

Segmentação de Imagens II

Detecção de bordas

Material adaptado do material da Prof. Denise Guliato.

Recapitulando

- Filtros de realce
 - Baseados em derivada de primeira ordem
 - Baseados em derivada de segunda ordem
 - Máscara de nitidez (unsharp mask)
 - Filtro de ênfase (highboost filter)

Recapitulando

- A derivada de primeira ordem da função f no ponto x pode ser aproximada por $(\Delta x = 1)$:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f'(\underline{x}) = f(\underline{x+1}) - f(\underline{x})$$

Recapitulando

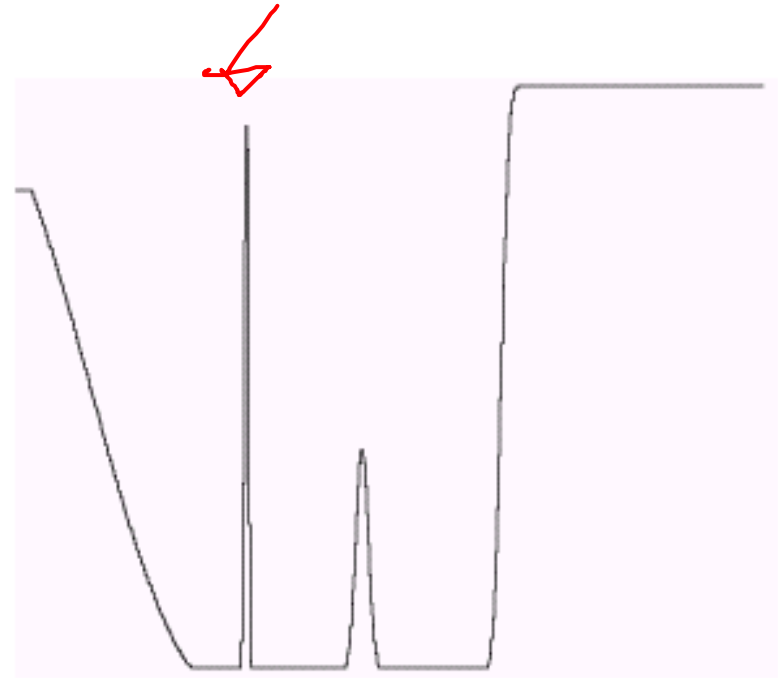
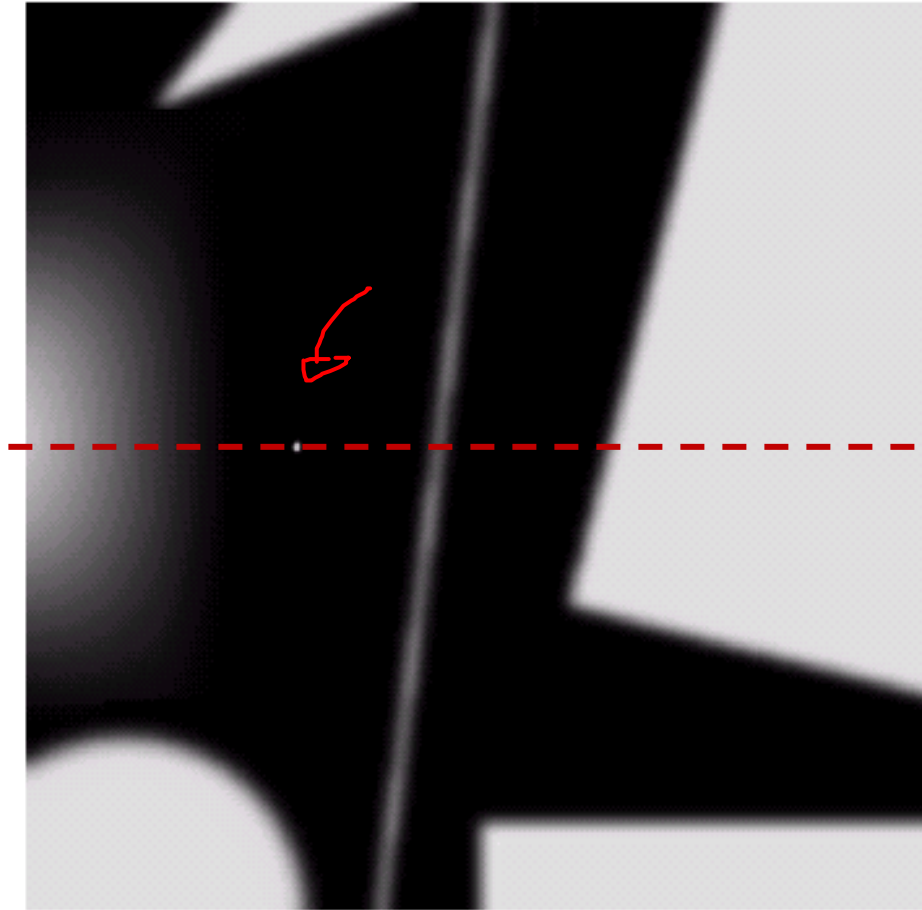
A derivada de segunda ordem pode ser aproximada por:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} &= \frac{\partial f'(x)}{\partial x} = f'(x+1) - f'(x) = \\ &= (f((x+1)+1) - f(x+1)) - (f(x+1) - f(x)) \\ &= f(x+2) - f(x+1) - f(x+1) + f(x) \\ &= f(x+2) - 2f(x+1) + f(x)\end{aligned}$$

Essa expansão é sobre o ponto $x+1$. A segunda derivada sobre o ponto x é obtida subtraindo 1 dos argumento

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = \underline{f(x+1)} + \underline{f(x-1)} - 2\underline{f(x)}$$

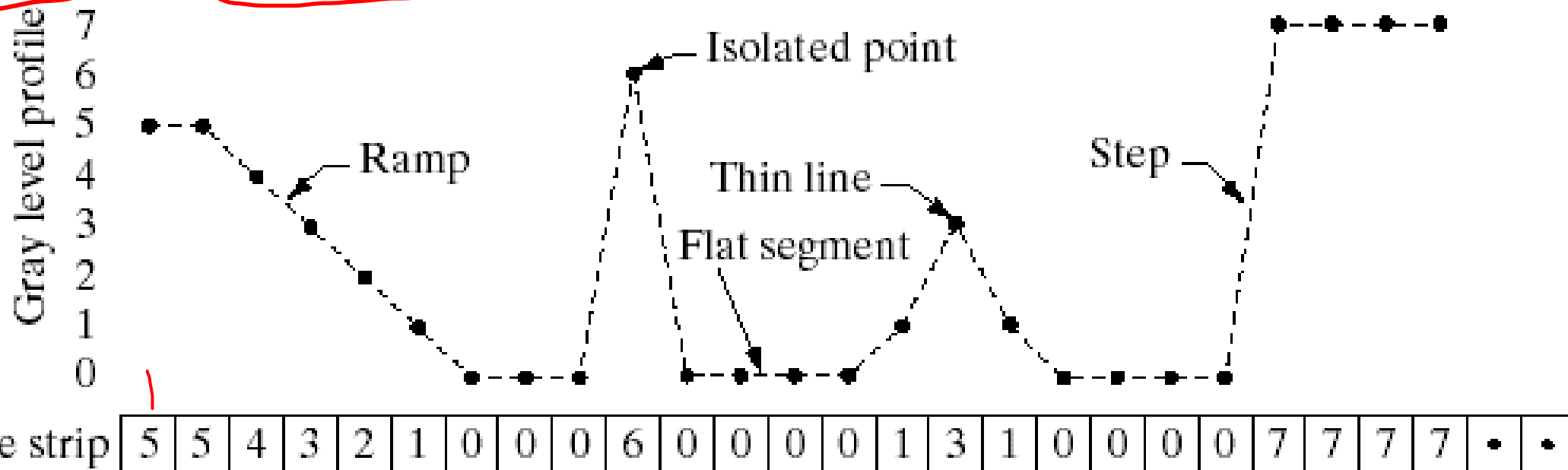
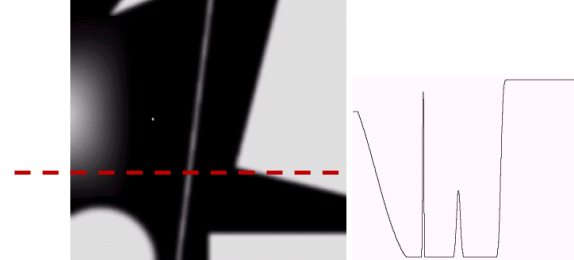
Recapitulando



