

# 泊松图像融合实验报告

21 刘行

2025 年 5 月 5 日

## 1 实验原理

### 1.1 PDE 构造

泊松图像融合 (Poisson Image Editing) 通过求解带边界条件的泊松方程, 实现源图像区域无缝粘贴到目标图像上. 基本思想是: 目标区域内部的像素值应尽量保持源图像的梯度场, 同时与边界区域保持一致, 从而达到自然融合效果.

设目标图像为  $I_d$ , 源图像为  $I_s$ , 融合区域为  $\Omega$ , 边界为  $\partial\Omega$ . 我们的目标是求解如下偏微分方程:

$$\min_f \int_{\Omega} \|\nabla f - \mathbf{v}\|^2 \quad \text{subject to} \quad f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega}$$

其中  $\mathbf{v} = \nabla I_s$  表示源图像在融合区域的梯度场,  $f^*$  是目标图像. 令  $E(f) = \int_{\Omega} \|\nabla f - \mathbf{v}\|^2 dx$ , 取变分  $\delta E = 0$ , 得:

$$\delta E = \int_{\Omega} 2(\nabla f - \mathbf{v}) \cdot \nabla \delta f dx = -2 \int_{\Omega} \text{div}(\nabla f - \mathbf{v}) \delta f dx \Rightarrow \Delta f = \text{div}(\mathbf{v})$$

于是该变分问题等价于求解以下泊松方程:

$$\Delta f = \text{div}(\mathbf{v}) \quad \text{in } \Omega, \quad f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega}$$

### 1.2 矩阵构造与求解

对融合区域内的每个像素, 建立五点差分离散方程:

$$4f_{i,j} - f_{i+1,j} - f_{i-1,j} - f_{i,j+1} - f_{i,j-1} = \text{div}(\mathbf{v})_{i,j}$$

如果混合梯度启用, 我们对源图和目标图的梯度分别计算并选取绝对值更大的项:

$$\mathbf{v}_{i,j} = \begin{cases} \nabla I_s & \text{if } |\nabla I_s| > |\nabla I_d| \\ \nabla I_d & \text{otherwise} \end{cases}$$

矩阵  $A$  为稀疏对称正定, 其大小为  $N \times N$ , 其中  $N$  为融合区域内像素数. 通过将二维像素中融合区域内的像素映射为一维索引  $\text{idMap}(Y(k), X(k)) = k$  来完成邻接关系建立, 使用 MATLAB 中的 `sparse()` 构建稀疏矩阵. 构建  $A$  后, 通过 LU 分解 (MATLAB 中的 `lu()`) 进行求解, 提升效率.

## 2 代码结构分析

MATLAB 项目包含如下程序文件:

- **poisson\_editing.m**: 显示前景和背景图, 并通过工具条交互定义融合区域.
- **toolMarkCB.m**: 用户手动勾画多边形区域, 自动同步到背景图.
- **toolPasteCB.m**: 实时融合计算, 根据是否启用混合梯度调用不同策略.
- **blendImagePoisson.m**: 核心融合函数, 完成 mask 生成, 索引映射, 稀疏矩阵构造与求解, 不参与 UI.
- **updateBlendLive.m**: 更新目标图像显示, 实现 ROI 移动实时反馈; 该函数会在用户交互期间持续被调用.
- **toolSaveCB.m**: 保存最终融合图像.

## 3 操作说明

- 红色按钮: 标注源图像上的融合区域.
- 品红色按钮: 执行普通泊松融合.
- 青色按钮: 执行混合梯度泊松融合.
- 蓝色按钮: 显示或隐藏背景图中的融合区域轮廓.
- 绿色按钮: 将融合结果保存为图像文件.

## 4 实验结果

实验结果为普通融合与混合梯度融合两种方法的结果对比, 实验结果显示在最后.

## 5 结果分析

从图中可以看出, 普通泊松融合在区域颜色匹配较好时融合自然, 但在边缘对比度差异大时容易出现模糊边缘; 而混合梯度法能有效增强边缘细节, 提升整体融合质量, 但是在内部背景变化大的地方看上去想贴了一个半透明贴纸.

