

摘要

本文针对新冠肺炎疫苗的生产问题，运用多项式拟合的方法，构建了分组研究的模型，综合运用了 PyCharm Community Edition、Visual Studio Code 等软件编程求解，得出了相对应的结论，最后结合模型为疫苗的生产。

本文的特色是对疫苗在不同条件下的生产效率如何达到最大，使疫苗能更快更好的进行加工。

针对问题一，我们统计附件一中的 10 种不同疫苗在 4 个工位上生产时间的数据，运用数学计算的方法，利用 PyCharm Community Edition 软件进行数据导入，并且通过 python、JS 等编程求解，从而对每箱疫苗的生产时间进行均值、方差、最值、概率分析等统计分析，得出每个工位生产疫苗的能力水平，以供参考。

针对问题二，我们观察在问题一中得到的数据及图表，通过 Dijkstra 算法思想建立用时最短的数学模型，利用建立的数学模型得出最优疫苗生产排序结果，最后以初始时刻为 00:00，计算生产总时间。

针对问题三，由于生产疫苗的所需时间具有随机性，若需要疫苗交货时间比问题 2 的总时间缩短 5%，则我们在 50 次实验中选出完成时间最短的 10 次实验，在观察图像并对比后，可将 10 种疫苗分为三大类，再对这三大类通过数据多项式拟合的方法建立不同的数学模型，最终确定最优生产顺序，计算出缩短时间比例。

关键词：python echarts Dijkstra 算法 多项式拟合

1.问题的重述

1.1 背景知识

1.1.1 引言部分

新冠肺炎肆虐全球，给世界带来了深重的灾难。各国为控制疫情纷纷研发新冠疫苗。假定疫苗生产需要经过 CJ1 工位、CJ2 工位、CJ3 工位以及 CJ4 工位等 4 个工艺流程。每个工艺流程一次性均能处理 100 剂疫苗，这 100 剂疫苗装进一个加工箱一起送进工位的设备进行处理。而且，只有按照 CJ1-CJ2-CJ3-CJ4 的顺序在 4 个工位都进行了加工以后，才算完成生产。为防止疫苗包装出现混乱，某疫苗生产公司生产部门规定，每个工位不能同时生产不同类型的疫苗，疫苗生产不允许插队，即进入第一个工位安排的每类疫苗的生产顺序一旦确定就要一直保持不变，而且前一种类型的疫苗离开某个工位后，后一种类型的疫苗才能进入这个工位。

1.1.2 研究意义

自从新冠疫情爆发后，全球的疫情控制持续了较长的时间，并且可预见的是在以后的一段时间内仍会有部分疫情无法完全控制，即新冠肺炎可能长期存在。所以，研究如何在不同条件下更快更好的生产新冠疫苗、直观的掌握每个工位生产疫苗的水平、如何在最短的时间内进行疫苗交付等问题就是十分必要的。

1.2 具体问题

1.问题一

利用附件中的数据，对每箱疫苗在所有工位上的生产时间进行均值、方差、最值、概率分布等统计分析。

2. 问题二

以每个工位生产每箱疫苗平均时间为依据，对疫苗的生产顺序进行规划，以便能在最短时间内交付。

3. 问题三

如果要求该公司疫苗交货总时间比问题 2 的总时间缩短 5%，以最大的概率完成这个任务为目标，确定生产顺序，并给出缩短的时间比例与最大概率之间的关系。

4. 问题四

该疫苗生产公司接收了 10 种类型疫苗不同规模的生产任务，每个工位每天生产的时间不能超过 16 小时，要求同种类型疫苗生产全部完成之后才能生产另外类型的疫苗。在可靠性为 90%的前提下安排生产方案，多少天可以完成任务。

5. 问题五

该疫苗生产公司计划在 100 天内选择部分数量的疫苗进行生产，每个工位每天生产的时间不能超过 16 小时，每种类型的疫苗可以只完成一部分。以最大销售额为目标，安排生产计划。

2.问题的分析

2.1 研究现象综述

自从新冠疫情爆发后，全球各国都在计划尽快研制出疫苗，，所以我们研究如何在不同条件下更快更好的生产新冠疫苗、如何在最短的时间内进行疫苗交付等问题就是十分必要的。

2.2 对问题的具体分析和对策

1.对问题一的分析

问题一要求我们对每箱疫苗在所有工位上的生产时间进行均值、方差、最值、概率分布等统计分析，以方便疫苗生产公司管理者能够直观的掌握每个工位生产疫苗的能力水平，为疫苗生产提供参考。

