Elettrostatica

Eugenio Barbieri Viale

3 maggio 2025

Costante dielettrica nel vuoto:

$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} C^2/(Nm^2)$$

Negli altri materiali:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

Forza di Coulomb

$$|\vec{F}_c| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

Campo elettrico

Per definizione:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Di una carica puntiforme:

$$|\vec{E}| = \frac{k|q|}{r^2}$$

Generato da un piano infinito uniformemente carico:

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

In un condensatore:

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Generato da un filo conduttore infinitamente lungo e uniformemente carico:

$$|\vec{E}| = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r}$$

Generato da una sfera isolante uniformemente carica:

$$\begin{cases} |\vec{E}| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3} r \longrightarrow r \leq R \\ |\vec{E}| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r^2} \longrightarrow r > R \end{cases} \tag{1}$$

Flusso

Per definizione:

$$\Phi_s(\vec{E}) = \vec{E} \cdot \vec{S} = |\vec{E}||\vec{S}| \cos\varphi$$

Teorema di Gauss: *Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie gaussiana è uguale al rapporto tra la carica totale racchiusa nella superficie e la costante dielettrica*

$$\Phi_s(\vec{E}) = \frac{Q_{racchiusa}}{\varepsilon_0}$$

Energia potenziale

La forza di coulomb è conservativa, e l'energia potenziale di un sistema di due cariche puntiformi è:

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r}$$

considerando la distanza infinita come riferimento $U = 0$

In un sistema di n cariche, le coppie possibili sono:

$$N = C_{n,2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{1}{2} n(n-1)$$

Potenziale elettrico

Per definizione:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0}$$

In un condensatore con le armature a distanza d:

$$U = q|\vec{E}|d \longrightarrow V = |\vec{E}|d$$

considerando l'armatura negativa come $U = 0$ e $V = 0$

Per cariche puntiformi invece:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}$$

considerando la distanza infinita come riferimento $V = 0$

- una carica positiva accelera da una regione con potenziale maggiore a una con potenziale minore (seguendo il campo)
- una carica negativa accelera da una regione con potenziale minore a una con potenziale maggiore

Le superifici equipotenziali sono sempre perpendicolari al campo elettrico
Il lavoro che serve per spostare una carica lungo una superficie è nullo $L = 0$, poichè il prodotto scalare tra il vettore campo e il vettore spostamento è nullo $\cos\varphi = 0 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$

Il potenziale di una sfera conduttrice (r distanza dal centro, R raggio della sfera):

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \longrightarrow r \geq R$$

All'interno della sfera:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R} \longrightarrow r < R$$

Il campo in funzione della variazione di potenziale:

$$E_s = -\frac{\Delta V}{\Delta s}$$

dove E_s è la componente del campo elettrico sul vettore spostamento $\Delta\vec{s}$

Circuitazione

La circuitazione del campo elettrico lungo una curva γ:

$$\Gamma_\gamma(\vec{E}) = 0$$

Capacità

Per definizione:

$$C = \frac{q}{V}$$

In una sfera:

$$C_{sfera} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

In un condensatore piano di area A e con le armature a distanza d:

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r A}{d}$$

dove ε_r è la costante dielettrica relativa del materiale tra le armature, **non** delle armature

L'energia potenziale elettrica immagazzinata in un condensatore con differenza di potenziale ΔV e carica q:

$$U = \frac{1}{2}q\Delta V$$

In funzione del campo:

$$U = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r AdE^2$$

La densità di energia:

$$\delta_{energia} = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2$$