Recapitulando

$$f'(x) = f(x+1) - f(x)$$

$$f''(x) = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$



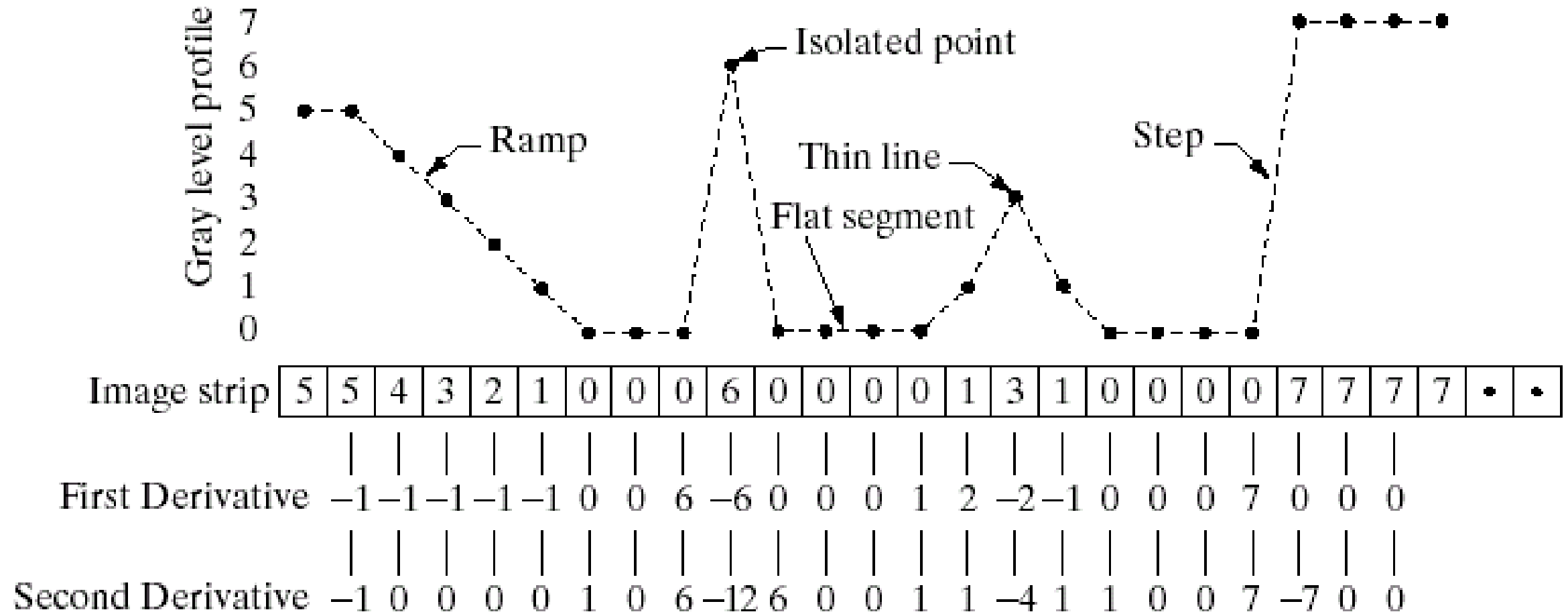
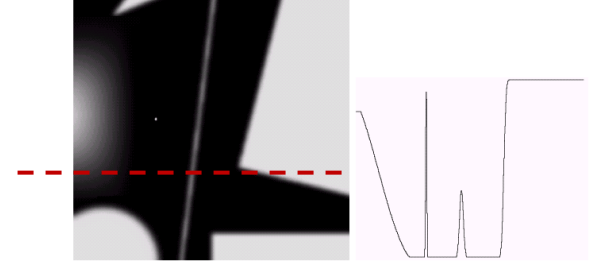
? First Derivative

-1	-1	-1	-1	-1	0	0	6	6	0	0	0	1	2	-2	-1	0	0	6	7	0	0	0
----	----	----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	---	---	---	---	---	---	---

? Second Derivative

-1	0	0	0	0	1	0	6	-12	6	0	0	1	1	-4	1	1	0	0	7	-7	0	0
----	---	---	---	---	---	---	---	-----	---	---	---	---	---	----	---	---	---	---	---	----	---	---

Recapitulando

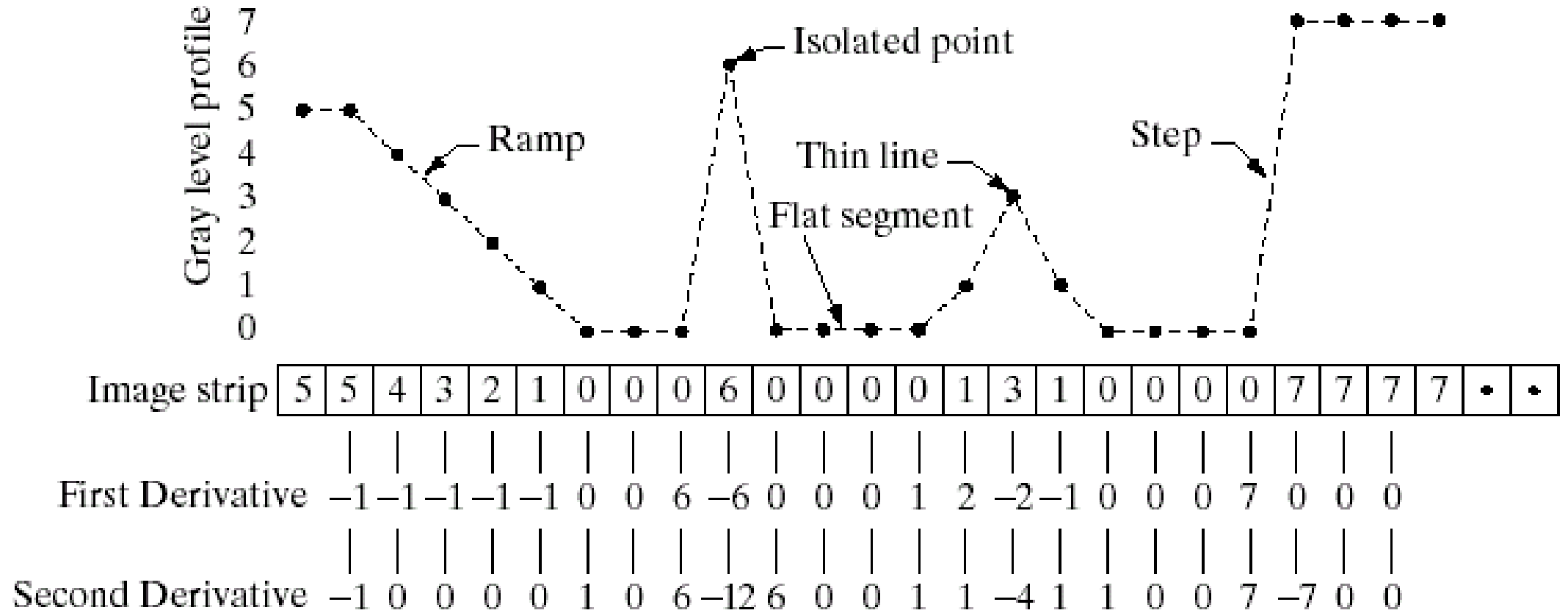
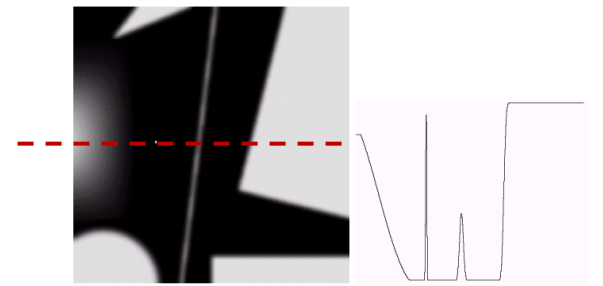


Recapitulando

Conclusões

- Derivadas de primeira ordem produzem arestas mais grossas na imagem;
- Derivadas de segunda ordem:
 - tem uma resposta forte para detalhes finos (pontos isolados, ruídos, linhas finas);
 - Resultam em aresta dupla em rampas e degraus;
 - O sinal pode ser usado para identificar a transição (claro para escuro - negativo; escuro para claro – positivo)

Recapitulando



Roteiro da aula

- O que é Segmentação de imagens?
- Detecção de bordas
 - Detecção Básica de bordas
 - Método de Marr-Hildreth
 - Método de Canny
 - Seguidores de arestas
- Limiarização
- Segmentação baseada em regiões
 - Crescimento de regiões
 - Split and merge

Roteiro da aula

- O que é Segmentação de imagens?
- Detecção de bordas
 - Detecção Básica de bordas
 - Método de Marr-Hildreth
 - Método de Canny
 - Seguidores de arestas
- Limiarização
- Segmentação baseada em regiões
 - Crescimento de regiões
 - Split and merge

Aula de Hoje

- O que é Segmentação de imagens?
- Detecção de bordas
 - Detecção Básica de bordas
 - Método de Marr-Hildreth
 - Método de Canny

Segmentação de Imagens

- **Segmentação** é o processo que subdivide uma Imagem em suas partes constituintes.
- Baseado em duas propriedades dos níveis de cinza:
 - 1 – Descontinuidade**
 - 2 – Similaridade**

Segmentação baseada em descontinuidades

Detecção de Bordas

É a técnica mais utilizada para segmentação de imagens baseada nas variações abruptas (locais) de níveis de cinza.

Modelos de Bordas

Modelos de arestas – são classificados de acordo com seu perfil de intensidade:

- **Aresta degrau** – envolve uma transição entre dois níveis de intensidade ocorrendo idealmente numa distancia de 1 pixel

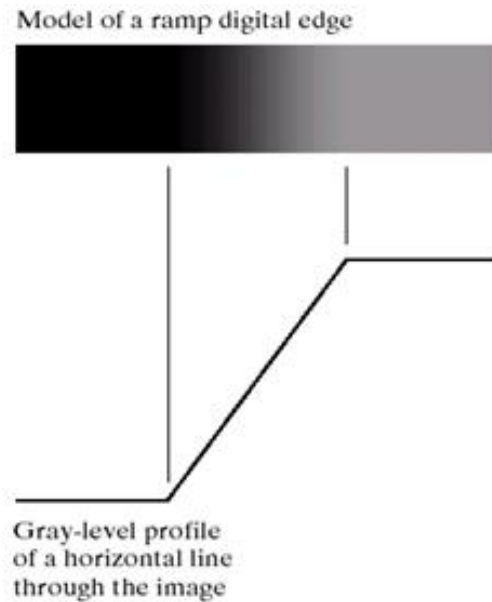


Modelos de Arestas

Na prática, arestas são borradas e apresentam ruído, com o grau de borramento determinado principalmente por limitações no mecanismo de focagem, e o ruído determinado principalmente pelos componentes eletrônicos do sistema de aquisição.

Modelos de Bordas

- ▶ **Aresta rampa** - A inclinação da rampa é inversamente proporcional ao grau de borramento na aresta.



Modelos de Bordas

- **Aresta telhado** – são modelos de linhas que atravessam uma região com a largura do telhado sendo determinada pela espessura e sharpness.



