

## II. Vorbereitung

### Definition

Seien  $a = (a_1, a_2, a_3), b = (b_1, b_2, b_3) \in \mathbb{R}^3$

$$a \times b := (a_2 b_3 - a_3 b_2, a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1) \in \mathbb{R}^3$$

heißt das **Kreuzprodukt** von  $a$  und  $b$

Formal gilt mit  $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ :

$$a \times b = \det \begin{pmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix}$$

### Beispiel

$a = (1, 1, 2), b = (1, 1, 0)$ .

$$a \times b = \det \begin{pmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = e_3 + 2e_2 - e_3 - 2e_1 = (-2, 2, 0)$$

### Bemerkung (Regeln):

$$\begin{aligned} b \times a &= -(a \times b) \\ (\alpha a) \times (\beta b) &= \alpha \beta (a \times b) \quad \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R} \\ a \times a &= 0 \\ a \cdot (a \times b) &= 0 = b \cdot (a \times b) \end{aligned}$$

### Definition

Sei  $\emptyset \neq D \subseteq \mathbb{R}^3$ ,  $D$  offen und  $F = (P, Q, R) \in C^1(D, \mathbb{R}^3)$ .

$$\operatorname{rot} F := (R_y - Q_z, P_z - R_x, Q_x - P_y)$$

heißt **Rotation** von  $F$ .

Formal:  $\operatorname{rot} F = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (P, Q, R)$

### Definition

Sei  $\emptyset \neq D \subseteq \mathbb{R}^n$ ,  $D$  offen,  $f = (f_1, f_2, \dots, f_n) \in C^1(D, \mathbb{R}^n)$

$$\operatorname{div} f := \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial f_n}{\partial x_n}$$

heißt **Divergenz** von  $f$ .

### Definition

Sei  $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$  ein Weg. Ist  $\gamma$  in  $t_0 \in [a, b]$  differenzierbar und ist  $\gamma'(t_0) \neq 0$ , so heißt  $\gamma'(t_0)$

**Tangentialvektor** von  $\gamma$  in  $t_0$ .