2.对问题二的分析

若需要对疫苗的生产顺序及进行规划，则我们选择通过 Dijkstra 算法思想来建立一个用时最短的数学模型，利用所建立的数学模型得出最优疫苗生产的排序结果，并且以初始时刻为 00:00，计算生产总时间。

3.对问题三的分析

我们对附件中的数据进行处理后，可得到一个完成时间的散点图，对该图进行观察分析，可以观察到较为近似的多项式曲线，我们这些曲线进行多项式拟合，可以得到不同的多项式方程，从而取得最优解。

3.模型的假设

假设机器运行时无故障。
适当忽略计算时的小数。

4.名词解释和符号说明

v_i : 疫苗的生产时间点

$T_{i,j}$: 生产第 i 个工位第 j 箱疫苗的平均时间

T : 时间总和

5.模型的建立与求解

5.1 问题一的分析与求解

1.对问题一的分析

本问题要求我们对所有工位的生产时间进行均值、方差、最值、概率分布等统计分析，结合附件中的数据，得出较为直观的图表。

2.对问题一的求解

利用 PyCharm Community Edition、Visual Studio Code 等软件，导入附件中的数据后，结合 python、JavaScript 语言进行程序编写，求出所需均值、方差、最值、概率分布等统计分析数据。

按照十种不同的疫苗类型、四种不同的生产工位，以及每项疫苗加工的时间记录，可求得 10 种疫苗的 50 次模拟生产的均值为图 5.1、5.2、5.3 所示

疫苗类型 The vaccine type	每箱（内装100剂）疫苗生产加工时间均值（分钟） Processing time of vaccine per box (minutes)
YM1	17.323625 16.8562 15.7455 17.11655 17.241475 17.00935 16.9778 17.931775 16.619975 17.104275 17.248325 16.553725 17.239 16.48382 16.217755 17.051875 16.75085 16.53752 16.81877 17.221675 16.14375 17.870125 17.238075 16.372075 16.93255 17.0456 16.069675 17.5049 16.70915 16.715375 16.50175 18.181875 17.938575 16.971225 17.490225 17.02595 17.195975 17.7316 17.661825 16.584275 17.535875 17.702318 16.425775 17.93675 16.960625 16.56445 16.3406 16.18045 16.428425 17.30415
YM2	16.852475 16.49575 16.974575 15.9899 15.94465 16.27655 17.5246 17.0591 15.9881 16.682625 16.328525 17.459475 16.690275 16.443725 17.3518 16.076 16.524875 17.36015 16.3546 15.56235 16.952225 16.115975 16.716525 16.018375 17.138875 17.09355 16.458125 16.31125 16.9913 17.53005 16.651275 17.5017 16.596275 17.240225 16.43335 15.6927 16.6273 16.09057 16.88867 16.3632 17.369675 16.70575 16.342925 17.0356 16.597225 17.392475 16.591275 16.84795 16.5005 16.376625
YM3	16.4222 16.22485 16.244675 16.8213 16.219875 16.330125 16.8407 15.578325 16.60135 17.10525 16.240525 16.89415 16.60105 16.285825 16.44095 16.715175 16.231275 16.09355 16.463375 16.2994, 16.1755 17.056125 16.458275 16.8294 16.948525 16.66725 16.500925 16.870125 16.86075 16.392825 16.396325 16.319625 16.375075 17.4569 16.491775 16.838375 16.082, 16.53135, 16.564525, 16.531325, 16.688675, 16.6417, 15.996, 16.205625, 16.851175, 16.30655, 16.1043, 16.49085, 17.097275, 17.08925
YM4	10.708725, 9.852075, 11.2989, 10.9221, 10.615225, 10.2484, 10.58135, 10.78875, 9.88715, 10.283025 11.3607, 10.4512, 10.0861, 10.616425, 10.6395, 11.093475, 10.261425, 10.581575, 10.7047, 11.049475 10.828325, 10.989625, 10.181275, 10.5736, 10.85165, 10.42665, 10.049475, 9.9243, 9.7424, 10.05585 10.66375, 10.057775, 10.41705, 11.008525, 10.7467, 10.67515, 9.968825, 9.922725, 10.59355, 10.77955 11.1091, 10.0199, 10.197825, 10.99525, 10.61665, 10.3137, 10.300925, 10.10025, 10.093325, 10.635375,