Exemplo

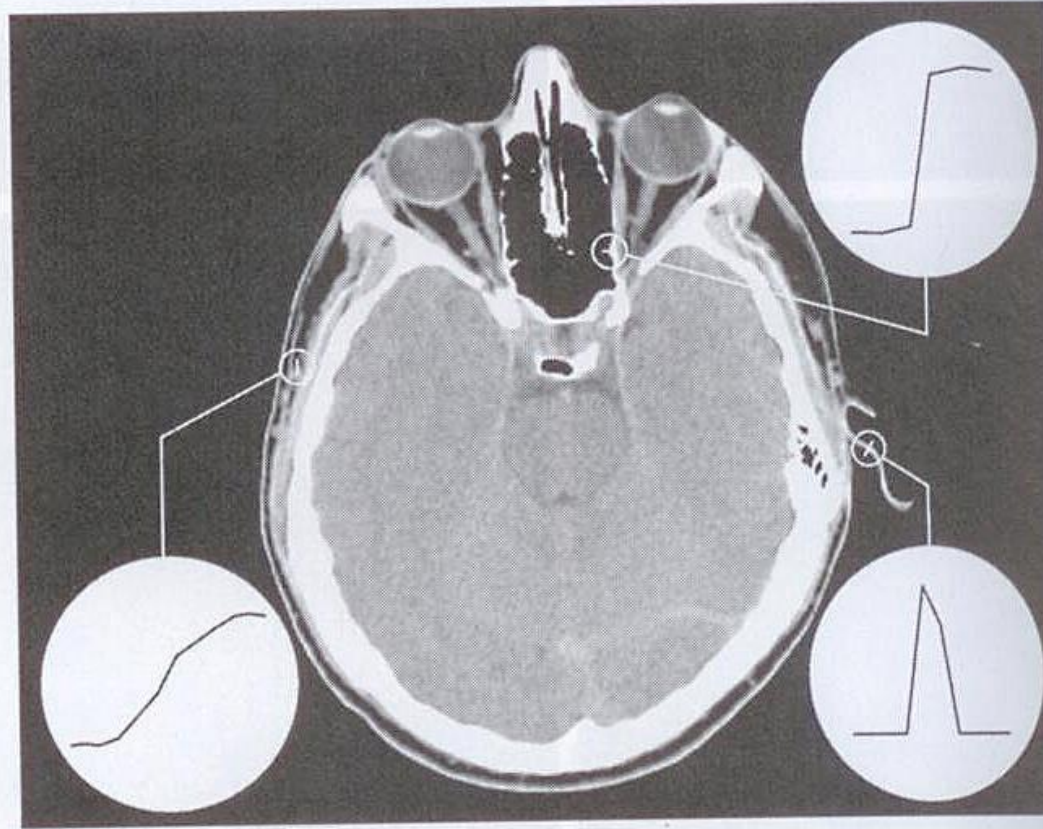


FIGURE 10.9 A 1508×1970 image showing (zoomed) actual ramp (bottom, left), step (top, right), and roof edge profiles. The profiles are from dark to light, in the areas indicated by the short line segments shown in the small circles. The ramp and “step” profiles span 9 pixels and 2 pixels, respectively. The base of the roof edge is 3 pixels. (Original image courtesy of Dr. David R. Pickens, Vanderbilt University.)

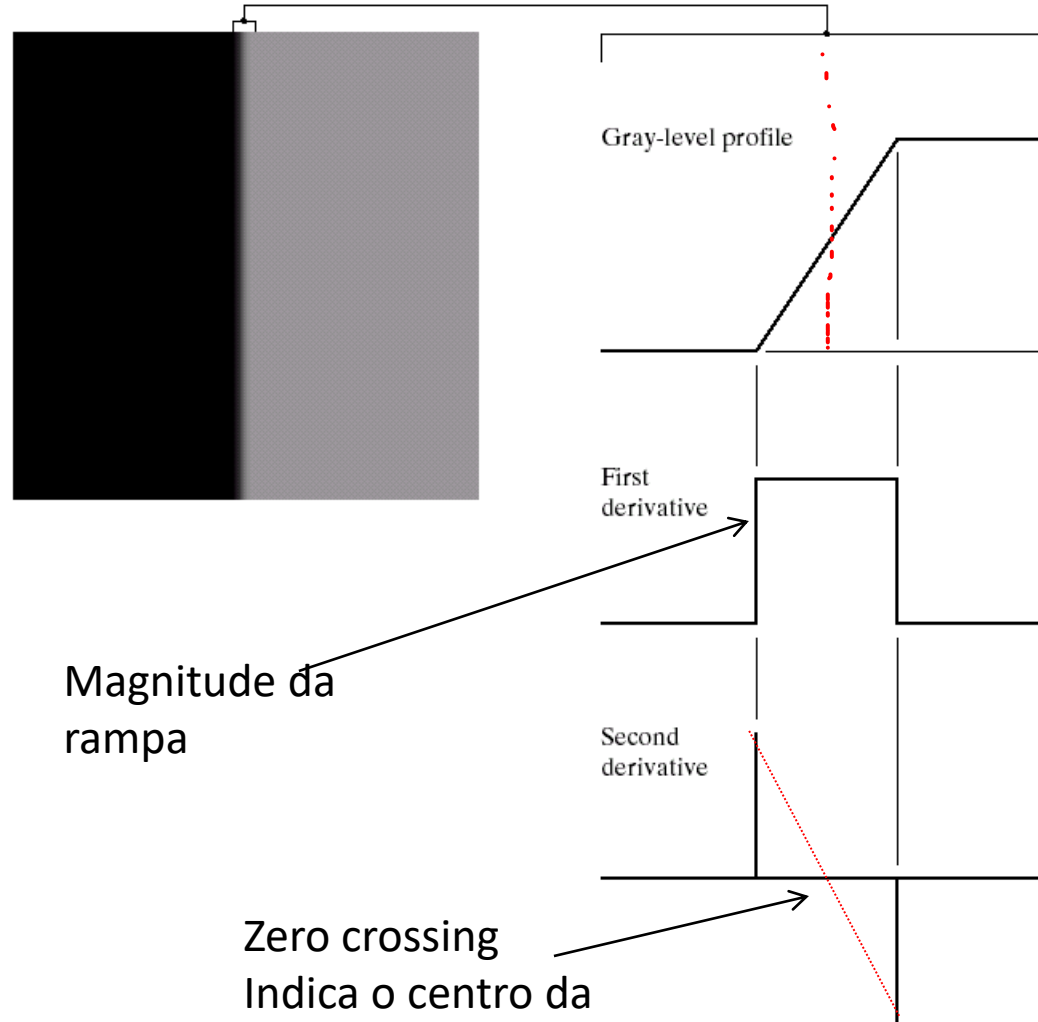
[†]Ramp edges with a sharp slope of a few pixels often are treated as step edges in order to differentiate them from ramps in the same image whose slopes are more gradual.

Comportamento da 1ª. e 2ª. derivadas

a b

FIGURE 10.6

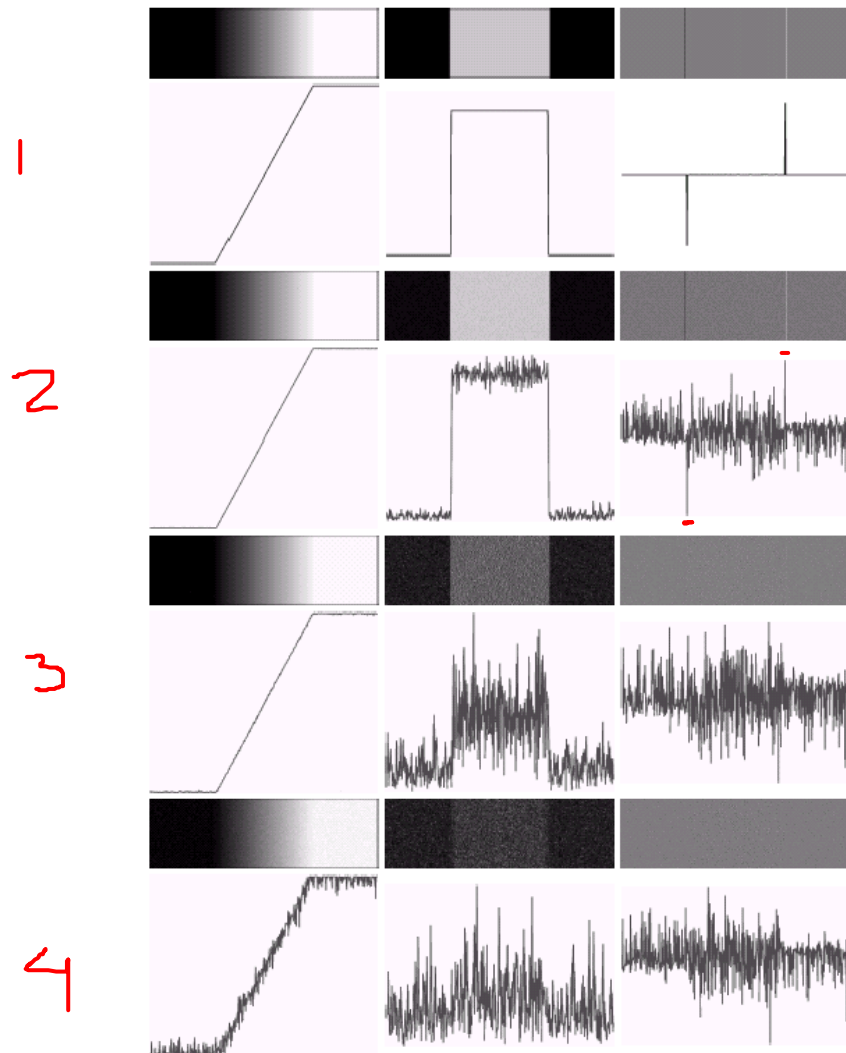
(a) Two regions separated by a vertical edge.
(b) Detail near the edge, showing a gray-level profile, and the first and second derivatives of the profile.



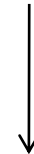
Magnitude da
rampa

Zero crossing
Indica o centro da
aresta

Comportamento das 1ª. e 2ª. derivadas na presença de ruído



Note que o ruído tem impacto importante na 1ª. e 2ª. Derivadas usadas para a detecção de bordas



suavização da imagem

FIGURE 10.7 First column: images and gray-level profiles of a ramp edge corrupted by random Gaussian noise of mean 0 and $\sigma = 0.0, 0.1, 1.0$, and 10.0 , respectively. Second column: first-derivative images and gray-level profiles. Third column: second-derivative images and gray-level profiles.

a
b
c
d

Detecção de Bordas

Concluimos que três passos fundamentais para a detecção de Bordas:

- ❖ Suavização da imagem para remoção de ruídos;
- ❖ Detecção de todos os pontos que são potencialmente candidatos a se tornarem um pontos de aresta;
- ❖ Localização da aresta – seleciona entre os pontos candidatos aqueles que pertencem ao conjuntos de pontos de uma aresta.

