

Lekce 1

Considering a neural network with D input neurons, a single hidden layer with H neurons, K output neurons, hidden activation f and output activation a , list its parameters (including their size) and write down how is the output computed. [5]

Parametry

- Matice $W \in \mathbb{R}^{D \times H}$ a $V \in \mathbb{R}^{H \times K}$
- Biasy b a p

Výpočet

- Výstup vnitřní vrstvy $h = f(Wx + b)$
- Finální výstup $o = a(Vh + p)$

List the definitions of frequently used MLP output layer activations (the ones producing parameters of a Bernoulli distribution and a categorical distribution). Then write down three commonly used hidden layer activations (sigmoid, tanh, ReLU). [5]

Výstupní vrstvy

- $\sigma(x) = 1/(1 + e^{-x})$ pro binární klasifikaci
- $\text{softmax}(x)_i = e^{x_i} / \sum_j e^{x_j}$, rozšíření sigmoidu na více tříd

Vnitřní vrstvy

- $\sigma(x) = 1/(1 + e^{-x})$, není ideální
- $\tanh(x) = 2\sigma(2x) - 1$, sigmoid upravený tak, aby byl symetrický (tj. aby jeho opakování nekonvergovalo k 1) a aby jeho derivace v 0 byla 1
- $\text{ReLU}(x) = \max(0, x)$, jednoduchá nelinearita

Formulate the Universal approximation theorem. [5]

Nechť $\varphi(x)$ je nekonalstatní, omezená, neklesající spojitá funkce (později dokonce jakákoli nepolynomiální). Poté $\forall \varepsilon > 0$ a $\forall f$ spojitě na $[0, 1]^D$ existuje $N \in \mathbb{N}$, $v \in \mathbb{R}^N$, $b \in \mathbb{R}^N$, $W \in \mathbb{R}^{N \times D}$ takové, že pokud máme $F(x)$ jako

$$F(x) = v^T \varphi(Wx + b),$$

tak pro všechny $x \in [0, 1]^D$ platí

$$|F(x) - f(x)| < \varepsilon.$$

Jinými slovy, pokud máme vhodnou aktivační funkci, umíme pomocí ní a pomocí vhodné lineární transformace W libovolně dobře aproximovat jakoukoli spojitou funkci.