图 5.1 YM1-YM4 50 次实验的均值

疫苗类型 The vaccine type	每箱（内装100剂）疫苗生产加工时间均值（分钟） Processing time of vaccine per box (minutes)
YM5	11.5769, 11.47915, 11.652675, 11.589225, 11.86625, 11.51065, 11.4789, 11.653325, 12.3052, 11.30045, 11.00885, 11.204175, 11.50525, 11.425075, 11.616175, 11.31095, 11.7726, 11.89825, 11.98035, 11.3664, 11.75335, 12.264425, 11.5505, 11.41805, 11.825825, 11.1433, 12.005675, 11.8184, 12.0589, 11.7157, 11.992725, 12.169375, 11.35255, 11.9765, 11.9421, 13.2345, 11.682375, 10.81545, 11.44405, 12.201525, 11.747125, 11.4517, 10.757525, 11.84795, 11.985425, 12.0772, 12.466, 10.82645, 11.865, 11.443675
YM6	16.6925, 16.6656, 16.145375, 16.8037, 17.50585, 17.6546, 17.489375, 17.023525, 16.78215, 16.660775, 16.6197, 17.0427, 16.74825, 17.134025, 15.993025, 17.1517, 17.11735, 17.04075, 16.361975, 17.111325, 17.15885, 16.685, 16.216975, 16.897675, 17.1848, 16.022675, 17.2123, 16.86775, 16.27575, 17.01755, 16.265975, 16.2016, 17.2508, 17.16525, 17.01825, 17.727525, 16.58645, 16.903, 15.866075, 16.24435, 16.357, 16.7441, 17.425625, 16.7512, 16.933475, 16.294925, 16.758975, 17.2556, 16.4892, 16.48785
YM7	14.670975, 14.50535, 15.394425, 15.2763, 14.4925, 14.65555, 14.501075, 14.5961, 14.3884, 14.519825, 14.741925, 14.485025, 13.504925, 15.169375, 14.4802, 14.858075, 15.3329, 14.0071, 13.955, 15.005825, 14.9557, 15.1038, 14.8382, 15.53865, 14.5663, 14.35285, 14.50405, 13.82195, 15.253125, 15.154625, 14.293225, 15.097, 14.347, 14.359525, 14.835025, 14.6716, 15.172175, 14.2724, 14.821125, 14.496175, 14.73815, 14.880475, 15.0482, 13.91105, 15.099775, 14.65975, 14.9102, 15.183925, 14.6408, 14.400725
YM8	14.2316, 14.858325, 15.826675, 15.3753, 15.84875, 14.29015, 14.805, 15.52275, 14.9938, 14.706475, 15.30545, 15.0446, 14.7885, 14.810525, 14.66045, 15.2678, 14.13005, 16.309675, 14.754225, 15.147275, 15.14535, 14.029475, 14.473975, 15.0125, 14.73355, 15.0498, 13.974075, 15.766825, 14.302, 14.695625, 15.922025, 14.5289, 14.106025, 15.674775, 15.102775, 15.5788, 14.954475, 15.059, 15.2053, 14.82135, 14.041475, 14.962325, 14.550375, 14.501225, 15.1182, 15.1447, 14.7507, 14.822, 15.027325, 15.684525

图 5.2 YM5-YM8 50 次实验的均值

疫苗类型 The vaccine type	每箱（内装100剂）疫苗生产加工时间均值（分钟） Processing time of vaccine per box (minutes)
YM9	10.35455, 10.83585, 11.296325, 10.9446, 10.316975, 10.465625, 10.260975, 10.2625, 10.80855, 10.4167, 10.617125, 10.6549, 10.79615, 10.3304, 10.02145, 10.584225, 10.73725, 10.875225, 10.8570, 10.027575, 10.60517, 10.374675, 11.17595, 11.11215, 10.23945, 10.704175, 10.604425, 10.8688, 11.2807, 10.3718, 10.967325, 11.1841, 10.506825, 11.33502, 11.09, 10.89135, 10.502, 10.676775, 10.54435, 10.664575, 11.250725, 10.46492, 10.7271, 11.122775, 11.5832, 11.00425, 10.899725, 11.1838, 10.861525, 11.7477
YM10	11.18455, 11.133125, 11.3502, 11.424375, 11.32765, 11.18935, 11.424, 11.781275, 11.29535, 11.803525, 11.366325, 11.4077, 11.575925, 11.898525, 11.37105, 11.14005, 11.3345, 10.92895, 11.17365, 11.5378, 11.29415, 10.949425, 11.3176, 11.642325, 10.8536, 11.2115, 11.237525, 11.440975, 11.360075, 11.0917, 11.20805, 11.46445, 10.92755, 11.765275, 11.5356, 10.76405, 11.00505, 11.014125, 11.33745, 10.92375, 11.360875, 11.229625, 11.2773, 11.0177, 10.95635, 11.1353, 10.990875, 11.016975, 11.2028, 11.13205