Detecção Básica de Bordas

Pode-se detectar mudanças de intensidade com a finalidade de encontrar bordas usando as derivadas de primeira ou de segunda ordem.

O gradiente da imagem e suas propriedades

O gradiente permite calcular a força e a orientação de uma aresta no ponto (x,y) de uma imagem f.

$$\nabla f \equiv \text{grad}(f) \equiv \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Propriedades do Gradiente

- A magnitude (tamanho) do gradiente define a taxa de mudança na direção do vetor gradiente

$$M(x, y) = \text{mag}(\nabla f) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2} \equiv |g_x| + |g_y|$$

- note que g_x , g_y e $M(x,y)$ são imagens com a mesma dimensão que a original.
- $M(x,y)$ é dita imagem gradiente;

Propriedades do Gradiente

- O ângulo α define a direção do vetor gradiente, medido com relação ao eixo x

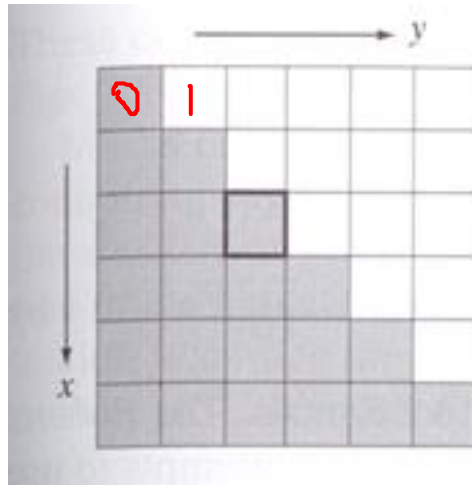
$$\alpha(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{g_y}{g_x}\right)$$

Se $g_x = 0 \rightarrow \alpha(x, y) = \pm 90;$
Se $g_y = 0 \rightarrow \alpha(x, y) = 0$

- note que a direção da aresta no ponto (x, y) é ortogonal à direção $\alpha(x, y)$ do vetor gradiente

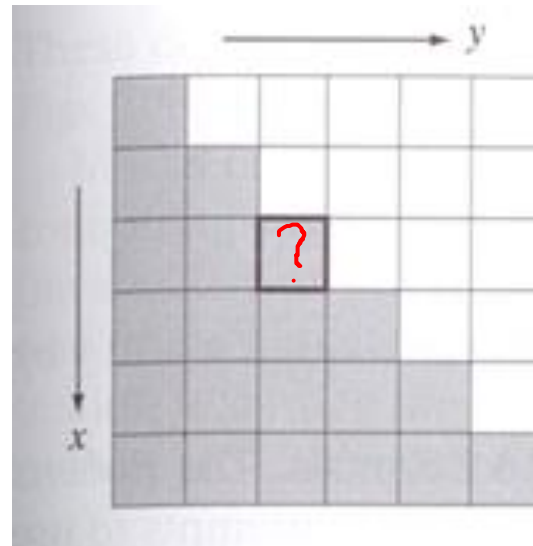
Propriedades do Gradiente - exemplo

- Veja uma seção ampliada de uma imagem contendo um segmento de borda reto;



Propriedades do Gradiente - exemplo

- Qual a magnitude e a direção da mudança de intensidade no ponto destacado ?



Operadores
gradientes???

Alguns Operadores de Gradiente

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

-1	0	0	-1
0	1	1	0

Roberts

-1	-1	-1	-1	0	1
0	0	0	-1	0	1
1	1	1	-1	0	1

Prewitt

-1	-2	-1	-1	0	1
0	0	0	-2	0	2
1	2	1	-1	0	1

Sobel

Propriedades do Gradiente - exemplo

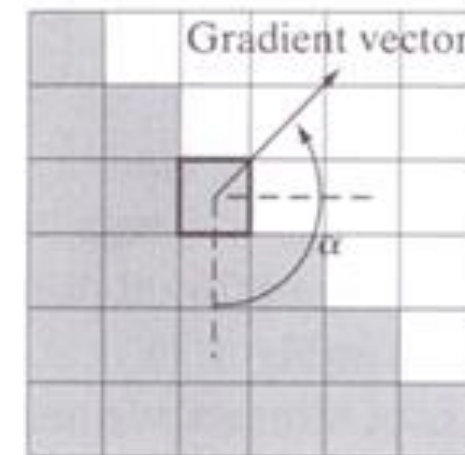
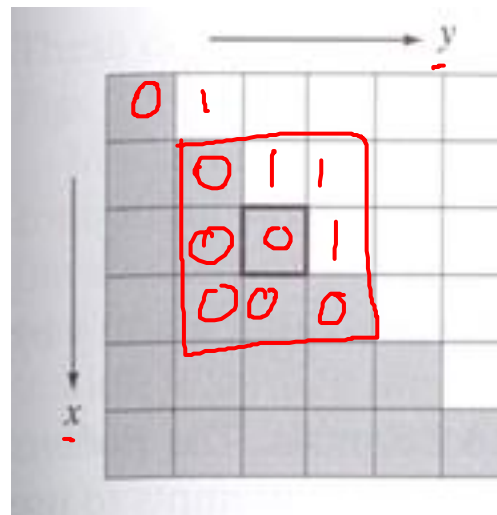
- Calcule a magnitude e o angulo do vetor gradiente no pixel destacado usando Prewitt. (lembre-se da orientação da imagem para a análise)

$$\nabla f \equiv \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? \end{bmatrix}$$

-2
2

-1	-1	-1	-1	0	1
0	0	0	-1	0	1
1	1	1	-1	0	1

Prewitt



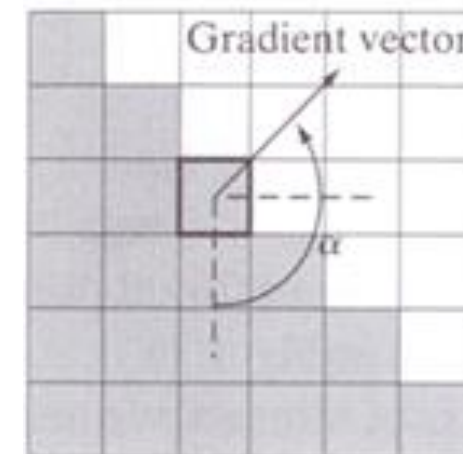
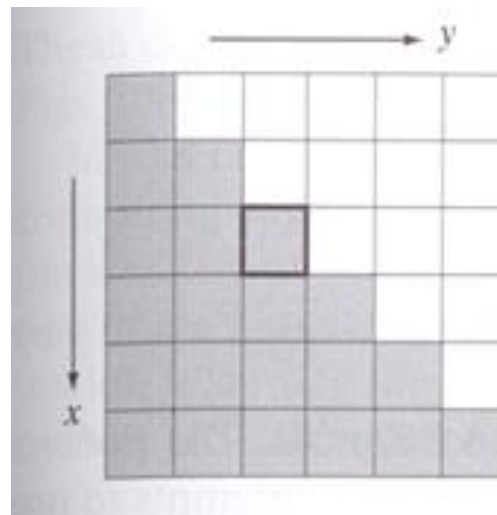
Propriedades do Gradiente - exemplo

- Calcule a magnitude e o angulo do vetor gradiente no pixel destacado usando Prewitt. (lembre-se da orientação da imagem para a análise)

$$\nabla f \equiv \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

-1	-1	-1	-1	0	1
0	0	0	-1	0	1
1	1	1	-1	0	1

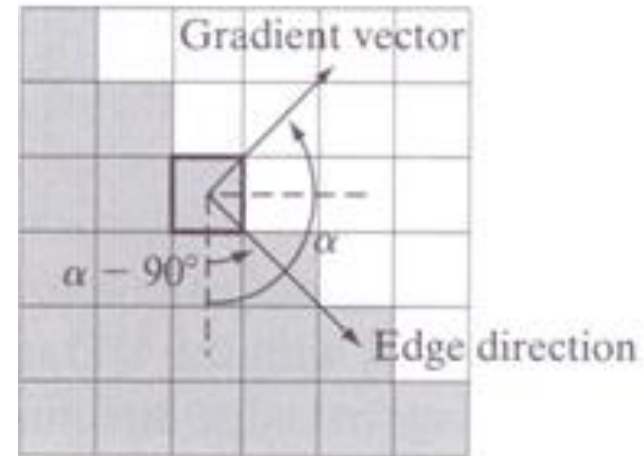
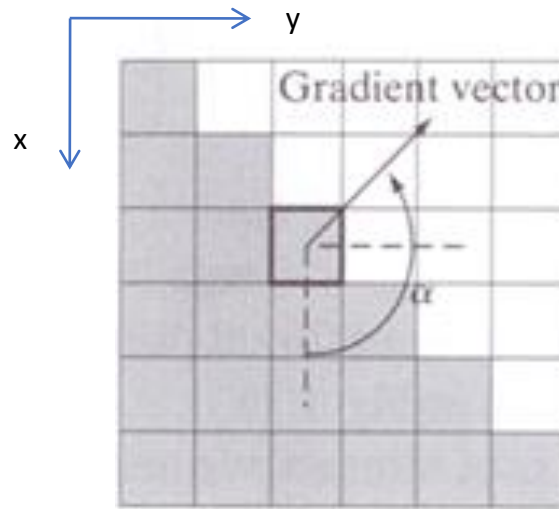
Prewitt



Propriedades do Gradiente - exemplo

- A direção do vetor gradiente é dada por:

