La Teoria Cinetica dei Gas

Eugenio Barbieri Viale

18 settembre 2024

Teoria Cinetica

Un gas composto da N molecole si trova in contenitore cubico di lato L.
Devono essere rispettate le seguenti condizioni:

- Il gas ha pressione e temperatura *standard* e rimangono costanti
- La densità del gas è bassa
- N è sufficientemente grande
- Le molecole sono puntiformi
- Gli urti con le pareti sono elastici
- Gli urti tra molecole si trascurano

Si considera una molecola di massa m che urta perpendicolarmente la parete destra x del cubo. Prima dell'urto, essa ha quantità di moto $q_i = +m\vec{v}$, mentre poi $q_f = -m\vec{v}$. L'intervallo di tempo tra due urti consecutivi con la stessa parte è $\Delta t = \frac{2L}{v}$.

Possiamo quindi trovare la forza media esercitata dalla parete sulla particella. Per il *teorema dell'impulso*:

$$\vec{F_m} = \frac{\vec{q_f} - \vec{q_i}}{\Delta t} = \frac{(-m\vec{v}) - (+m\vec{v})}{\frac{2L}{v}} = -\frac{mv^2}{L}$$

Perciò la forza esercitata dalla particella sulla parete è quindi:

$$F_m = +\frac{mv^2}{L}$$

mentre la forza totale esercitata da tutte le molecole sulla parete destra x è:

$$F_x = \frac{m}{L}\sum_{i=1}^{N} v_{x,i}^2$$

Sapendo che la pressione è data dal rapporto tra la componente perpendicolare di una forza e l'area della superficie, la pressione sulla parete x è:

$$p_x = \frac{F_x}{L^2} = \frac{m}{L^3}\sum_{i=1}^{N} v_{x,i}^2$$

Questo vale anche per le pressioni p_y e p_z sulle pareti y e z. La pressione totale è data dalla media di queste tre pressioni:

$$p_{tot} = \frac{m}{3L^3}\sum_{i=1}^{N}(v_{x,i}^2 + v_{y,i}^2 + v_{z,i}^2)$$

$$p_{tot} = \frac{Nm}{3L^3}\frac{\sum_{i=1}^{N}(v_{x,i}^2 + v_{y,i}^2 + v_{z,i}^2)}{N}$$

$$p_{tot} = \frac{Nm}{3L^3}\frac{\sum_{i=1}^{N} v_i^2}{N}$$

Infine:

$$p_{tot} = \frac{Nm}{3L^3}\overline{v^2}$$

Sapendo che, per definizione, la *velocità quadratica media* è la radice quadrata della *media dei quadrati delle velocità* ($v_{qm} = \sqrt{\overline{v^2}}$):

$$p = \frac{Nm}{3V}v_{qm}^2$$

$$pV = \frac{2N}{3}(\frac{1}{2}mv_{qm}^2)$$

Di conseguenza:

$$pV = \frac{2}{3}N\overline{K} \longleftrightarrow \overline{K} = \frac{3}{2}kT$$

(dove k è la *costante di Boltzmann*, ovvero $\frac{R}{N_A}$)

In conclusione, abbiamo quindi messo in relazione grandezze *macroscopiche*, come la pressione, il volume e la temperatura, con grandezze *microscopiche*, come l'energia cinetica delle particelle.