此外, 实验中使用稀疏矩阵预分解极大提升了多次融合迭代的效率, 适用于交互式实时调整. 演示视频在 `result` 目录下.

若需更客观评价融合效果, 可引入边缘保持指数 (Edge Preservation Index) 或结构相似性指数 (SSIM) 作为量化指标, 辅助视觉判断.

## 6 附录



(a) 源图片



(b) 背景图片

图 1: 熊与水背景



(a) 普通融合



(b) 混合梯度融合

图 2: 融合结果对比 1



(a) 普通融合



(b) 混合梯度融合

图 3: 融合结果对比 2

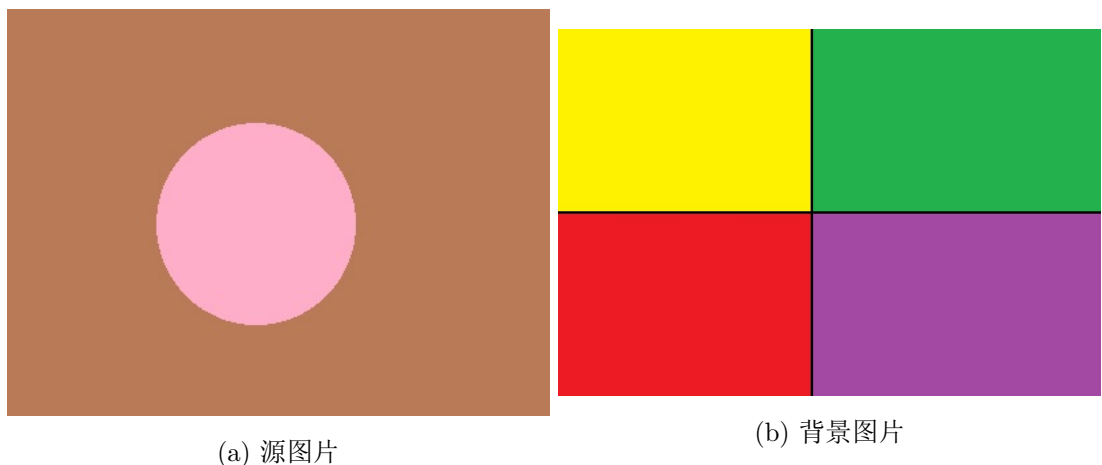


图 4: 色块

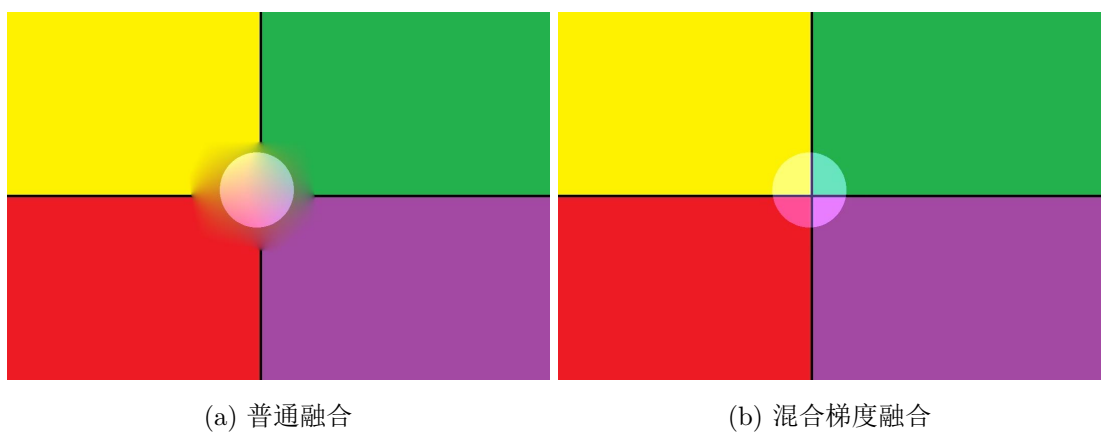


图 5: 融合结果对比



(a) 源图片



(b) 背景图片

图 6: 小猫与空房间



(a) 普通融合



(b) 混合梯度融合

图 7: 融合结果对比