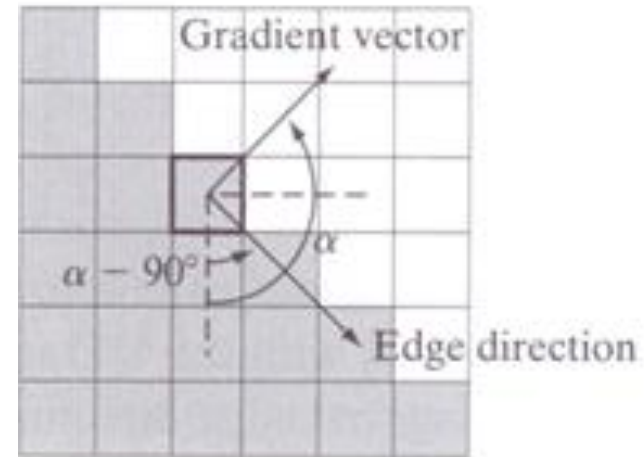
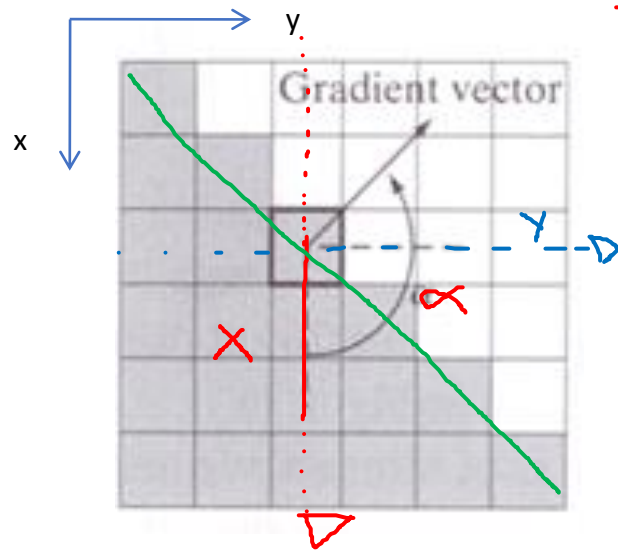
$$\alpha(x, y) = \tan^{-1}(g_x / g_y) = \text{?}$$



Propriedades do Gradiente - exemplo

- A direção do vetor gradiente é dada por:

$$\alpha(x, y) = \tan^{-1}(g_x / g_y) = -45^\circ = 135^\circ \text{ com relação ao eixo } x$$



A borda em um ponto p é ortogonal ao sentido do vetor gradiente em p ;

O ângulo de borda é $135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$ graus com relação a x.

Outro Exemplo do uso Gradiente

a	b
c	d

FIGURE 10.10

(a) Original image. (b) $|G_x|$, component of the gradient in the x -direction. (c) $|G_y|$, component in the y -direction. (d) Gradient image, $|G_x| + |G_y|$.



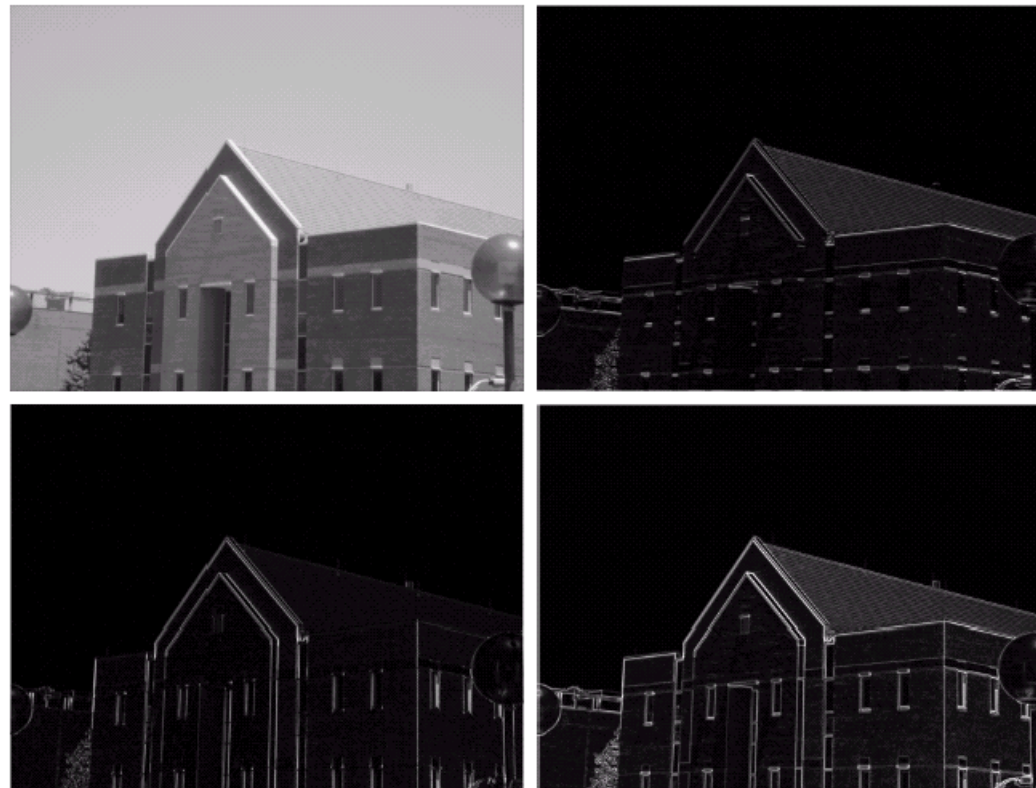
Outro exemplo do uso de Gradiente

A imagem original apresenta detalhes da parede de tijolo;

Este nível de detalhamento muitas vezes atrapalha a detecção de bordas;

Uma solução é suavizar a imagem antes do processo de detecção de bordas

Outro exemplo do uso de Gradiente – suavizando a imagem



a	b
c	d

FIGURE 10.11
Same sequence as
in Fig. 10.10, but
with the original
image smoothed
with a 5×5
averaging filter.

Neste caso a imagem original foi suavizada com filtro da media com dimensão 5x5 – note que a respostas das mascaras são mais fortes nas arestas principais, sem predominancia do tenhado

Comparando os resultados



Detecção de bordas
sem suavização da
imagem original



Detecção de bordas
com suavização da
imagem original

Outros Operadores de Gradiente

Para se obter as arestas inclinada com ± 45 graus, é preciso usar as máscaras que respondem mais fortemente a estas orientações:

0	1	1	-1	-1	0
-1	0	1	-1	0	1
-1	-1	0	0	1	1

Prewitt

0	1	2	-2	-1	0
-1	0	1	-1	0	1
-2	-1	0	0	1	2

Sobel

Operadores de Gradiente Diagonal



Uso do operador de Sobel de 45°



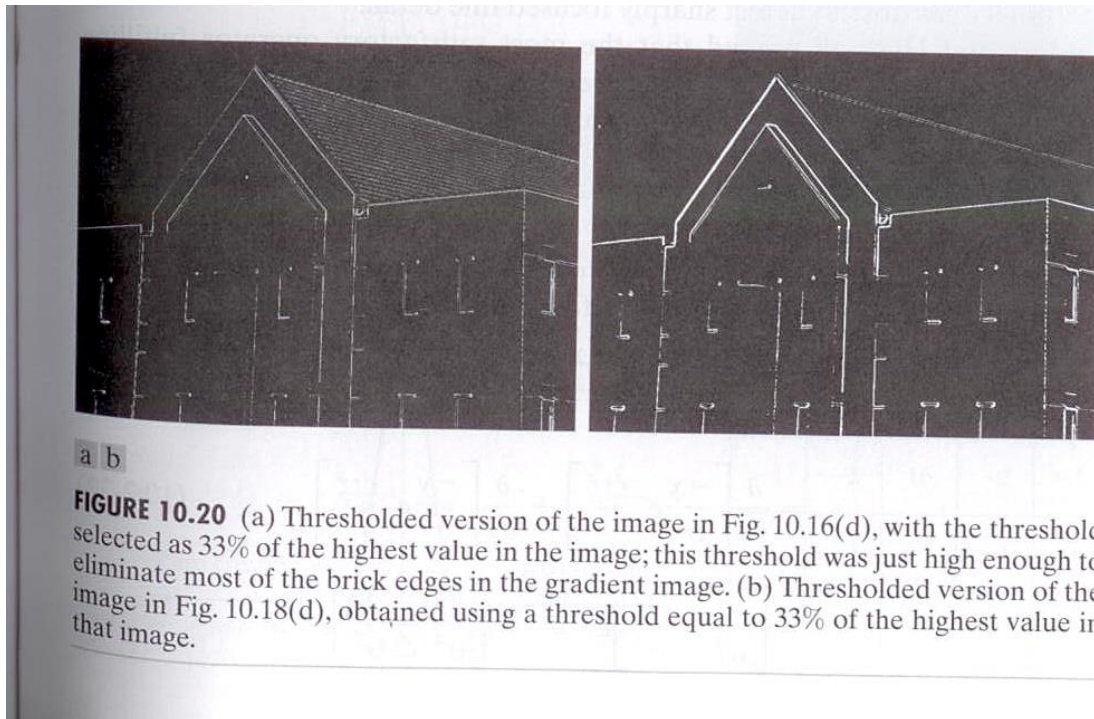
Uso do operador de Sobel de -45°

Nota: Neste processamento foi usada a imagem original suavizada

Combinando gradiente e limiarização

Uma limiarização pode ser executada sobre a imagem gradiente com o objetivo de ressaltar as bordas principais.

Quando se tem interesse em destacar as bordas da imagem e manter conectividade → deve-se suavizar a imagem como pré-processamento.



Técnicas avançadas para detecção de arestas

Detector de arestas Marr-Hildreth (1980)

- As mudanças de intensidade não são independentes da escala da imagem e portanto sua detecção requer o uso de operadores de diferentes tamanhos;
- Uma mudança abrupta de intensidade alcança o pico na primeira derivada ou o zero crossing na segunda derivada.