图 5-3 YM9-YM10 50 次实验的均值

利用方差公式：

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

以 YM1-YM10 为横坐标，方差值为纵坐标，编写程序可得 10 种疫苗的 50 次模拟生产的方差如图 5.4 所示：

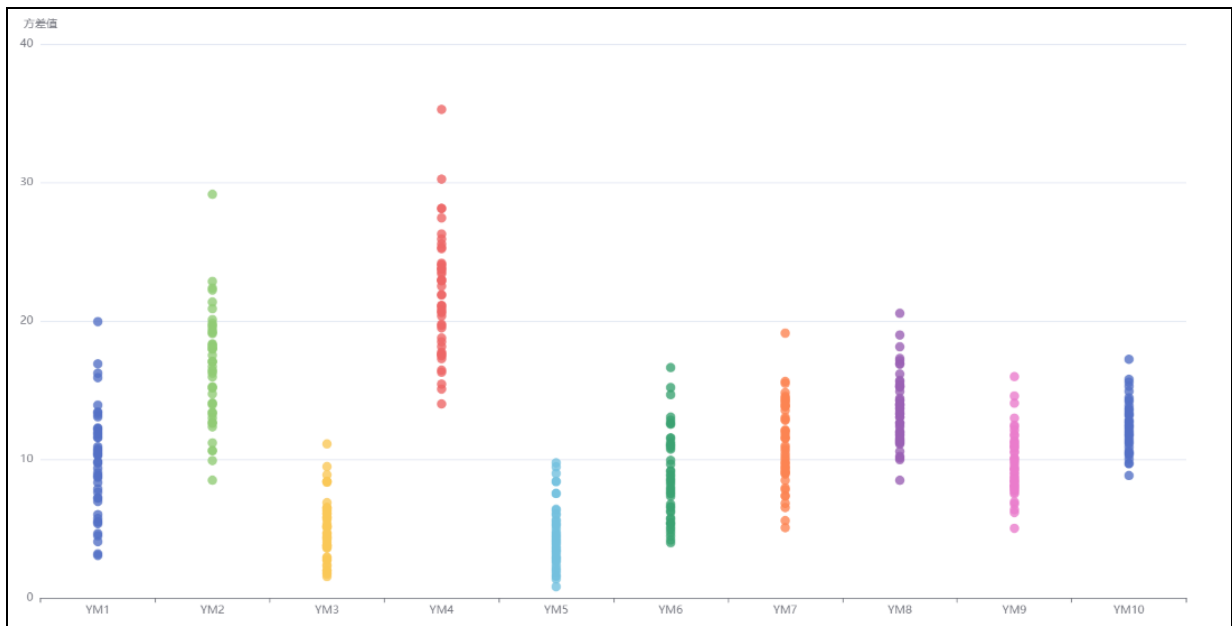


图 5.4 YM1-YM10 的方差分布

我们从图 5.4 可以直观的看出 YM1-YM10 的所有实验的方差分布，可得出 YM3、YM5 方差值最小，也即样本数据的波动较小，可以考虑优先生产这两款疫苗，而 YM6、YM7、YM9 方差值的散点堆积高度相似，可考虑把 YM6、YM7、YM9 当做一个系列的生产，而波动最大的为 YM2、YM4，如果想节约生产时间与成本的话可以考虑减产。

根据附件一中的数据，进行数据处理及分析后，可得出表 5.1，即每箱疫苗生产加工给的时间最值（包括最大值与最小值），如下表所示：

表 5.1 每箱疫苗生产加工时间的最值（分钟）

疫苗类型 The vaccine type	每箱（内装 100 剂）疫苗生产加工时间最值（分钟） Processing time of vaccine per box (minutes)	
	最大值	最小值
YM1	73.7031	62.982
YM2	70.1202	62.2494
YM3	69.8276	62.3133
YM4	45.4428	38.9696
YM5	52.938	43.0301
YM6	70.9101	63.4643
YM7	62.1546	54.0197
YM8	65.2387	55.8963
YM9	46.9911	40.0858
YM10	47.5941	43.0562

