando la distanza infinita come riferimento $V = 0$

- una carica positiva accelera da una regione con potenziale maggiore a una con potenziale minore (seguendo il campo)

- una carica negativa accelera da una regione con potenziale minore a una con potenziale maggiore

Le superifici equipotenziali sono sempre perpendicolari al campo elettrico
Il lavoro che serve per spostare una carica lungo una superficie è nullo $L = 0$, poichè il prodotto scalare tra il vettore campo e il vettore spostamento è nullo $\cos\varphi = 0 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$

Il potenziale di una sfera conduttrice (r distanza dal centro, R raggio della sfera):

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \longrightarrow r \geq R$$

All'interno della sfera:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R} \longrightarrow r < R$$

Il campo in funzione della variazione di potenziale:

$$E_s = -\frac{dV}{ds}$$

dove E_s è la componente del campo elettrico sul vettore spostamento $d\vec{s}$

4.7 Circuitazione

La circuitazione del campo elettrico lungo una curva γ:

$$\Gamma_\gamma(\vec{E}) = 0$$

4.8 Capacità

Per definizione:

$$C = \frac{q}{V}$$

In una sfera:

$$C_{sfera} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

In un condensatore piano di area A e con le armature a distanza d:

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r A}{d}$$

dove ε_r è la costante dielettrica relativa del materiale tra le armature, **non** delle armature

4.9 Energia immagazzinata in un campo elettrico

L'energia potenziale elettrica immagazzinata in un condensatore con differenza di potenziale ΔV e carica q:

$$U = \frac{1}{2} q \Delta V$$

In funzione del campo:

$$U = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r A d E^2$$

La densità di energia:

$$\delta_{energia} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2$$

5 Elettromagnetismo

5.1 Autoinduzione

$$\Phi(\vec{B}) = LI$$

Dove $\Phi(\vec{B})$ è il flusso e L è l'induttanza, in henry (H)

$$\text{fem} = -L\frac{dI}{dt}$$

Dove la fem è la forza elettromotrice

$$L = \mu_0\mu_r\frac{N^2}{l}A$$

Dove L è l'induttanza di un solenoide e μ_r è la permeabilità relativa del materiale

$$I(t) = \frac{V}{R}(1 - e^{-\frac{t}{L/R}})$$

Dove I è la corrente in un circuito RL con tensione continua che si genera chiudendo il circuito. Inoltre la costante di tempo si definisce come $\tau = \frac{L}{R}$

$$I(t) = \frac{V}{R}e^{-\frac{t}{L/R}}$$

Dove I è la corrente autoindotta che si genera aprendo il circuito. Si chiama extracorrente di apertura

5.2 Mutua induzione

$$\text{fem}_s = -M\frac{dI_p}{dt}$$

Dove la fem è la forza elettromotrice che la spira primaria (con corrente variabile I_p) genera sulla spira secondaria

5.3 Energia immagazzinata in un campo magnetico

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$

Dove U è l'energia immagazzinata in un induttore con induttanza L

$$\delta_{energia} = \frac{U}{\text{vol}} = \frac{1}{2\mu_0\mu_r}B^2$$