Detector de arestas

Marr-Hildreth

Um operador para detecção de arestas deve ter duas principais características:

- deve ser um operador diferencial capaz de calcular a 1ª. e 2ª. derivadas para todo ponto da imagem;
- Deve ser possível ajustar o operador para atuar em qualquer escala (operadores maiores para detectar arestas borradas e operadores menores para detectar detalhes finos)

Detector de arestas Marr-Hildreth

Laplaciano do Gaussiano (LoG):

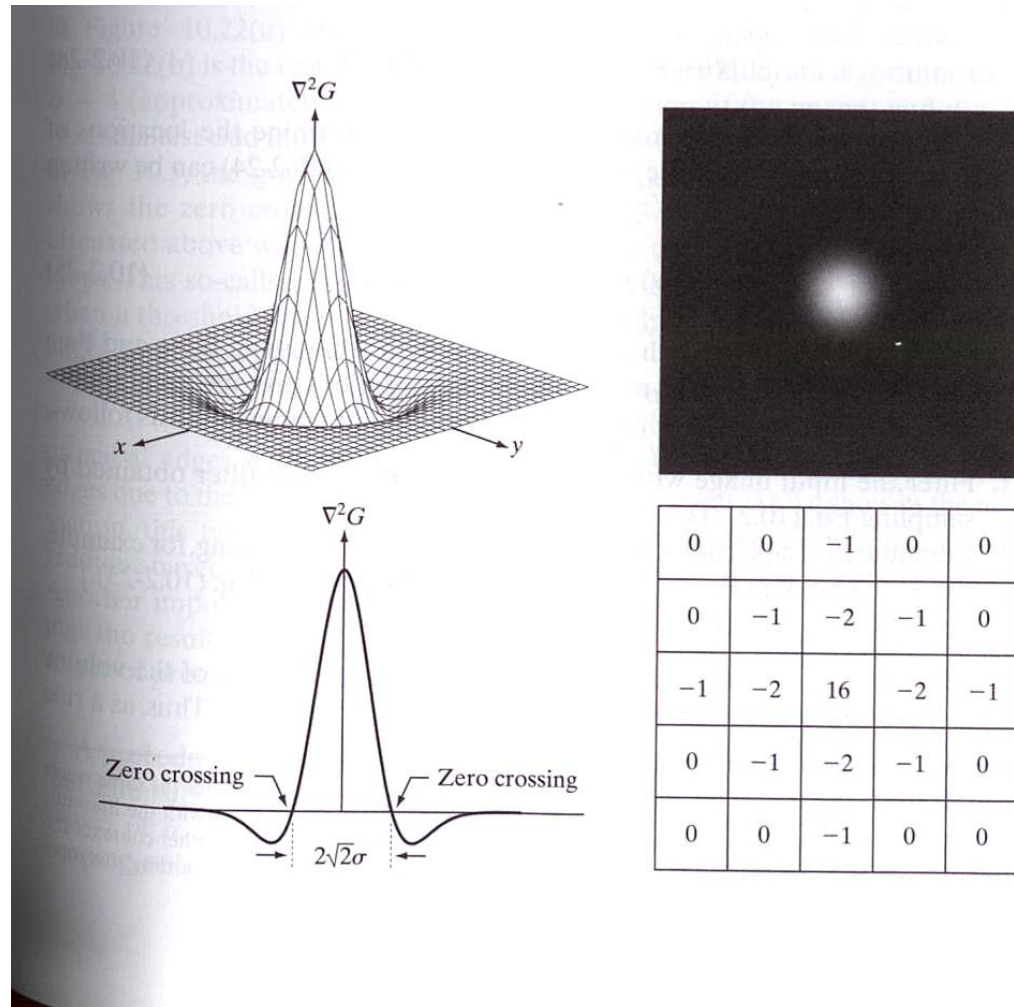
$$\nabla^2 G$$

Em que ∇^2 é o Laplaciano e G é a função Gaussiana:

$$G(x, y) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

$$\begin{aligned}\nabla^2 G(x, y) &= \frac{\partial^2 G(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G(x, y)}{\partial y^2} = \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{-x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{-y}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}} \right] = \\ &= \left[\frac{x^2}{\sigma^4} - \frac{1}{\sigma^2} \right] e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}} + \left[\frac{y^2}{\sigma^4} - \frac{1}{\sigma^2} \right] e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}} = \left[\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \right] e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}\end{aligned}$$

LoG



a b
c d

FIGURE 10.21

(a) Three-dimensional plot of the *negative* of the LoG. (b) Negative of the LoG displayed as an image. (c) Cross section of (a) showing zero crossings. (d) 5×5 mask approximation to the shape in (a). The negative of this mask would be used in practice.

LoG

- A parte Gaussiana do operador borra a imagem e reduz ruído em escalas menores que o desvio padrão;
- O Laplaciano é um operador isotrópico (responde igualmente a mudanças de intensidade em qualquer direção da máscara) e é linear;

Algoritmo Marr-Hildreth

O algoritmo de Marr-Hilbert consiste de convoluir o filtro LoG com a imagem e entao calcular o zero crossing de $g(x,y)$ para localizar a aresta:

$$g(x, y) = \left[\nabla^2 G(x, y) \right] * f(x, y)$$

Como o processo é linear, pode ser reescrito:

$$g(x, y) = \nabla^2 \left[G(x, y) * f(x, y) \right]$$

Algoritmo Marr-Hildreth

- Filtra a imagem com um filtro Gaussiano $n \times n$;
- Deriva o Laplaciano da imagem suavizada usando, por exemplo, uma máscara 3×3 ;
- Determina os zero crossing na imagem Laplaciana.

Algoritmo Marr-Hildreth

Qual o tamanho do filtro Gaussiano???

Lembre-se que 99.7% dos dados sob uma superfície Gaussiana está entre $[-3\sigma, 3\sigma]$ em relação à média.

Uma regra mágica: n é o menor inteiro ímpar maior que 6σ . (máscara menores tendem a truncar a função LoG)

Algoritmo Marr-Hildreth

Como determinar o zero crossing???

Considere uma vizinha 3x3 centrada em p ;

p é um zero crossing:

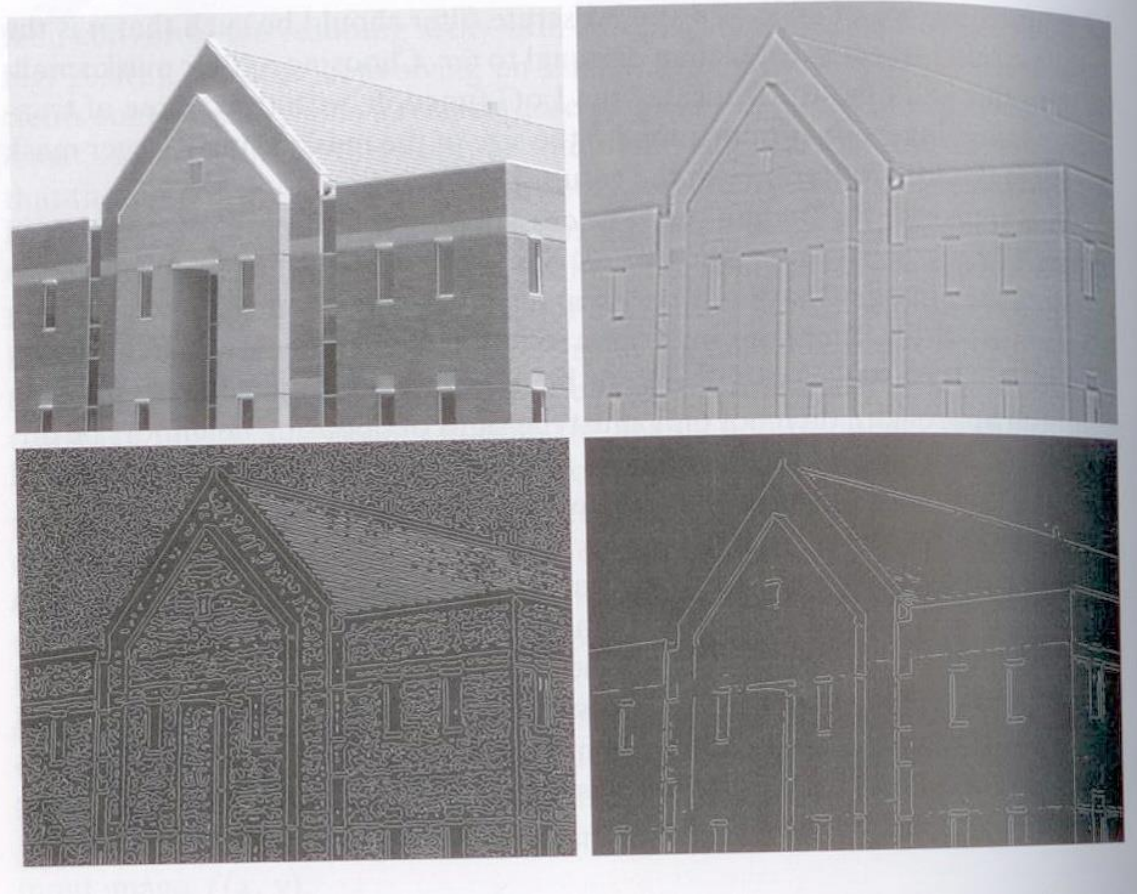
- se pelo menos dois vizinhos opostos tiverem sinais diferentes (esq-dir, cima-baixo, diagonais);
- Se os valores absolutos dos vizinhos forem maiores que um dado limiar.

Exemplo

a b
c d

FIGURE 10.22

(a) Original image of size 834×1114 pixels, with intensity values scaled to the range $[0, 1]$. (b) Results of Steps 1 and 2 of the Marr-Hildreth algorithm using $\sigma = 4$ and $n = 25$. (c) Zero crossings of (b) using a threshold of 0 (note the closed-loop edges). (d) Zero crossings found using a threshold equal to 4% of the maximum value of the image in (b). Note the thin



Técnicas avançadas para detecção de arestas

Detector de Arestas Canny(1986)

A técnica de Canny é baseada em 3 objetivos:

- Baixa taxa de erro – todas as arestas são detectadas;
- Arestas devem ser bem localizadas - devem se aproximar o mais possível das arestas reais;
- O operador não identifica múltiplos pixels em arestas que apresenta apenas um ponto.