最后，利用附件中数据，以不同颜色标记 YM1-YM10 在 50 箱模拟生产中的情况，通过 echarts 画出对应的折线图，可以较为直观的看出 10 种疫苗在 50 次模拟生产中的变化趋势，可以更好的掌握每种疫苗的生产能力水平。

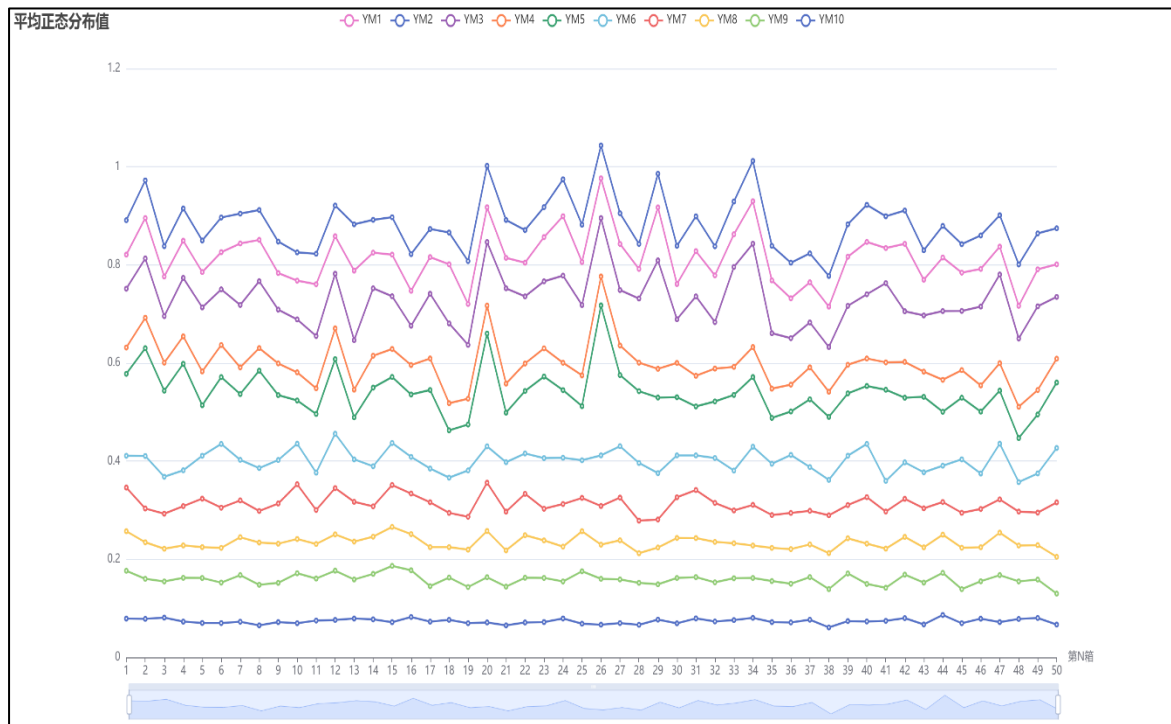


图 5.5 每箱疫苗生产加工时间的正态分布图

5.2 问题二的分析与求解

1.对问题二的分析

观察在问题一中我们得到的每个工位生产每箱疫苗平均时间,为了能在最短时间内交付疫苗,我们根据生产疫苗的平均时间,利用 Dijkstra 算法建立用时最短的数学模型,可得到最优结果。

2.对问题二的求解

根据附件中的数据以及问题一中所得结果,

建立生产疫苗最快顺序的时间模型为:

$$T = \sum_{i=1, j=1}^{i=4, j=10} T_{i,j} \quad (i \leq 4, j \leq 10)$$

利用所得数学模型、PyCharm Community Edition 软件和 python 语言进行代码编写。即利用 python 通过 Dijkstra 算法程序得出时间总和 T 。

表 5.2 YM1-YM10 的生产时间总和 (秒)

	平均时间									
	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}
时间总和 T(s)	68.105	66.649	66.118	41.990	46.747	67.201	58.758	59.793	43.041	45.065