Algortimo

- Suaviza a imagem com um filtro Gaussiano;
- Determina a imagem gradiente $M(x,y)$ e a imagem ângulo $\alpha(x,y)$;
- Aplica a supressão não máxima na imagem gradiente;
- Usa duplo thresholding para detectar arestas e
- Analisa a conectividade para ligar arestas

Aplica a supressão não máxima na imagem gradiente

- A imagem gradiente apresenta arestas largas;
- Uma maneira de afiná-las é usar supressão não máxima:
em essencia deve-se especificar o numero de orientações discretas da normal da aresta definida em $\alpha(x,y)$: d1, d2, d3, d4 (horizontal, -45, vertical, +45);

Fig 10.24

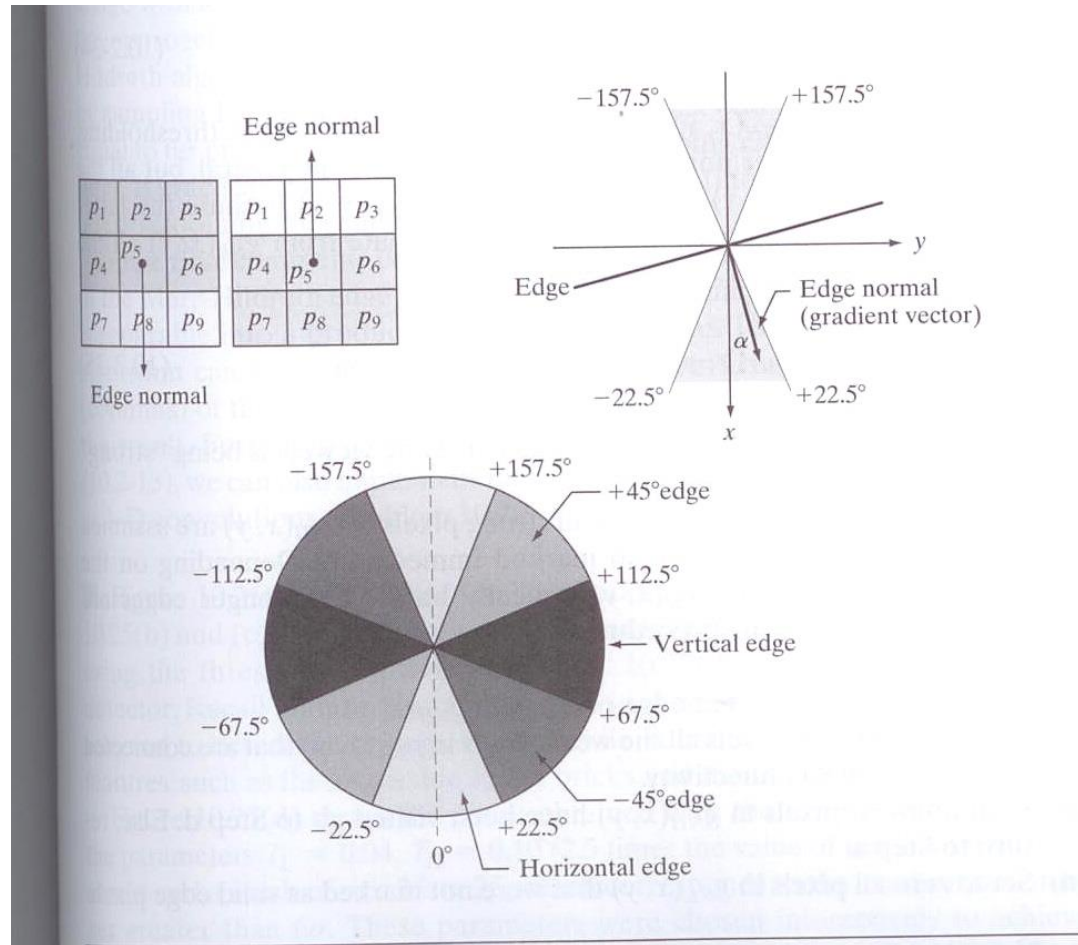


FIGURE 10.24
 (a) Two possible orientations of a horizontal edge (in gray) in a 3×3 neighborhood.
 (b) Range of values (in gray) of α , the direction angle of the *edge normal*, for a horizontal edge.
 (c) The angle ranges of the edge normals for the four types of edge directions in a 3×3 neighborhood. Each edge direction has two ranges, shown in corresponding shades of gray.

Supressão não máxima na imagem gradiente

Considere uma vizinhança 3x3 centrada em cada ponto da imagem $\alpha(x,y)$:

1. Ache a direção d_k mais próxima para $\alpha(x,y)$;
2. Se o valor de $M(x,y)$ é menor que um de seus dois vizinhos ao longo de d_k , $g_N(x,y)=0$ (supressão), caso contrario $g_N(x,y)=M(x,y)$

g_N conterà apenas arestas afinadas = $M(x,y)$ com arestas não máximas suprimidas

No exemplo, considerando o ponto p5, $\alpha'(x,y)=0$; os pontos considerados serão p_2 e p_8 .

Uso de duplo thresholding para detectar arestas

Uma linearização deve ser aplicada a $g_N(x,y)$ para redução de falso-positivos;

Canny propôs usar dois limiares: T_L e T_H e a relação entre T_H e T_L é de 2 ou 3 para 1;

$$g_{NH}(x,y) = g_N(x,y) \geq T_H \text{ (bordas fortes)}$$

$$g_{NL}(x,y) = g_N(x,y) \geq T_L$$

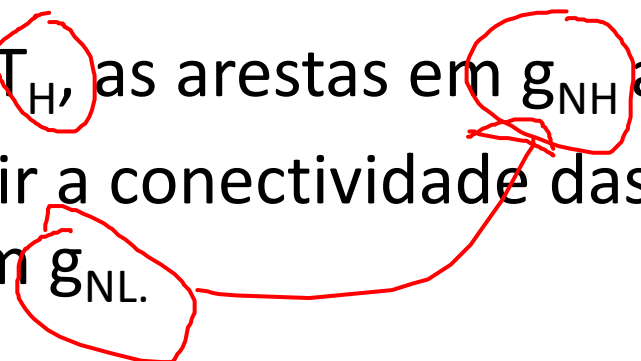
$$g_{NL}(x,y) = g_{NL}(x,y) - g_{NH}(x,y) \text{ (bordas fracas)}$$

análise de conectividade para
ligar arestas

Após o thresholding todos os pixels em g_{NH} são considerados pixels de borda;

Dependendo do valor de T_H , as arestas em g_{NH} apresentam gaps;

O próximo passo é garantir a conectividade das arestas, usando as informações contidas em g_{NL} .

Hand-drawn red circles around the terms T_H , g_{NH} , and g_{NL} . A red line connects the circle around g_{NH} to the circle around g_{NL} .

análise de conectividade para
detectar e ligar arestas

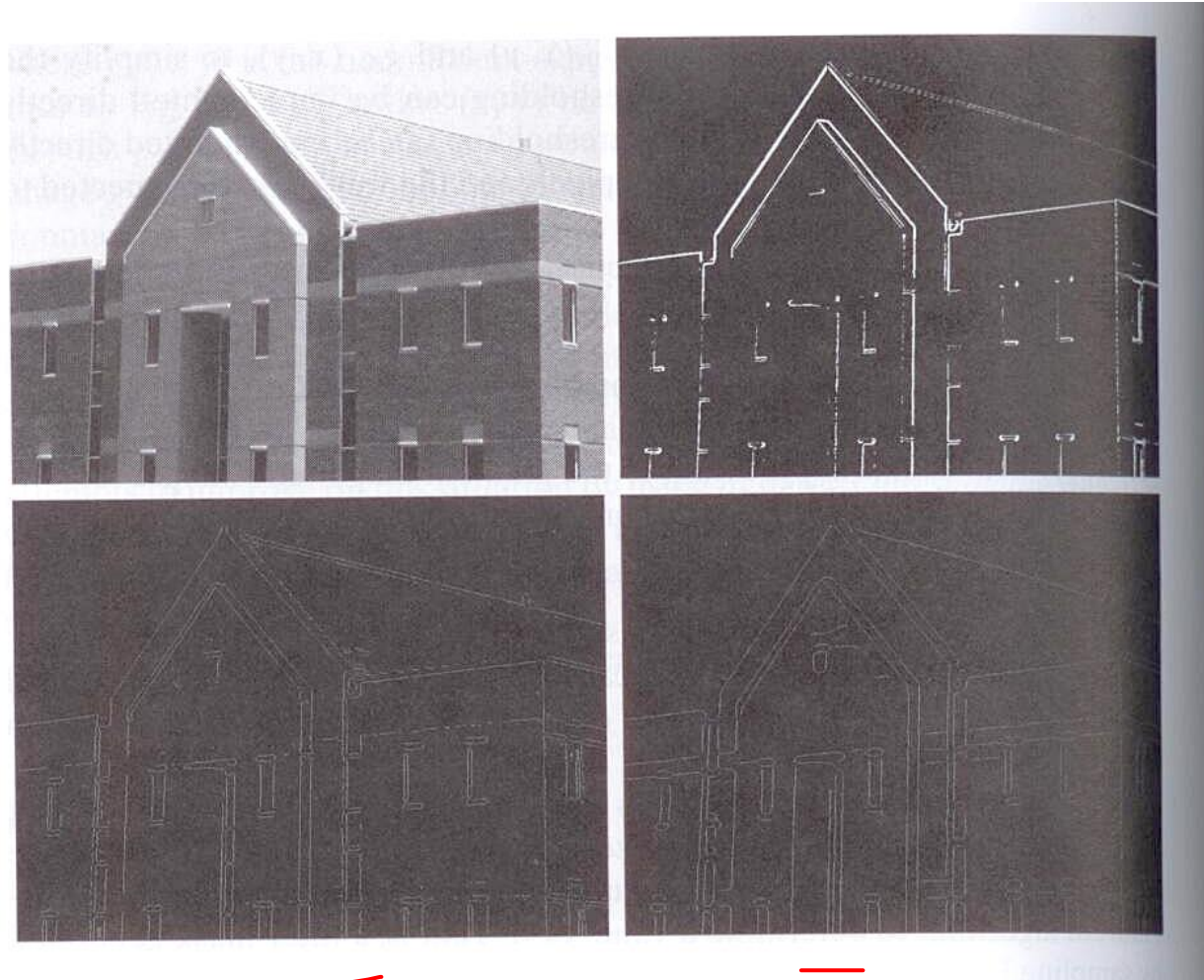
- 1- localiza o próximo pixel aresta não visitado p em $g_{NH}(x,y)$;
- 2- marca como pixels de arestas válidos todos os pixels em $g_{NL}(x,y)$ conectados a p , usando conectividade 8;
- 3- se todos os pixels em $g_{NH}(x,y) \neq 0$ foram visitados, vá para 4; senão volte para 1;
- 4- atribua zero a todos os pixels em g_{NL} que não foram marcados como pixels de aresta válido.