由表可知，时间最短的疫苗生产顺序为：

$$v_4 - v_9 - v_{10} - v_5 - v_7 - v_8 - v_3 - v_2 - v_6 - v_1。$$

以初始时刻为 00:00，计算生产总时间，并将结果填入，可得下表 5.3：

表 5.3 问题 2 的结果

加工顺序（填疫苗编号）	进入 CJ1 时刻	离开 CJ4 时刻
YM4	00: 00	00: 41
YM9	00: 41	01: 24
YM10	01: 24	02: 09
YM5	02: 09	02: 55
YM7	02: 55	03: 53
YM8	03: 53	04: 52
YM3	04: 52	05: 58
YM2	05: 58	07: 04
YM6	07: 04	08: 11
YM1	08: 11	09: 21

5.3 问题三的分析与求解

1.对问题三的分析

我们对附件中的数据进行处理后，可得到一个以 50 组实验为横坐标，以完成时间为纵坐标的直观表达 10 种疫苗完成时间的散点图，对该图进行分析，可以观察到 YM1、YM2、YM3、YM6 曲线较为接近，可近似的看作一组多项式曲线，YM7、YM8 可近似看作一组多项式曲线，YM4、YM9、YM10 可近似看作一组多项式曲线，我们分别对这三组曲线进行多项式拟合，可以得到三组不同的多项式方程，从而取得最优解。

2.对问题三的求解

对附件中数据进行处理后，利用 echarts 可视化分析得到图 5.6，即 50 次实验不同疫苗的散点图，具体如下图所示：

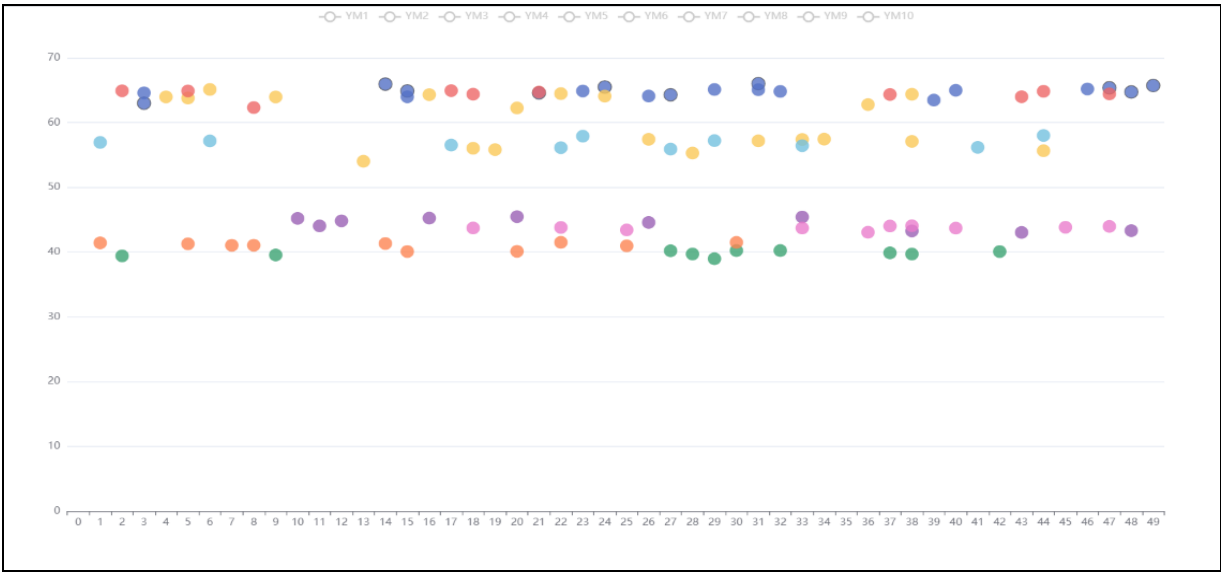


图 5.6 50 次实验不同疫苗散点图

在连接 YM1、YM2、YM3、YM6 四种疫苗的曲线后，可得到折线图 5.7，如下图所示：

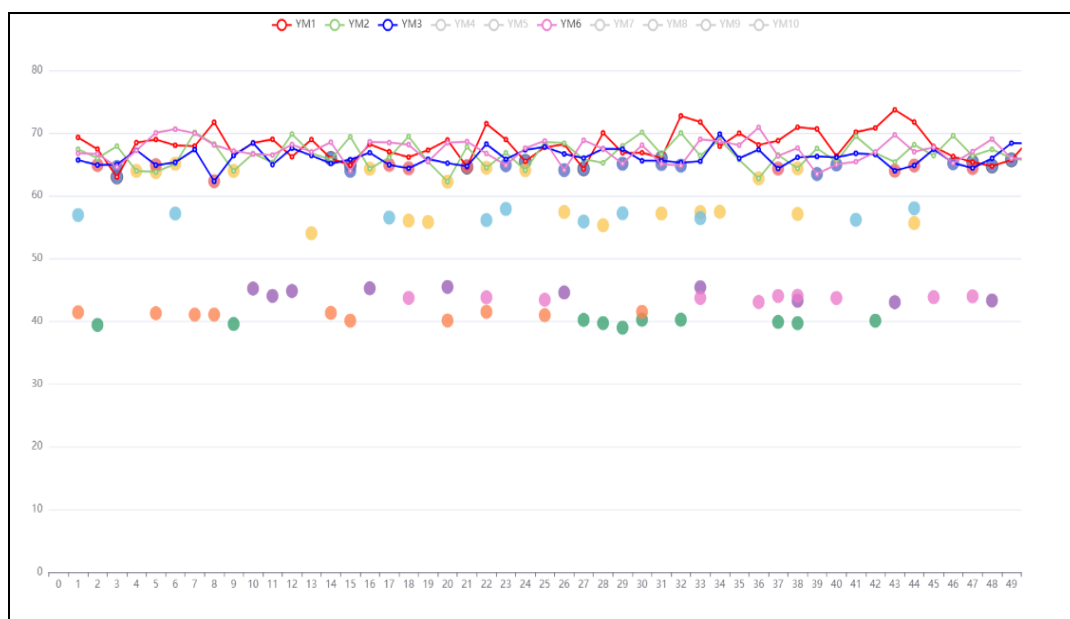


图 5.7 YM1、YM2、YM3、YM6

之后利用 echarts 对 YM1、YM2、YM3、YM6 四种疫苗数据进行拟合，建立一个较为恰当的数学模型，在程序输出后，可得到近似拟合曲线模型：

$$Y_1 = 0.1 * 10^{-3} X_1^3 - 0.4 * 10^{-2} X_1^2 + 0.09 X_1 + 63.81$$

在连接 YM7、YM8 两种疫苗的曲线后，可得到折线图 5.8，如下图所示：

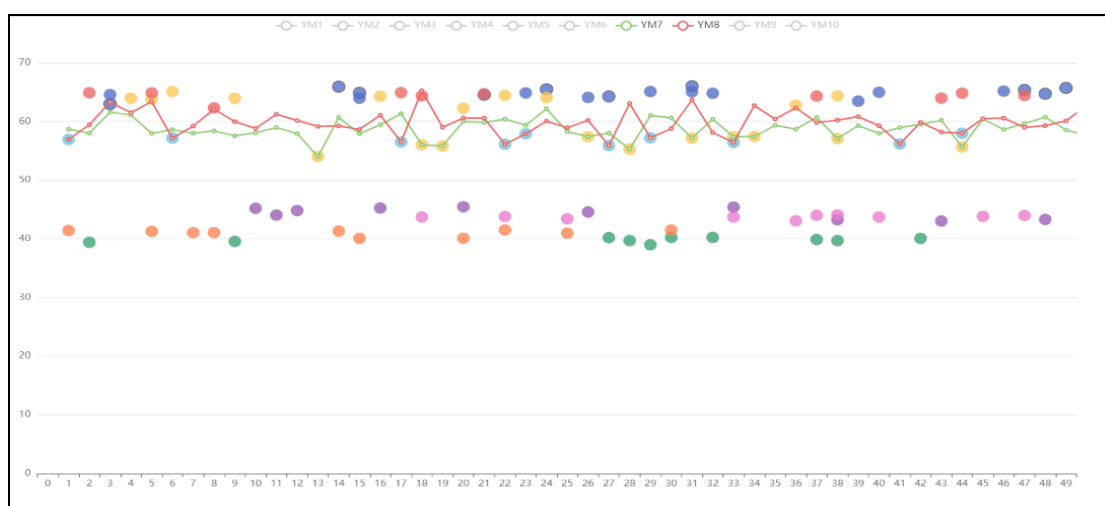


图 5.8 YM7、YM8

利用 echarts 对接 YM7、YM8 两种疫苗数据进行拟合，建立一个较为恰当的数学模型，在程序输出后，可得到近似拟合曲线模型：

$$Y_2 = -0.2 * 10^{-3} X_2^3 + 1.5 * 10^{-2} X_2^2 - 0.28 X_2 + 57.41$$

在连接 YM4、YM5、YM9、YM10 四种疫苗后，可得到可视化折线图 5.9，如下图所示：

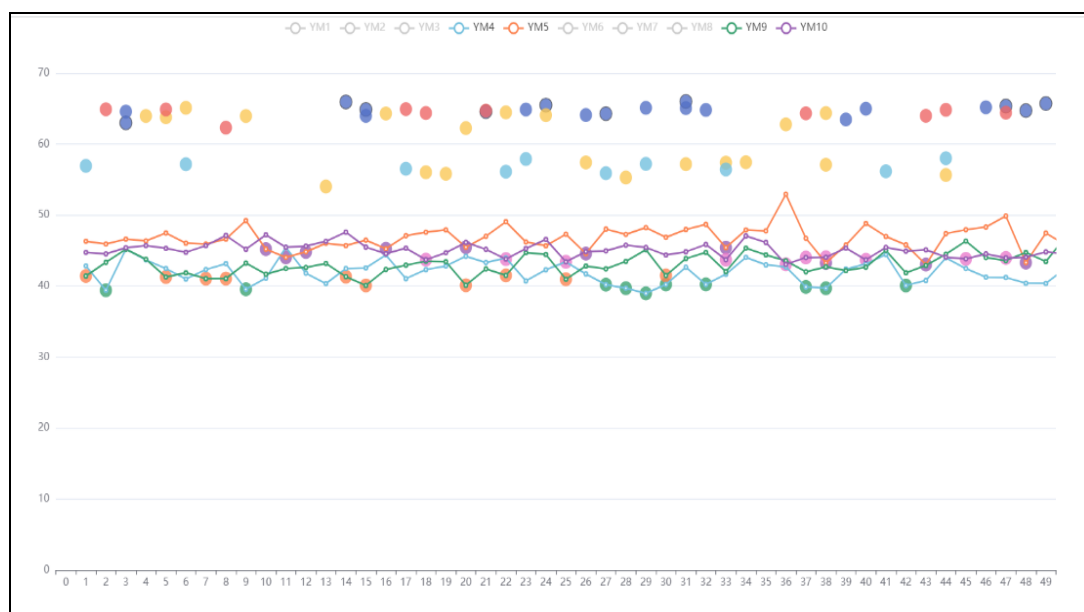


图 5.9 YM4、YM5、YM9、YM10

利用 echarts 对 YM4、YM5、YM9、YM10 四种疫苗数据进行拟合，建立一个较为恰当的数学模型，在程序输出后，可得到近似拟合曲线模型：