A imagem final é obtida incluindo $g_{NL}(x,y) \neq 0$ à $g_{NH}(x,y)$

Exemplo

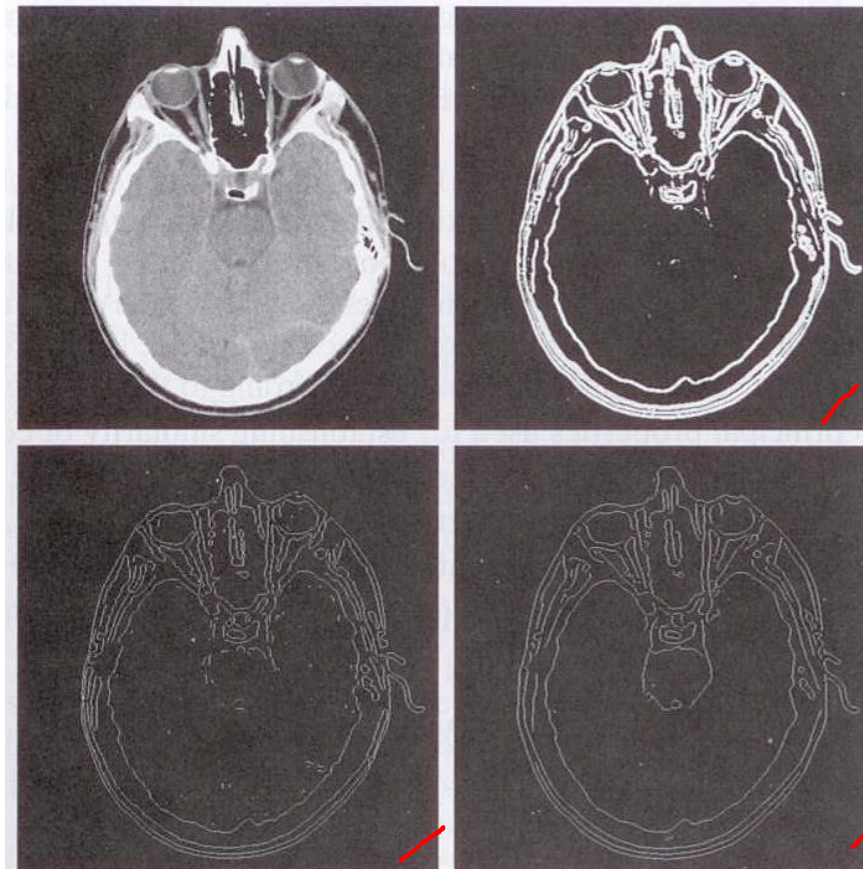
$n=5$, $T = 33\%$ do maximo grad (b); $T=4\%$ do max LoG,
 $dp = 4$, $n = 25$ (c); $TL=0.04$, $TH=0.10$, $dp = 4$, $n = 25$ (d)

- a) Imagem original;
- b) Gradiente
- c) Marr-Hildreth
- d) Canny



Exemplo

filtro media 5x5(b); $T=0.002$, $dp=3$, filtro 19x19(c);
 $TI = 0.05$, $TH=0.15$, $dp=2$, filtro 13x13(d)



a	b
c	d

FIGURE 10.26

(a) Original head CT image of size 512×512 pixels, with intensity values scaled to the range $[0, 1]$.
(b) Thresholded gradient of smoothed image.
(c) Image obtained using the Marr-Hildreth algorithm.
(d) Image obtained using the Canny algorithm.
(Original image courtesy of Dr. David R. Pickens, Vanderbilt University.)

Seguidores de Arestas

- A detecção de arestas deveria produzir apenas o conjunto de pixels que pertencem à aresta;
- Isto raramente acontece:
 - Ruído;
 - Quebra das arestas por iluminação não uniforme;
 - Outros efeitos que introduzem descontinuidade aos valores de intensidade.

Seguidores de Arestas

Os detectores de arestas são seguidor por algoritmos de ligação (linking algorithms) projetados para ligar pixels de arestas em arestas ou regiões significativas.

Seguidores de Arestas

Técnicas para seguir arestas:

- Processamento local – requer conhecimento sobre pontos da aresta numa vizinhança;
- Processamento regional – requer que pontos nos limites de uma região sejam conhecidos;
- Processamento global – trabalha com toda a imagem.

Seguidores de Arestas – Processamento Local

- Analisa as características dos pixels na vizinhança de um ponto declarado como aresta;
- Todos os pixels que são similares, de acordo com um critério pré-definido são ligados, formando uma aresta;
- Critérios de similaridade:
 - Magnitude do vetor gradiente;
 - Orientação do vetor gradiente.

Seja S_{xy} o conjunto de coordenadas na vizinhança centrada no ponto (x,y) em uma imagem:

Um pixel-aresta com coordenada $(s,t) \in S_{xy}$ é ligado ao ponto (x,y) se

$$\begin{aligned} |M(s,t) - M(x,y)| &\leq E \text{ e} \\ |\alpha(s,t) - \alpha(x,y)| &\leq A \end{aligned}$$

Procedimento
computacionalmente
caro \rightarrow todo pixel em
 S_{xy} deve ser analisado

Seguidores de Arestas – Processamento Local

Uma simplificação que apresenta bons resultados:

1. Calcule a imagem gradiente $M(x,y)$ e a imagem ângulo $\alpha(x,y)$ da imagem $f(x,y)$;
2. Construa uma imagem binária $g(x,y)$:

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{se } M(x, y) > T_M \text{ and } \alpha(x, y) = A \pm T_A \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

3. Percorre as linhas (scan line) de g e preenche todos os gap que não excedem o comprimento K ;
4. Para detectar *gaps* em outra direção, θ , rotacione g com θ e aplique o passo 3. Rotacione g de volta em $-\theta$.

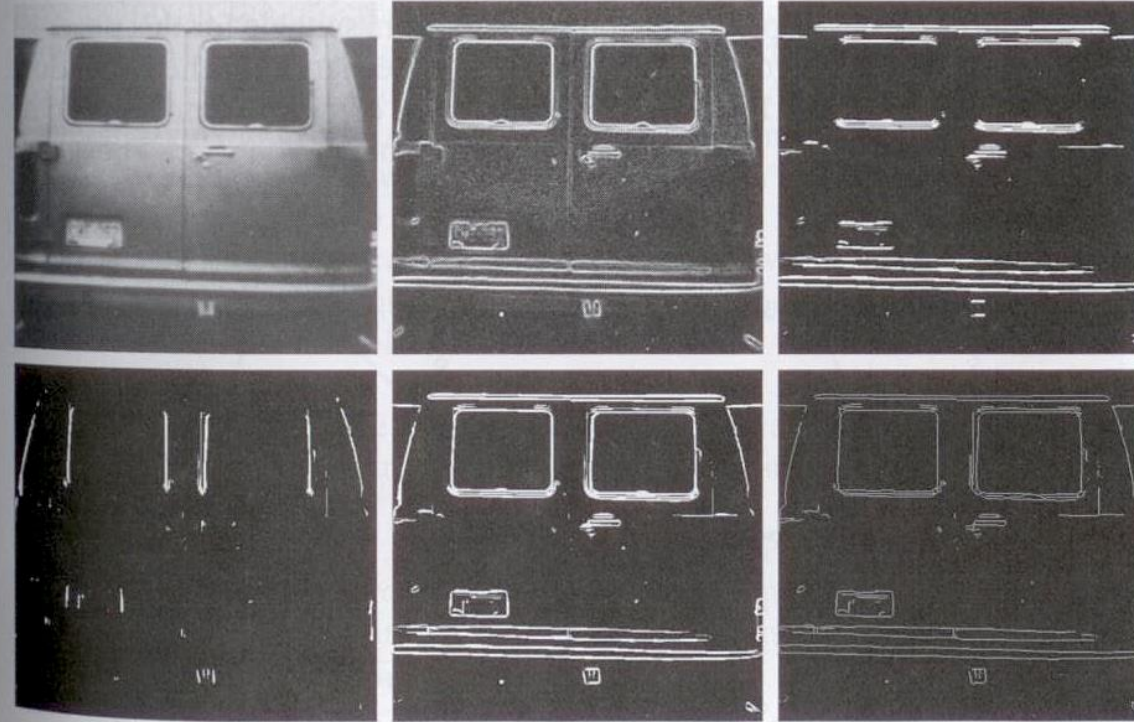
Seguidores de Arestas – Processamento Local

Observações:

- Na prática são usados $\theta = 0$ (linhas horizontais) e $\theta = 90^\circ$ (linhas verticais);
- Rotação de imagens é computacional cara. Se outros ângulos são necessários, vale a pena combinar os passos 3 e 4 num único procedimento que percorre a imagem de forma radial.

Exemplo

$T_M = 30\%$ valor máximo de $M(x,y)$; $A=90$; $TA=45$; $k=25$



a b c
d e f

FIGURE 10.27 (a) A 534×566 image of the rear of a vehicle. (b) Gradient magnitude image. (c) Horizontally connected edge pixels. (d) Vertically connected edge pixels. (e) The logical OR of the two preceding images. (f) Final result obtained using morphological thinning. (Original image courtesy of Perceptics Corporation.)