$$Y_3 = 0.3 * 10^{-3} X_3^3 - 2.1 * 10^{-2} X_3^2 + 0.44 X_3 + 39.73$$

根据多项式数据拟合所得的三个曲线模型，按时间较短的疫苗优先生产原则，首先生产 YM4、YM5、YM9、YM10 四种疫苗，带入疫苗每箱的数据，可求得

$$Y_3 = 162.7120$$

再将生产 YM7、YM8 两种疫苗，带入疫苗每箱的数据，可求得

$$Y_2 = 112.5868$$

最后将生产 YM1、YM2、YM3、YM6 四种疫苗，带入疫苗每箱的数据，可求得

$$Y_1 = 257.3824$$

所以，优化后的总时间为

$$Y_{\text{总}} = Y_1 + Y_2 + Y_3 = 532.6812$$

因为优化前所需时间为 $Y = 562$ ，所以缩短时间比例为：

$$\frac{Y - Y_{\text{总}}}{Y} \approx 0.0521 = 5.21\%$$

生产顺序为：

$$v_4 - v_{10} - v_5 - v_9 - v_7 - v_8 - v_1 - v_6 - v_2 - v_3。$$

6.模型改进及推广

本文在数据处理的过程中，由于时间及能力有限，在某些环节会有数据差异或者误差等等，可能会造成一定程度的结果失真，但从实际结果来看，也可较为完美的反映所得到的一般规律，可侧面反映出模型的实用价值。

7.参考文献

- [1]姜启源、谢金星、叶俊， 《数学模型》，北京:高等教育出版社，2005 年： .
- [2]司守奎、孙兆亮，《数学建模算法与应用》(第二版)北京:国防工业出版社，2016 年:
- [3]盛骤、谢式千、潘承毅， 《概率论与数理统计》，北京:高等教育出版社，2015 年。